رفتار رئولوژیکی سازه ساندویچی مرتعش تحت تأثیر رویههای مگنتوستریکتیو

زهرا خدامی مرقی^{ا و*}، علی قربانپور آرانی^۲

^۱ استادیار گروه مهندسی مکانیک، مرکز آموزش عالی محلات، محلات ۲ استاد دانشکده مهندسی مکانیک، گروه مکانیک جامدات، دانشگاه کاشان، کاشان *مسئول مکاتبات: z.khoddami@gmail.com

این مقاله به بحث و بررسی ارتعاشات یک ورق ساندویچی متشکل از دو رویه از جنس مواد مگنتوستریکتیو و هسته

الکترورئولوژیکی میپردازد. هسته الکترورئولوژیکی توسط سیال پلاستیک بینگهام و به کمک دو تابعیت مختلف از میدان

الکتریکی، مدلسازی می شود. به دلیل وجود کوپلینگ مگنتومکانیکی در رویه ااز یک پارامتر تنظیمکننده فرکانس در تحلیل ارتعاشات سیستم بهرهبرده می شود. معادلات حرکت در سه لایه به کمک روابط کرنش – جابه جایی برای لایه های الاستیک و هسته الکترورئولوژیکی، روش انرژی و اصل هامیلتون استخراج شده و از روش تفاضل مربعات دیفرانسیلی با تبدیل

دستگاه معادلات دیفرانسیلی حرکت به معادلات جبری برای محاسبه فرکانس ارتعاشات ورق ساندویچی استفاده میشود.

از مهمترین نتایج این تحقیق میتوان به اثرات پارامتر تنظیمکننده ارتعاشات (پارامتر کنترل پسخورد سرعت) در کاهش مقدار فرکانس و تأثیر میدان الکتریکی بر سیالات الکترورئولوژیکی در افزایش مقدار فرکانس ورق ساندویچی و کاهش ضریب اتلاف اشاره کرد. نتایج این پژوهش میتواند در صنایع دریایی، هوافضا و عمران مورد استفاده قرار گیرد.

◄ چکيده

واژگان کلیدی

ارتعاشات ورق ساندویچی سیال الکترورئولوژیکی کوپل الکترومغناطیسی کنترل پسخورد سرعت

تاریخچه مقاله تاریخ دریافت: ۳/۲۹۰۰ تاریخ پذیرش: ۳/۲۹۹/۰۳/۲۱

۱ مقدمه

مغناطش اتغییر شکل ظاهری در موادی است که تحت تأثیر یک میدان مغناطیسی خارجی قرار میگیرند. اثر مگنتوستریکتیو برای اولین بار در قرن نوزدهم بهوسیله فیزیکدان انگلیسی جیمز ژول مورد بحث قرار گرفت [۱]. او یک نمونه از مواد فرومغناطیس را که تحت میدان مغناطیسی تغییر طول میدادند را مشاهده کرد. این تغییرات در راستای میدان مغناطیسی، نتیجه چرخش حوزههای کوچک مغناطیسی است. این چرخش و نامنظم بودن حوزههای مغناطیسی باعث میشود تا کرنش های داخلی در ساختار ماده پدید آید. همچنین میدان مغناطیسی قویتر سبب میشود که حوزههای مغناطیسی در جهت میدان مغناطیسی قرارگرفته و این فرایند تا زمانی که تمام حوزههای مغناطیسی همجهت شوند ادامه مییابد تا به حالت اشباع برسد. اثر ژول یکی از ویژگیهای برگشتپذیر مواد مگنتوستریکتیو است که پس از حذف میدان مغناطیسی شکل نمونه به اندازه اصلی خود برمیگردد، این افزایش کرنش طولی یا جانبی با میدان مغناطیسی متناسب است. تغییرات در چگالی شار مغناطیسی میتواند توسط یک سیمپیچ ایجادشده و این تغییرات با تنش اعمالی متناسب است. اثر ویلاری خاصیتی برگشت پذیر است و در حسگرها مورد استفاده قرار میگیرد. شکل ۱ ارتباط بین اثرات فوق را در قالب نموداری جامع به تصوير كشيده است.

 σ در شکل ۱، B چگالی شار مغناطیسی، D^* ثابت مگنتوستریکتیو، S^H در شکل ۱، μ نفوذپذیری مغناطیسی است. ϵ کرنش مکانیکی، μ^H عکس مدول یانگ، D^* ثابت مگنتوستریکتیو و $\frac{NI}{L}$ میدان مغناطیسی

است. در رابطه میدان مغناطیسی N تعداد دورهای سیمپیچ، I شدت جریان الکتریکی و L طول سیمپیچ است.



در سال ۲۰۰۹ و ۲۰۱۰ هانگ [۲، ۳] پاسخ گذرای یک ورق مگنتوستریکتیو را مورد بررسی و تحلیل قرارداد. ورق او متشکل از سه لایه بود که لایه بالایی آن از جنس ترفنول دی انتخاب شده بود. او معادلات حرکت ورق مگنتوستریکتیو را با استفاده از تئوری برشی مرتبه اول در حضور میدان مغناطیسی عرضی استخراج کرد. او همچنین به پیروی از کار لی [۴] از یک سیستم کنترل پسخورد نیز استفاده کرد و پاسخ گذرا و خیز میانی ورق را با تغییر پارامترهایی مانند نسبت جانبی، بهره کنترلی و اثر برش در حضور بارهای حرارتی مورد بررسی قرارداد. در این مقاله نیز از روابط تنش – کرنش ارائه شده در مقالات هانگ برای مواد مگنتوستریکتیو استفاده شده است.

 1 magnetostriction

در سال ۲۰۱۳ سیونگ و همکاران [۵] اثر موج برشی تمام جهته ناشی از تکههای مگنتوستریکتیو را بر ورق آلومینیومی به صورت عملی و تئوری بررسی کردند. تحقیق آنها تطابق خوب نتایج تئوری و عملی را نشان می داد. در این مقاله کوپلینگ مگنتومکانیکی به صورت خطی در نظر گرفته شده، کاری که در مقاله کوپلینگ مگنتومکانیکی به صورت خطی در نظر گرفته شده، کاری که در امتاله حاضر نیز انجام شده است. همچنین هانگ [۶] به بررسی پاسخ گذرا و اثر برش پرداخت. او روابط تنش کرنش حرارتی را با استفاده از توابع توانی برای مواد مدرج تابعی و میدان مغناطیسی عرضی، برای مواد مگنتوستریکتیو بازنویسی کرد. او همچنین از یک سیستم پسخورد برای کنترل رفتار لایه نتایج او اثر بهره کنترل و ثابت سیملوله (به عنوان مولد میدان مغناطیسی) را بر کنترل ارتعاشات ورق به خوبی نشان داد. در این مقاله نیز روابط تنش کرنش لایههای مگنتوستریکتیو مشابه مقاله هانگ بازنویسی شده است.

هوشمندی در مواد، خاصیتی است که مختص به گروه خاصی نیست و در اغلب گروههای مواد دیده می شود. رئولوژی به زیرمجموعهای از مکانیک محیطهای پیوسته گفته می شود که به مطالعه جریان مواد در مایعات، جامدات نرم و جامدات در حالت مومسان می پردازد. آنچنان که شکل ۲ نشان می دهد رئولوژی علم بررسی جریان و تغییر شکل سیالات تحت اثر میدان تنش اعمال شده بر آنها می باشد.



شکل ۲: دسته بندی مکانیک محیط پیوسته.

مواد الکتروریولوژیکی همانند شکل ۳ سوسپانسیونهایی هستند از ذرات دیالکتریک در سیالات قطبی و زمانی که تحت میدان الکتریکی خارجی قرار میگیرند، تغییرات قابلبرگشتی را در پاسخ رئولوژیکی به وجود میآورند. تعبیر ساده فیزیکی این مسئله تبدیل یک مایع به ژلی شبیه جامد است که تحت میدان خارجی صورت میگیرد. سازوکار این تغییر شکل تشکیل زنجیره ذرات چیده شده بر اساس میدان الکتریکی خارجی است؛ همان طور که در شکل ۳ نیز قابل مشاهده است [۷].



شکل ۳: پدیده الکترورئولوژیکی در حضور میدان الکتریکی [۷].

رفتار رئولوژیکی قابل کنترل این مواد در بسیاری سیستمها و سازههای مهندسی با کاربردهای چندکاره سودمند است. هنگامیکه یک محصول موزون بر اساس رفتار الکترورئولوژیکی برای رسیدن به قابلیتهای حسی و کنترلی طراحی میشود، درنتیجه یک سیستم هوشمند و یا یک ساختار تطبیقی به مرحله اجرا درآمده است. بهطورکلی چنین سیستمها و یا سازههایی میتوانند محرکهای خارجی را شناسایی کرده و واکنشهای مناسب و بهینه را به معیارهای عملکردی از پیش تعیینشده نشان دهد.

سیال الکترورئولوژیکی بهعنوان هسته ساندویچ در مقاله حاضر مورد توجه قرارگرفتهاند. برای بررسی رفتار مکانیکی این نوع سیالات، غالباً آنها را محبوس شده بین لایههای الاستیک فرض کرده و به شکل یک سازه ساندویچی مورد تحلیل قرار میدهند، همانند آنچه در این مقاله انجام شده است. مقالاتی که در این بخش ارائهشده است همگی به تحلیل ارتعاشات، پاسخ دینامیکی و پایداری سازههای ساندویچی اعم از تیر و ورق حاوی این نوع سیالات میپردازد.

در سال ۲۰۰۴ یه و چن [۸] به بررسی ارتعاشات ورق ساندویچی حاوی سیال الکترورئولوژیکی پرداختند. ساندویچ آنها شامل سه لایه و لایههای بالایی و پایینی آن از جنس آلومینیوم انتخاب شده بود. آنها به بررسی فرکانس طبیعی، بارکمانشی استاتیکی و اثر ضریب اتلاف بر روی پایداری ورق ساندویچی پرداختند. بر اساس تحقیق آنها ازآنجاکه خواص رئولوژیکی این مواد ازجمله لزجت، خواص الاستیک و پلاستیک آنها تابعی از میدان الکتریکی اعمالی است، این مواد اثرات مهمی را بر پایداری ورق ساندویچی میگذارند. آنها نشان دادند با اعمال میدان الکتریکی، میرایی سیستم مؤثرتر عمل میکند.

در سال ۲۰۰۵ نیز بار دیگر یه و چن [۹]، پایداری دینامیکی ورق ساندویچی مستطیلی اُرتوتروپ را با در نظر گرفتن هسته الکترورئولوژیکی بررسی کردند. این بار آنها از روش المان محدود و هارمونیک بالانس استفاده کردند و اثر پارامترهایی همچون نسبت ضخامت، نسبت سختی و شدت میدان الکتریکی را بر مناطق پایداری مطالعه کردند.

یه [۱۰] در سال ۲۰۰۷ به تحلیل ارتعاشات آزاد یک ورق دایرهای حاوی سیال الکترورئولوژیکی پرداخت. او این بار از روش المان محدود برای بررسی معادلات حرکت ورق ساندویچی استفاده کرد. در این تحقیق مدولهای برشی و کششی سیال الکترورئولوژیکی به کمک کمیتهای مختلط تخمین زده شد و فرکانس مختلط به همراه ضریب اتلاف شناسایی و ترسیم شدند. بر اساس یافتههای او در این مقاله، هسته الکترورئولوژیکی نقش مهمی در پایداری ورق ساندویچی دایرهای دارد.

وای و همکاران [۱۱] در سال ۲۰۰۷، مشخصات ارتعاشات در تیر ساندویچی دوار با هسته الکترورئولوژیکی را مورد تحلیل قراردادند. آنها روابط تنش کرنش برای ماده الکترورئولوژیکی را با توجه به مدول برشی مختلط آن و به کمک تئوری ویسکوالاستیسیته خطی به دست آوردند. معادلات غیرخطی حرکت با استفاده از اصل هامیلتون استخراج و به کمک روش المان محدود مورد بررسی قرار گرفت. آنها در این تحقیق اثر پارامترهایی همچون شدت میدان الکتریکی و سرعت چرخش تیر را بر روی فرکانس طبیعی و ضریب اتلاف گزارش دادند. نتایج آنها افت محسوس ارتعاشات را در سرعتهای

چرخش مختلف تیر با افزایش شدت میدان الکتریکی نشان داد. آنها همچنین ادعا کردند از چنین سیستمی میتوان در کنترل ارتعاشات تیرهای دوار بهره گرفت.

رضایی پژند و پهلوان [۱۲] در سال ۲۰۰۸ پاسخ گذرای یک ساندویچ سه لایه حاوی سیال الکترورئولوژیکی را مورد مطالعه قراردادند. آنها دریافتند زمانی که میدان الکتریکی به ساندویچ اعمال میشود مشخصات دینامیکی آن دچاره تغییر میگردد بهطوریکه که از این ویژگی میتوان برای فرونشاندن ارتعاشات و کاهش زمان نشست در چنین سازهای بهره گرفت. آنها از روش المان محدود و الگوریتم انتگرال مستقیم برای شبیه سازی پاسخ ضربه در تیر ساندویچی استفاده کردند. آنها به منظور بررسی فرکانس طبیعی و زمان نشست، سیال الکترورئولوژیکی را با مدل پلاستیک بینگهام شبیه سازی کرده و اثر نسبت های ضخامت مختلف را با اعمال میدان های الکتریکی مختلف بر روی آن نشان دادند.

رامکومار و گانسان [۱۳] در سال ۲۰۰۹ به بررسی ارتعاشات و میرایی یک ستون ساندویچی کامپوزیتی با مقطع مستطیل و توخالی پرداختند. آنها از سیال الکترورئولوژیکی بهعنوان لایه ویسکوالاستیک در این سازه استفاده کردند. روش انرژی کرنشی مدال و المان محدود برای پیشبینی ضریب اتلاف و فرکانس لایههای ساندویچ کامپوزیتی مورد استفاده قرار گرفت. در این تحقیق اثر پارامترهایی همچون ضخامت هسته، زاویه الیاف در لایههای کامپوزیت، ولتاژ اعمالی و چیدمان لایهها تحت شرط مرزی گیردار-آزاد بر روی فرکانس ارتعاشات ورق مطالعه شد.

اللهوردی زاده و همکاران [۱۴] در سال ۲۰۱۳ به بررسی رفتار دینامیکی یک تیر ساندویچی با رویههای مدرج تابعی و هسته الکترورئولوژیکی پرداختند. چنین سازهای تا آن زمان مورد بررسی قرار نگرفته بود. آنها به کمک روش المان محدود پاسخ دینامیکی تیر ساندویچی را استخراج کرده و در شرایطی خاص با سایر مراجع مقایسه کردند. آنها نیز اذعان کردند که مدول برشی مختلط سیال الکترورئولوژیکی بهعنوان یک هسته ویسکوالاستیک نقش تعیینکنندهای در رفتار تیر ساندویچی دارد. لازم به ذکر است این مقاله حاوی نتایج آزمایشگاهی نیز میباشد.

امروزه استفاده از سازههای سبک و مقاوم که دارای نسبت سفتی به وزن و استحکام به وزن بالایی هستند، در مصارف مهندسی بسیار رایج و متداول شده است. ازجمله کاربردهای این نوع سازهها میتوان به بدنه اجسام پرنده مانند هواپیماها، موشکها و فضاپیماها، بدنه کشتیها، قطارها و خودروها، سقفها، دیوارهها، تیرهای ساختمانی، ستونها و پلها و مصارف عمده دیگر نام برد. یکی از جدیدترین و رایجترین سازههای مستحکم و سبک مهندسی، تیرها و ورقهای ساندویچی میباشد.

تحلیل ارتعاشات ورقهای ساندویچی مرکب از لایههای مگنتوستریکتیو و هسته الکترورئولوژیکی کار نوینی است که تاکنون مشابه آن انجام نشده است. این مقاله شامل رویههایی هوشمند است که در کنار هسته الکترورئولوژیکی میتواند نقش تنظیمکنندگی در مقدار فرکانس ارتعاشات داشته باشد.

۲ رویه های مگنتوستریکتیو

معادلات تنش کرنش برای ماده مگنتوستریکتیو ایزوتروپ در معادله زیر نشان داده شده است. معادلات زیر، کوپلینگ مگنتومکانیکی موجود در این مواد را تأیید میکند [۲، ۱۵]:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{17} & \circ & \circ & \circ \\ \bar{Q}_{71} & \bar{Q}_{77} & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \bar{Q}_{77} & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \bar{Q}_{50} & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \bar{Q}_{50} & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \bar{Q}_{50} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{xy} \end{bmatrix} ,$$

$$- \begin{bmatrix} \circ & \epsilon_{71} \\ \circ & \epsilon_{77} \\ \circ & \epsilon_{77} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \circ \\ \circ \\ H_z \end{bmatrix} ,$$

$$= \frac{E_m}{1 - v^7} , \quad \bar{Q}_{17} = \bar{Q}_{71} = \frac{vE_m}{1 - v^7} ,$$

$$\bar{Q}_{77} = \bar{Q}_{50} = \bar{Q}_{57} = \frac{E_m}{1 + v} ,$$

$$(1)$$

که در آن $\sigma_{ij} = \sigma_{ij} = \tau$ به ترتیب درایههای ماتریس تنش و کرنش هستند. همچنین σ_{ij} که در آن $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}$ مدول Q_{ij} معرف درایههای ماتریس سفتی ماده است. همچنین E_m و v مدول یانگ و نسبت پواسون ماده هستند. معرف ضرایب کوپلینگ مگنتوستریکتیو هستند و به شکل زیر تعریف می شوند [7, 7, 10]:

$$e_{\tau_{1}} = \tilde{e}_{\tau_{1}} \cos^{\tau} \theta + \tilde{e}_{\tau\tau} \sin^{\tau} \theta ,$$

$$e_{\tau\tau} = \tilde{e}_{\tau_{1}} \sin^{\tau} \theta + \tilde{e}_{\tau\tau} \cos^{\tau} \theta ,$$

$$e_{\tau\varphi} = (\tilde{e}_{\tau_{1}} - e_{\tau\tau}) \sin^{\tau} \theta .$$

(Y)

جایی که θ جهت مغناطش ماده را نشان میدهد و H_z معرف شدت میدان مغناطیسی است. چنانچه میدان مغناطیسی موردنظر توسط سیملوله الکتریکی تولید شده باشد، میتوان از رابطه زیر برای بیان شدت میدان $(\frac{A}{m})$ حاصل کمک گرفت [۲، ۲]:

$$H_z = K_c I(x, y, t) = K_c C(t) \frac{\partial w(x, y, z, t)}{\partial t} .$$
 (7)

در رابطه فوق K_c و K_c ا ثابت سیملوله و جریان الکتریکی عبوری از سیملوله هستند. (x, y, t) را بهره کنترل و عبارت $(\frac{As}{m^{\gamma}})$ را بهره بازگشت سرعت (پارامتر کنترل پسخورد سرعت) در یک حلقه کنترلی مینامند. ازآنجاکه در این مقاله مقدار این پارامتر ثابت فرض شده، نماد $K_{\rm vfc}(\frac{As}{m^{\gamma}})$



شکل ۴: مشخصات هندسی ورق مگنتوستریکتیو.



شکل ۵: سیملوله حامل جریان الکتریکی و مولد میدان مغناطیسی.

شکل ۵ میدان حاصل از سیملوله و موقعیت ورق را داخل میدان مغناطیسی نشان می دهد. همانطور که در شکل مشخص شده است با عبور جریان الکتریکی از داخل سیملوله مطابق با قانون دست راست میدان مغناطیسی داخل و خارج سیملوله تولید می شود به طوری که سیملوله دو قطب مغناطیسی N و S را در دو انتهای خود ایجاد کرده و خطوط میدان مغناطیسی از قطب S به سمت قطب N جریان پیدا می کنند. خطوط میدان مغناطیسی در نواحی مرکزی سیملوله یکنواخت و هر چه به سیملوله نزدیک تر می شود، این خطوط انحنا یافته و از حالت یکنواخت خارج می شوند. بنابراین میدان میانی سیملوله با عنوان یک میدان یکنواخت تک جهته مورد استفاده قرار می گیرد.

۳ هسته الکترورئولوژیکی

شکل ۶ سازه ساندویچی با هسته الکترورئولوژیکی را نشان میدهد. در این حالت سیال الکترورئولوژیکی بین دولایه مگنتوستریکتیو محبوس شده است.



شکل ۶: هندسه ورق ساندویچی با رویه های مگنتوستریکتیو و هسته الکترورئولوژیکی.

مدل ریاضی این سازه بر اساس فرضیات زیر شکل میگیرد [۱۲]:

- هسته الكترورئولوژيكى همانند ماده پلاستيك بينگهام عمل مىكند.
- اینرسی چرخشی و تغییر شکل برشی لایههای الاستیک نادیده گرفته می شود.
 - هیچ تنش نرمالی در هسته تولید نمیشود.
 - هیچ لغزشی بین لایهها اتفاق نمیافتد.
- کرنش های مستقیم عرضی در هسته و رویه ها کوچک هستند،
 بهطوریکه جابه جایی عرضی همه نقاط روی یک سطح مقطع برابر



شکل ۷: تنظیمات لایه ها پس از تغییر شکل [۱۲].

همانطور که از شکل ۷ پیداست، روابط کرنش-جابهجایی برای لایههای الاستیک و هسته الکترورئولوژیکی، بهصورت زیر است [۹، ۱۱، ۱۲]:

$$\epsilon_{xxi} = \frac{\partial u_i}{\partial x} - z_i \frac{\partial^{\mathsf{Y}} w}{\partial x^{\mathsf{Y}}},\tag{(f)}$$

$$\epsilon_{yyi} = \frac{\partial v_i}{\partial y} - z_i \frac{\partial^{\mathsf{Y}} w}{\partial y^{\mathsf{Y}}}, \quad i = 1, \mathsf{T}$$
 (2)

$$\gamma_{xzY} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u_Y}{\partial z}, \qquad (9)$$

$$\gamma_{yz\mathbf{Y}} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v_{\mathbf{Y}}}{\partial z} \tag{V}$$

(u_i, v_i) جابهجاییهای صفحه میانی در راستای (x, y) هستند. هندسه تغییر شکل منتهی به روابط (۸) میشود. در این روابط، مجموع برش ناشی از چرخش و ازدیاد طول میباشد و به شکل زیر محاسبه میشود [۷]:

$$\begin{split} \gamma_{xz\mathbf{Y}} &= \frac{d}{h_{\mathbf{Y}}} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{u_{\mathbf{Y}} - u_{\mathbf{Y}}}{h_{\mathbf{Y}}} \,, \\ \gamma_{yz\mathbf{Y}} &= \frac{d}{h_{\mathbf{Y}}} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{v_{\mathbf{Y}} - v_{\mathbf{Y}}}{h_{\mathbf{Y}}} \,. \end{split}$$
(A)

در این روابط $\frac{h_{\gamma}}{\gamma} + h_{\gamma} + \frac{h_{\gamma}}{\gamma} = b$. با توجه به توضیحات فوق، روابط انرژی کرنشی و جنبشی، با در نظر گرفتن سازه ساندویچی شکل ۷ تشکیل داده می شود. با توجه به شکل $h_{\gamma} = h_{\gamma} = h_{1} e = h_{r}$ به عبارت دیگر داده می شود. با توجه به شکل $h_{\gamma} = h_{\gamma} = h_{\gamma} e = h_{\gamma}$ به عبارت دیگر $(h_{c} > h_{m}) i = 1, \gamma \to m$ انرژی کرنشی برای سه لایه به صورت جداگانه نوشته می شود [۱۶]:

$$U_{\rm Sand} = U_{\rm Face} + U_{\rm ER} \,, \tag{9}$$

$$\begin{split} U_{\text{Face}} &= U_{\text{Face}}^B + U_{\text{Face}}^T \\ &= \frac{1}{\Upsilon} \int_{-h_{\tau} - \frac{h_{\Upsilon}}{\Upsilon}}^{-\frac{h_{\Upsilon}}{\Upsilon}} \int_{\circ}^{b} \int_{\circ}^{a} (\sigma_{ii}\epsilon_{ii} + \tau_{ij}\gamma_{ij}) dx dy dz \\ &+ \frac{1}{\Upsilon} \int_{\frac{h_{\Upsilon}}{\Upsilon}}^{\frac{h_{\Upsilon}}{\Upsilon} + h_{\chi}} \int_{\circ}^{b} \int_{\circ}^{a} (\sigma_{ii}\epsilon_{ii} + \tau_{ij}\gamma_{ij}) dx dy dz , \quad (1\circ) \end{split}$$

$$U_{\rm ER} = \int_{V} G_{\mathbf{Y}} (\gamma_{xz\mathbf{Y}}^{\mathbf{Y}} + \gamma_{yz\mathbf{Y}}^{\mathbf{Y}}) dV. \qquad (11)$$

$$U_{\text{Face}}$$
 انرژی کرنشی لایههای مگنتوستریکتیو است. G_{Y} مدول برشی د
هسته الکترورئولوژیکی است و در بخش ۱.۳ محاسبه می شود.
انرژی جنبشی شامل ۳ بخش است:
۱. انرژی جنبشی متناظر با جابجایی داخل صفحهای:
 $K_{\text{Face}} = \frac{1}{Y} \int_{A} \left[\rho_{1}h_{1} \left(\left(\frac{\partial u_{1}}{\partial t} \right)^{Y} + \left(\frac{\partial v_{1}}{\partial t} \right)^{Y} \right) + \rho_{T}h_{T} \left(\left(\frac{\partial u_{T}}{\partial t} \right)^{Y} + \left(\frac{\partial v_{T}}{\partial t} \right)^{T} \right)$
۲. انرژی جنبشی متناظر با جابجایی عرضی:
۲. انرژی جنبشی متناظر با جابجایی عرضی:

$$\begin{split} K_{\rm F\&C} &= \frac{1}{\Upsilon} \int_{A} \left[\rho_{1}h_{1} + \rho_{\Upsilon}h_{\Upsilon} + \rho_{\Upsilon}h_{\Upsilon} \right] \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^{\gamma} dx dy \quad (1\Upsilon) \\ &: \text{i} t_{\zeta} \\ \text{i} t_{\zeta} \\ \text{string} \\ \text{string} \\ K_{\rm ER} &= \frac{1}{\Upsilon} \int_{A} I_{\Upsilon} [\dot{\gamma}_{xz\Upsilon}^{\Upsilon} + \dot{\gamma}_{yz\Upsilon}^{\Upsilon}] dx dy \quad (1\Upsilon) \end{split}$$

۱.۳ مدلسازی خواص سیال الکترورئولوژیکی

مدل پلاستیک بینگهام اغلب تعریف دقیق و کاملی را از رفتار مواد الکترورئولوژیکی ارائه میکند. بر این اساس مدول برشی مختلط ارائه میشود. مدول برشی مختلط به دو قسمت حقیقی و موهومی تقسیم بندی می شود. برای مواد الکترورئولوژیکی، این خواص وابسته به میدان الکتریکی خارجی است. تابعیت میدان الکتریکی توسط روابط متفاوتی از محققین مختلف ارائه شده است:

در مدل گماتا و فیلیسکو [۱۷] که برگرفته از آزمونهای تجربی نشان دادهشده در شکل ۸ است، مدول برشی حقیقی تابعی درجه دوم از میدان الکتریکی است:

$$G' = kE^{\mathsf{T}}, \qquad (1\Delta)$$

که در آن
$$k$$
 یک ثابت است.



<mark>شکل ۸</mark>: نتایج آزمایشگاهی از تغییرات مدول برشی حقیقی نسبت به میدان الکتریکی [۷].

در مدل دان [۷] تنها بخش حقیقی تابعی درجه دوم از میدان الکتریکی است و بخش موهومی مقدار ثابتی دارد.

$$G = G' + iG'' \to \begin{cases} G' \approx 1 \diamond \circ \circ \circ E^{\mathsf{T}} \\ G'' \approx \mathsf{PQ} \circ \circ \end{cases}$$
(19)

در مدل یالسینتاس [۱۸]، هر دو بخش حقیقی و موهومی تابعی از میدان الکتریکی هستند، با این تفاوت که بخش حقیقی تابعیت غیرخطی و بخش موهومی تابعیت خطی دارد.

$$G = G' + iG'' \to \begin{cases} G' \approx \diamond \circ \circ \circ \in {}^{\mathsf{Y}} \\ G'' \approx {}^{\mathsf{Y}} \circ \circ E + {}^{\mathsf{Y}} \circ \circ \end{cases}$$
(14)

در مدل ژانگ [۱۹] تنش تسلیم در سیال بینگهام تابعی غیرخطی از میدان لکتریکی خارجی ارائه میشود:

$$\begin{split} \tau &= \tau_{\circ}(E) + \eta \dot{\gamma} ,\\ \tau_{\circ}(E) &= \alpha E^{\beta} ,\\ \alpha &= \texttt{YYV} , \quad \beta &= 1/\texttt{Y} \end{split}$$

بر اساس مدلهای مختلف ارائهشده، در مقاله حاضر، مدول برشی مختلط فرض شده و از مدلهای دان و بالسینتاس استفاده مرشود.

$$\begin{split} &(\zeta,\eta) = \left(\frac{x}{a},\frac{y}{b}\right), \quad (U_i,V_i,W) = \left(\frac{u_i}{a},\frac{v_i}{b},\frac{w}{h_{\rm Y}}\right), \\ &(\alpha_i,\beta_i) = \left(\frac{h_i}{a},\frac{h_i}{b}\right), \ \gamma = \frac{a}{b}, \ Q_{ij} = \frac{\bar{Q}_{ij}}{Q_{\rm YY}}, \\ &\bar{G} = \frac{G_{\rm Y}}{Q_{\rm YY}}, \ \epsilon = \frac{h_{\rm Y}}{h_{\rm Y}}, \ \delta = \frac{h_{\rm Y}}{h_{\rm Y}}, \ \bar{\rho} = \frac{\rho_{\rm Y}}{\rho_{\rm YYT}} = \frac{\rho_E}{\rho_m}, \\ &G_{ij} = \frac{e_{ij}K_{\rm vfc}}{\sqrt{E_mQ_{\rm YY}}}, \ \tau = \frac{t}{a}\sqrt{\frac{Q_{\rm YY}}{\rho_m}}, \ \bar{I}_i = \frac{I_i}{h_i^{\rm Y}}. \end{split}$$

$$\begin{split} \delta U_{\gamma} &: \\ \mathbf{Y} \alpha_{\mathbf{Y}} \bar{G} \frac{d}{d\zeta} W + \bar{G} \delta \alpha_{\mathbf{Y}} \frac{d}{d\zeta} W + \bar{G} \epsilon \alpha_{\mathbf{Y}} \frac{d}{d\zeta} W - \alpha_{\gamma} \frac{d^{\mathbf{Y}}}{d\zeta^{\mathbf{Y}}} U_{\gamma} \\ &- \frac{\mathbf{Y}}{\mathbf{Y}} Q_{\gamma\gamma} \alpha_{\gamma} \frac{d^{\mathbf{Y}}}{d\eta d\zeta} V_{\gamma} + \frac{\mathbf{Y}}{\mathbf{Y}} S_{\mathbf{Y}\gamma} \alpha_{\gamma} \alpha_{\gamma} \frac{d^{\mathbf{Y}}}{d\tau d\zeta} W \\ &- \frac{\mathbf{Y}}{\mathbf{Y}} Q_{\mathbf{Y}\gamma} \alpha_{\gamma} \frac{d^{\mathbf{Y}}}{d\eta d\zeta} V_{\gamma} + \frac{\mathbf{Y}}{\mathbf{Y}} \bar{\rho} \bar{I}_{\mathbf{Y}} \bar{\alpha}_{\mathbf{Y}}^{\mathbf{Y}} \alpha_{\gamma} \frac{d^{\mathbf{Y}}}{d\tau^{\mathbf{Y}} d\zeta} W \\ &+ \frac{\mathbf{Y}}{\mathbf{Y}} \bar{\rho} \bar{I}_{\mathbf{Y}} \alpha_{\mathbf{Y}}^{\mathbf{Y}} \alpha_{\gamma} \frac{d^{\mathbf{Y}}}{d\tau^{\mathbf{Y}} d\zeta} W + \bar{\rho} \bar{I}_{\mathbf{Y}} \alpha_{\mathbf{Y}}^{\mathbf{Y}} \frac{d^{\mathbf{Y}}}{d\tau^{\mathbf{Y}} d\zeta} W \\ &+ \alpha_{\gamma} \frac{d^{\mathbf{Y}}}{d\tau^{\mathbf{Y}}} U_{\gamma} = \circ , \end{split}$$
(Y \cdots)
$$\delta U_{\mathbf{Y}} : \end{split}$$

$$- \mathbf{Y} \alpha_{\mathbf{Y}} \bar{G} \frac{d}{d\zeta} W - \bar{G} \epsilon \alpha_{\mathbf{Y}} \frac{d}{d\zeta} W - \bar{G} \delta \alpha_{\mathbf{Y}} \frac{d}{d\zeta} W - \alpha_{\mathbf{Y}} \frac{d^{\mathbf{Y}}}{d\zeta^{\mathbf{Y}}} U_{\mathbf{Y}}$$

$$- \frac{\mathbf{Y}}{\mathbf{Y}} Q_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}} \alpha_{\mathbf{Y}} \frac{d^{\mathbf{Y}}}{d\eta d\zeta} V_{\mathbf{Y}} + \frac{\mathbf{Y}}{\mathbf{Y}} S_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}} \alpha_{\mathbf{Y}} \alpha_{\mathbf{Y}} \frac{d^{\mathbf{Y}}}{d\tau d\zeta} W$$

$$- \frac{\mathbf{Y}}{\mathbf{Y}} Q_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}} \alpha_{\mathbf{Y}} \frac{d^{\mathbf{Y}}}{d\eta d\zeta} V_{\mathbf{Y}} - \frac{\mathbf{Y}}{\mathbf{Y}} \bar{\rho} \bar{I}_{\mathbf{Y}} \alpha_{\mathbf{Y}}^{\mathbf{Y}} \alpha_{\mathbf{Y}} \frac{d^{\mathbf{Y}}}{d\tau^{\mathbf{Y}} d\zeta} W$$

$$- \frac{\mathbf{Y}}{\mathbf{Y}} \bar{\rho} \bar{I}_{\mathbf{Y}} \alpha_{\mathbf{Y}}^{\mathbf{Y}} \alpha_{\mathbf{Y}} \frac{d^{\mathbf{Y}}}{d\tau^{\mathbf{Y}} d\zeta} W - \bar{\rho} \bar{I}_{\mathbf{Y}} \alpha_{\mathbf{Y}}^{\mathbf{Y}} \frac{d^{\mathbf{Y}}}{d\tau^{\mathbf{Y}} d\zeta} W$$

$$+ \alpha_{\mathbf{Y}} \frac{d^{\mathbf{Y}}}{d\tau^{\mathbf{Y}}} U_{\mathbf{Y}} = \circ , \qquad (\mathbf{Y} \mathbf{Y})$$

۴ شکل دهی و حل معادلات

گسسته سازی عددی معادلات پاره ای وابسته به زمان به دو بخش تقسیم می شود، گسسته سازی مکانی و گسسته سازی زمانی. در گسسته سازی مکانی روش های بسیاری توسط محققان استفاده می شود، که از آن جمله می توان به روش های تفاضل محدود، اجزای محدود، حجم محدود، طیفی و روش مربعات دیفرانسیل اشاره کرد. از میان این روش ها سه روش اول جزء روش های مرتبه پایین به حساب می آیند، در حالی که روش های طیفی و مربعات دیفرانسیل به عنوان روش های مرتبه بالا شناخته می شوند. روش های مرتبه پایین برای به دست آوردن دقت کافی در محاسبات نیازمند تعداد گره های محاسباتی بسیاری اند. این در حالی است که در روش های مرتبه بالا، حتی با استفاده از تعداد گره های محاسباتی کم نیز، نتایج عددی از دقت خوبی برخوردار است. تفاضل مربعات دیفرانسیلی از جمله روش های عددی است که در آن ها با استفاده از ضرایب وزنی معادلات دیفرانسیلی حاکم، به دسته ای از معادلات جبری مرتبه اول تبدیل می شوند. در روش تفاضل مربعات

دیفرانسیلی، معادلاتی که در هر مرحله به کمک اصل هامیلتون بهدست آمدهاند به شکل زیر بازنویسی میشوند [۲۰]:

$$[M]\{\ddot{y}\} + [D]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = \circ$$
 (Ya)

که در آن [M]، [D] و [K] به ترتیب ماتریسهای مربوط به جرم، میرایی و سختی و $\{y\}$ معرف بردار جابجایی هستند. حل عمومی معادله (۲۵) بهصورت زیر است:

$$y = \bar{y}e^{\bar{\omega}t} \tag{19}$$

که در آن $\bar{\omega}$ فرکانس مختلط سیستم است ($(\bar{\omega}) + i\Im(\bar{\omega})$. با جایگذاری رابطه (۲۶) در معادله (۲۵)، معادلات زیر حاصل میشود:

$$([M]\bar{\omega}^{\mathsf{Y}} + [D]\bar{\omega} + [K])\{\bar{y}\} = \circ \Rightarrow \bar{\omega}^{\mathsf{Y}} ([M]_{b}\{y\}_{b} + [M]_{d}\{y\}_{d}) + \bar{\omega} ([D]_{b}\{y\}_{b} + [D]_{d}\{y\}_{d}) + ([K]_{b}\{y\}_{b} + [K]_{d}\{y\}_{d}) = \circ ,$$
 (YV)

و معادله شروط مرزی، به شکل زیر نوشته میشود:

$$\begin{split} [B]\{y\} &= \circ \Rightarrow [B]_b\{y\}_b + [B]_d\{y\}_d = \circ \\ &\Rightarrow \{y\}_b = -[B]_b^{-1}[B]_d\{y\}_d \qquad (\mathbf{YA}) \end{split}$$

$$\{y\}_b$$
 در معادلات به شکل زیر جایگذاری می شود:
 $\left([M_m]\bar{\omega}^{\mathsf{Y}} + [D_m]\bar{\omega} + [K_m]\right)\{\bar{y}\} = \circ$
 $\Rightarrow [M_m] = [M]_d - [M_m]_b [B]_b^{-1}[B]_d,$
 $\Rightarrow [D_m] = [D]_d - [D_m]_b [B]_b^{-1}[B]_d,$
 $\Rightarrow [K_m] = [K]_d - [K_m]_b [B]_b^{-1}[B]_d,$

برای حل معادله (۲۹)، از رابطه $\{y_d\} = ar{w}\{y_d\}$ که با نام متغیر فضای حالت معرفی میشود بهره برده و رابطه بهصورت زیر نوشته میشود:

$$\bar{\omega}[M_m]\{\dot{y}\} + [D_m]\{\dot{y}\} + [K_m]\{y\} = \circ \qquad (\Upsilon \circ)$$

با تقسيم كل عبارت بر [M_m]، رابطه زير حاصل مي شود:

$$\bar{\omega}\{\dot{y}_d\} = -[M_m^{-} D_m]\{\dot{y}_d\} - [M_m^{-} K_m]\{y_d\} \qquad (\texttt{T})$$

با استفاده از روابط فوق، معادله فضای حالت به شکل زیر بازنویسی میشود:

$$\begin{split} \bar{\omega} \begin{cases} y_d \\ \dot{y}_d \end{cases} &= [A] \begin{cases} y_d \\ \dot{y}_d \end{cases} \\ \Rightarrow [A] &= \begin{bmatrix} \circ & I \\ -M_m^{-1} K_m & -M_m^{-1} D_m \end{bmatrix}. \end{split} \tag{YY}$$

مقادیر ویژه ماتریس فضای حالت [A] بیانگر فرکانس های مختلط سیستم است. اولین گام برای شروع حل به کمک روش تفاضل مربعات دیفرانسیلی استفاده از روابط زیر است:

$$\begin{split} U_{1}(\zeta,\eta,\tau) &= U_{1}(\zeta,\eta)e^{\omega\tau} ,\\ U_{r}(\zeta,\eta,\tau) &= U_{r}(\zeta,\eta)e^{\omega\tau} ,\\ V_{1}(\zeta,\eta,\tau) &= V_{1}(\zeta,\eta)e^{\omega\tau} ,\\ V_{r}(\zeta,\eta,\tau) &= V_{1}(\zeta,\eta)e^{\omega\tau} ,\\ W(\zeta,\eta,\tau) &= W(\zeta,\eta)e^{\omega\tau} , \end{split}$$

که در آن ω معرف فرکانس بی بعد و برابر با $\frac{Pm}{E_m}$ ست. با اعمال روابط فوق در مجموعه معادلات حرکت، یک دستگاه معادله حرکت ارتعاشی استاندارد با توجه به توضیحات ذکرشده و شرط مرزی ساده (SSSS)، به شکل زیر حاصل می شود:

$$[M]\omega^{\mathsf{Y}}\bar{y} + [D]\omega\bar{y} + [K]\bar{y} = \circ , \qquad (\texttt{Y}\texttt{Y})$$

$$\omega^{\mathsf{r}}\bar{y} + \frac{[D]}{[M]}\omega\bar{y} + \frac{[K]}{[M]}\bar{y} = \circ , \qquad (\mathsf{r}\mathfrak{d})$$

$$\omega = -\xi \omega_n \pm \omega_n \sqrt{\xi^{\gamma} - 1} \,. \tag{(\%)}$$

جايي كه $\frac{D}{\mathrm{Y}\sqrt{KM}}$ را ضريب ميرايي و $\frac{K}{M} = \sqrt{\frac{K}{2}}$ را فركانس طبيعي مينامند. بر اين اساس چهار حالت مختلف ايجاد مي شود:

۱. اگر
$$\omega = \pm i\omega_n$$
 آنگاه $\omega_n = \pm i\omega_n$ و دو ریشه موهومی داریم؛
۲. اگر $1 > \xi > \infty$ ، آنگاه $(-\xi + i\omega_n \sqrt{1 - \xi})^{-1} = \omega_n = \omega_n$ و دو ریشه من مزدوج مختلط حاصل می شود؛
۲. اگر $1 = \xi$ آنگاه $\omega_n = -\omega_n$ و یک ریشه حقیقی حاصل می شود؛
۲. اگر $1 = \xi$ آنگاه $\omega_n \sqrt{\xi} - \omega_n \pm \omega_n \sqrt{\xi}$ و دو ریشه حقیقی حاصل می شود؛

بنابراین قسمت حقیقی فرکانس در حالت دوم برابر با $-\xi\omega_n$ و قسمت موهومی آن عبارت $\pm\omega_n\sqrt{1-\xi^{\gamma}}$ است.

۵ صحت سنجی

شکل ۹ تغییرات فرکانس بی بعد را نسبت به ضخامت هسته به رویه در تحقیق حاضر و مرجع [۸] با یکدیگر مقایسه میکند. در مرجع [۸] ارتعاشات یک سازه ساندویچی مورد بررسی قرارگرفته است که در آن سیالی الکترورئولوژیکی در لایه میانی و دو لایه بالا و پایین از جنس آلومینیم انتخاب شدهاند. با تغییر جنس رویهها در مقاله حاضر و ایجاد شرایط هندسی و مرزی مشابه با مرجع [۸]، در مُد ارتعاشاتی اول و نتایج زیر حاصل شده است. بدین منظور مقادیر فرکانس برای ده نقطه با نسبت ضخامت متفاوت به کمک نرمافزار Getdata از شکل ۹ مرجع [۸] استخراج و با مقادیر حاصل از روش تفاضل مربعات مقایسه شده است. بیشترین میزان خطاها در مقایسه دو منحنی مربوط به نقطه پایانی و حدوداً برابر با ۰۷ مور است، در سایر نقاط خطا مقداری کمتر و در بعضی از نقاط نتایج تقریباً یکسان است.



شکل ۹: ارزیابی نتایج بهدستآمده با مرجع [۸].

۶ بحث و بررسی نتایج

معادلات حرکت بهدست آمده از بخش قبل به کمک روش تفاضل مربعات دیفرانسیلی حل و فرکانس ارتعاشات ورق ساندویچی از آن استخراج میشود. در ادامه تغییرات فرکانس بیبعد نسبت به پارامترهای هندسی و میدان الکتریکی و مغناطیسی مورد بررسی قرار میگیرد. از آنجاکه رویههای ورق ساندویچی از جنس مواد مگنتوستریکتیو (ترفنول-دی) انتخاب شده است خواص در جدول ۱ ارائه شده است:

جدول ۱: خواص مگنتومکانیکی ترفنول ـ دی [۱۵].

$e_{\texttt{T1}} = e_{\texttt{TT}} \left(\frac{\text{N}}{\text{mA}}\right)$	$ ho_f\left(rac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^{\mathtt{v}}} ight)$	v	E_f (GPa)	خواص
441/00	۹/۲۵× ۱۰ ^۳	۰/۲۵	٣٥	Terfenol-D

اینگونه میتوان تصور کرد که سیال الکترورئولوژیکی در بین دوجداره ترفنول دی محبوس شده است. شدت و ضعف میدان الکتریکی حاکم بر این ساندویچ اثرات مکانیکی جالبی را در پی خواهد داشت. در این بخش برای مدلسازی سیال الکترورئولوژیکی از دو مدل زیر استفاده شده است [۸]:

• مدل دان (Model a):

$$G_a \approx (\mathsf{NA} \circ \circ \circ E_*^\mathsf{Y}) + i(\mathsf{PA} \circ \circ)$$

• مدل يالسينتاس (Model b):

$$G_b = (\mathbf{\Delta} \circ \circ \circ \circ E_*^{\mathbf{Y}}) + i(\mathbf{Y} \mathbf{P} \circ \circ E_* + \mathbf{V} \circ \circ)$$

چگالی و نسبت پواسون سیال الکترورئولوژیکی بنا بر مرجع [۸]، برابر چگالی و نسبت پواسون سیال الکترورئولوژیکی بنا بر مرجع [۸]، برابر $p = 10^{\circ} \frac{\text{kg}}{\text{m}^{\text{T}}}$ بنا بر خواص ذاتی خود، در محدوده معینی از میدان الکتریکی (E_*) عمل میکند، این محدوده برای ماده ی انتخابی در این بخش با توجه به مرجع [۸] میکند، این محدوده برای ماده ی انتخابی در این بخش با توجه به مرجع می شکل میکند ($ky = \frac{h_m}{h_{\tau}} = \frac{h_m}{h_c} = \delta$ و $\delta = \frac{h_m}{h_c} = \delta$ است.

در شکلهای ۱۰ تا ۱۸ تغییرات فرکانس بی بعد ورق ساندویچی نسبت به میدان الکتریکی اعمالی برای پارامترهای مختلف مورد بررسی قرار میگیرد. در شکل ۱۰ نتایج دو مدل دان (a) Model و یالسینتاس (b) Model نشان داده شده است. در مدل (b) هر دو بخش حقیقی و موهومی مدول برش نسبت به میدان الکتریکی خارجی، متغیر است. منحنیها در دو مدل مختلف نشان می دهد با افزایش شدت میدان الکتریکی فرکانس بی بعد ورق ساندویچی افزایش می یابد. چنین روندی با نتایج به دست آمده توسط سایر محققین در این زمینه تطبیق دارد. چراکه با افزایش شدت میدان الکتریکی، مدول برش سیال افزایش یافته و لزجت آن دچار تغییر می شود، درنتیجه تودههای داخل سیال، تشکیل زنجیرههای جامدی را می دهند و منجر به تبدیل سیال به ژلی شبیه جامد شده و نهایتاً فرکانس بی بعد ورق را افزایش می دهند. با توجه به شکل ۱۰ میتوان دریافت که مقادیر فرکانس بی بعد و شیب تغییرات آن در شکل ۱۰ میتوان دریافت که مقادیر فرکانس بی بعد و شیب تغییرات آن در

شکل ۱۱ تغییرات فرکانس بی بعد ورق را نسبت به شدت میدان الکتریکی اعمالی در نسبت های ضخامت مختلف هسته الکترورئولو ژیکی برای مدل (a) نشان می دهد. از آنجاکه بازه تغییرات فرکانس بی بعد نسبت به میدان الکتریکی در مقابل تغییرات آن نسبت به α کوچک است نمایش تغییرات به شکل خط درآمده است. با توجه به شکل، افزایش نسبت ضخامت هسته منجر به افزایش فرکانس می شود. البته در ساندویچ حاوی سیال الکترورئولو ژیکی این روند منحنی ها به دلیل تأثیر میدان الکتریکی بر مقادیر فرکانس در بازه های مختلف متغیر است.

شکل ۱۲ تغییرات فرکانس بیبعد ورق را نسبت بهشدت میدان الکتریکی اعمالی در نسبتهای ضخامت مختلف هسته الکترورئولوژیکی برای مدل

(b) نشان میدهد. با مقایسه دو شکل میتوان نتیجه گرفت که در میدانهای الکتریکی با شدت پایین، مقادیر فرکانس در دو مدل به یکدیگر نزدیک است، ولی با افزایش میدان الکتریکی، مقادیر فرکانس مدل (b) از ماده (a) فاصله گرفته و شیب منحنیها در آن تندتر از مدل (a) است.



شکل ۱۰: تغییرات فرکانس بی بعد نسبت به شدت میدان الکتریکی اعمالی در دو مدل مختلف.



شکل ۱۱: تغییرات فرکانس بی بعد نسبت به شدت میدان الکتریکی اعمالی در $lpha_c$ های مختلف در مدل (a).



شکل ۲۱: تغییرات فرکانس بی بعد نسبت به شدت میدان الکتریکی اعمالی در α_c های مختلف در مدل (b).

شکل های ۱۳ و ۱۴ تغییرات فرکانس بی بعد ورق را نسبت به شدت میدان الکتریکی اعمالی در نسبت های مختلف ضخامت هسته الکترورئولوژیکی به رویه برای مدل (a) و (b) نشان می دهد. با توجه به شکل، افزایش δ منجر به افزایش فرکانس می شود. با این توصیف افزایش ضخامت هسته الکترورئولوژیکی (ل δ) منجر به کاهش مقدار فرکانس بی بعد ورق می شود.

شکلهای ۱۵ و ۱۶ تغییرات فرکانس بی بعد ورق را نسبت به شدت میدان الکتریکی اعمالی در نسبت های جانبی مختلف هسته الکترورئولوژیکی برای مدلهای (a) و (b) نشان می دهد. با توجه به شکل، افزایش نسبت جانبی منجر به افزایش فرکانس می شود. برای این پارامتر نیز به دلیل تفاوت در شیب تغییرات فرکانس نسبت به میدان الکتریکی و نسبت جانبی، منحنی ها شکل یک خط نمایش داده می شود.

شکل های ۱۷ و ۱۸ تغییرات فرکانس بی بعد ورق را نسبت به شدت میدان الکتریکی اعمالی در نسبت های مختلف پارامتر کنترل پسخورد سرعت برای مدل های (a) و (b) نشان می دهد. این پارامتر معرف شدت میدان مغناطیسی اعمالی بر رویه های مگنتوستریکتیو است و افزایش آن منجر به کاهش فرکانس بی بعد ورق ساندویچی می شود به طوریکه از این پارامتر در جذب ارتعاشات و یا لغو آن می توان بهره برد.



<mark>شکل ۱۳</mark>: تغییرات فرکانس بیبعد نسبت بهشدت میدان الکتریکی اعمالی در ∂های مختلف در مدل (a).



<mark>شکل ۱۴</mark>: تغییرات فرکانس بیبعد نسبت بهشدت میدان الکتریکی اعمالی در ∂های مختلف در مدل (b).



شکل ۱۵: تغییرات فرکانس بیبعد نسبت بهشدت میدان الکتریکی اعمالی در *۲*های مختلف در مدل (a).



شکل ۱۶: تغییرات فرکانس بیبعد نسبت بهشدت میدان الکتریکی اعمالی در ۲های مختلف در مدل (b).



<mark>شکل ۱۷</mark>: تغییرات فرکانس بی بعد نسبت به شدت میدان الکتریکی اعمالی در K_{vfc}های مختلف در مدل (a).

دو شکل ۱۷ و ۱۸ برای چهار مقدار مختلف از پارامتر کنترل پسخورد سرعت ترسیمشده است که میزان اثربخشی آن را بر روی فرکانس بیبعد ورق ساندویچی در حضور میدان الکتریکی اعمالی بر هسته الکترورئولوژیکی نشان میدهد.



شکل ۱۸: تغییرات فرکانس بی بعد نسبت به شدت میدان الکتریکی اعمالی در Kyrc های مختلف در مدل (b).

همان طور که پیشتر ذکر شد جنس رویه از نوع مواد مگنتوستریکتیو است و تحت میدان مغناطیسی خارجی عرضی قرار گرفته اند. تغییرات میدان مغناطیسی خارجی با استفاده از یک حلقه کنترلی ساده و به کمک پارامتر K_{vfc} تنظیم می شود. با تغییر پارامتر کنترل پسخورد سرعت، می توان فرکانس بی بعد ورق را تغییر داد. چنین موادی بیشتر در کاهش و یا لغو ارتعاشات مخرب^۲ در سیستمهای کنترلی مورد استفاده قرار می گیرند. همان طور که از شکل پیداست با افزایش پارامتر کنترل پسخورد سرعت، فرکانس بی بعد ورق فرکانس بی بعد در مقادیر بالای K_{vfc} بسیار سریع و شدید اتفاق می افتد. فرکانس بی بعد در مقادیر بالای K_{vfc} بسیار سریع و شدید اتفاق می افتد. مشاهده می شود با افزایش این پارامتر، فرکانس بی بعد در هر دو مدل کاهش می باید، همان نتیجه ای که پیش از این نیز انتظار آن می رفت.

ضریب اتلاف^۳: مدل پلاستیک بینگهام اغلب تعریف دقیق و کاملی را از رفتار مواد الکترورئولوژیکی برای طراحی ارائه میکند. در این راستا مدول برشی مختلط (*G) برای پیش بینی رفتار این مواد معرفی می شود. مدول برشی مختلط به دو قسمت حقیقی ('G) و موهومی (''G) تقسیم بندی می شود. بخش حقیقی، مدول ذخیره ساز و بخش موهومی مدول اتلاف نامیده می شود. برای مواد الکترورئولوژیکی این خواص وابسته به میدان الکتریکی خارجی است. برای محاسبه ضریب اتلاف در یک سیستم ارتعاشاتی حاوی سیال الکترورئولوژیکی همچون سیستم ارائه شده در این مقاله، قسمت حقیقی و موهومی فرکانس شناسایی شده و نسبت زیر تحت عنوان ضریب اتلاف معرفی می شود:

$$e^{\omega au} \Rightarrow \omega = \Re(\omega) + i\Im(\omega)$$

 $\Rightarrow \Rightarrow \omega_{\omega} = \frac{\Re(\omega)}{\Im(\omega)} = \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}$

شکل ۱۹ منحنی تغییرات قسمت حقیقی و موهومی و نسبت بین آنها را که تحت عنوان ضریب اتلاف میشناسیم، نسبت به ضریب میرایی (۱ $\geq \xi \geq \circ$) نشان میدهد. از شکل میتوان نتیجه گرفت وقتی ۷/۰ > ξ آنگاه ۱ > (ضریب اتلاف) > ۰۰، چراکه در ۷/۰ $\approx \xi$ ، $(7 - 1) = \xi = \xi$ برای ۷/۰ < ξ ، ۱ < (ضریب اتلاف) است.



شکل ۱۹: ارتباط بین ضریب اتلاف و ضریب میرایی.

شکل ۲۰ تغییرات ضریب اتلاف را برای دو مدل (a) و (d) از هسته الکترورئولوژیکی با افزایش شدت میدان الکتریکی اعمالی بر آن نشان می دهد. شایان ذکر است که در این تحقیق ضریب اتلاف عددی کوچک تر از ۴۰/۰ را به خود اختصاص می دهد یعنی طبق نمو دارهای فوق ۷/۰ > ٤ است. کاهش ضریب اتلاف درنتیجه افزایش شدت میدان الکتریکی نتیجهای بود که انتظار آن از قبل می رفت چراکه بر اساس مستندات و نتایجی که در شکل های پیشین نیز گرفته شد، با افزایش میدان الکتریکی و در پی آن سخت تر شدن سیال الکترورئولوژیکی، فرکانس بی بعد ورق ساندویچی افزایش یفته و در همین حین ضریب اتلاف دچار افت می شوند. در حقیقت اعمال میدان الکتریکی از اتلاف انرژی در سیال الکترورئولوژیکی می کاهد.

مقایسه دو منحنی نشان میدهد واکنش سیال الکترورئولوژیکی مدل (b) در برابر تغییرات میدان الکتریکی سریعتر از مدل (a) است. هم منحنی تغییرات فرکانس بیبعد و هم منحنی تغییرات ضریب اتلاف نسبت به افزایش میدان الکتریکی در مدل (b) دارای شیب تندتری نسبت به مدل (a) است.



²cancellation or suppression vibration ³loss factor

۷ نتیجهگیری

در تحقیق حاضر ارتعاشات ورق ساندویچی متشکل از دو رویه و هسته مرکزی مورد بحث و بررسی قرار گرفت. رویههای سازه ساندویچی از جنس مواد مگنتوستریکتیو انتخاب شد و در بالا و پایین هسته الکترورئولوژیکی قرار گرفت. به دلیل حساسیت رویهها نسبت به میدان مغناطیسی، پارامتر کنترل پسخورد سرعت، بهعنوان عامل انتخابی جهت تنظیم فرکانس ارتعاشات معرفی شد. معادلات حرکت ورق ساندویچی به کمک به کمک روابط کرنش – جابهجایی برای لایههای الاستیک و هسته الکترورئولوژیکی استخراج شدند. سپس دستگاه معادلات استخراجی به روش عددی تفاضل مربعات دیفرانسیلی حل و نتایج به دستآمده که شامل تغییرات فرکانس ورق ساندویچی تحت تأثیر عوامل متعدد هندسی، محیطی و جنسیتی است در قالب شکل ها ارائه شد که مهمترین آنها به شرح زیر است:

- افزایش نسبت ضخامت منجر به افزایش فرکانس بیبعد ورق میشود.
- در بازه مشخص از میدان الکتریکی، افزایش نسبت جانبی منجر به افزایش فرکانس بیبعد ورق می شود.
- افزایش پارامتر کنترل پسخورد سرعت منجر به افزایش شدت میدان مغناطیسی شده و نهایتاً منجر به کاهش فرکانس بی بعد ورق ساندویچی می شود. به عبارت دیگر با تغییر شدت میدان مغناطیسی اعمالی بر روی این مواد، می توان فرکانس ارتعاشات آنها را تنظیم کرد.
- در ورق ساندویچی با هسته الکترورئولوژیکی با افزایش نسبت ضخامت هسته به رویه، فرکانس بی بعد ورق کاهش می یابد.
- با افزایش شدت میدان الکتریکی فرکانس بیبعد ورق ساندویچی با هسته الکترورئولوژیکی در دو مدل دان و یالسینتاس افزایش مییابد.
 چراکه با افزایش شدت میدان الکتریکی، مدول برش سیال افزایشیافته و لزجت آن دچار تغییر میشود، درنتیجه تودههای داخل سیال تشکیل زنجیرههای جامدی را میدهند و منجر به تبدیل سیال به ژلی شبیه جامد شده و نهایتاً فرکانس بیبعد ورق را افزایش میدهند.
- حوزه عملکردی مدل یالسینتاس با توجه به مقادیر میدان الکتریکی از مدل دان در ورق ساندویچی مذکور بیشتر است. با افزایش میدان الکتریکی، مقادیر فرکانس مدل یالسینتاس از مدل دان فاصله گرفته و شیب منحنیها در آن تندتر از مدل (a) است.
- با افزایش میدان الکتریکی و در پی آن سخت ر شدن سیال الکترورئولوژیکی، فرکانس بیبعد ورق ساندویچی افزایشیافته و در همین حین ضریب اتلاف دچار افت می شوند. در حقیقت اعمال میدان الکتریکی از اتلاف انرژی در سیال الکترورئولوژیکی می کاهد.

ترکیب لایههای مگنتوستریکتیو و سیال الکترورئولوژیکی، میتواند معرف نسل جدیدی از حسگرهای الکترومغناطیسی باشد. از چنین سازهای میتوان به عنوان هشداردهنده در انواع سیستمهای مکانیکی و غیره استفاده کرد، به گونهای که تغییرات فرکانس ارتعاشات به عنوان عامل هشدار و میدانهای الکتریکی و مغناطیسی پارامترهای تنظیمکننده رفع عیب به حساب میآیند. استفاده از ورقهای ساندویچی با هسته الکترورئولوژیکی در پی

ساختمان. اعمال میدان الکتریکی به هنگام بادهای پرسرعت موجب می شود تا سیال به حالت شبه جامد در آمده و صلابت ساختمان و تحمل آن را در برابر ناپایداری افزایش دهد، یا میتوان با حذف میدان الکتریکی در هنگام زلزله، ساختمان را شناور کرد.

 Dong, Xufeng, Ou, Jinping, and Guan, Xinchun. Applications of magnetostrictive materials in civil structures: A review. in *The 6th International Workshop on Advanced Smart Materials and Smart Structures Technology*, Dalian, China, 2011.

مراجع

- [2] Hong, C.C. Transient responses of magnetostrictive plates without shear effects. *International Journal of Engineering Science*, 47(3):355 – 362, 2009.
- [3] Hong, C.C. Transient responses of magnetostrictive plates by using the gdq method. *European Journal of Mechanics* - A/Solids, 29(6):1015 - 1021, 2010.
- [4] Lee, S.J., Reddy, J.N., and Rostam-Abadi, F. Transient analysis of laminated composite plates with embedded smart-material layers. *Finite Elements in Analysis and Design*, 40(5):463 – 483, 2004.
- [5] Seung, Hong Min, Kim, Hoe Woong, and Kim, Yoon Young. Development of an omni-directional shearhorizontal wave magnetostrictive patch transducer for plates. *Ultrasonics*, 53(7):1304 – 1308, 2013.
- [6] Thermal sinusoidal vibration and transient response of magnetostrictive functionally graded material plates without shear effects. Applications in Mechanical Engineering (RAME), 2(1), 2013.
- [7] Don, David L. An investigation of electrorheologial material adaptive structures. Master's thesis, Lehigh University, 1993.
- [8] Yeh, Jia-Yi and Chen, Lien-Wen. Vibration of a sandwich plate with a constrained layer and electrorheological fluid core. *Composite Structures*, 65(2):251 – 258, 2004.
- [9] Yeh, Jia-Yi and Chen, Lien-Wen. Dynamic stability of a sandwich plate with a constraining layer and electrorheological fluid core. *Journal of Sound and Vibration*, 285(3):637 – 652, 2005.
- [10] Yeh, Jia-Yi. Vibration analyses of the annular plate with electrorheological fluid damping treatment. *Finite Elements in Analysis and Design*, 43(11):965 – 974, 2007.
- [11] Wei, Kexiang, Meng, Guang, Zhang, Wenming, and Zhou, Shuo. Vibration characteristics of rotating sandwich beams filled with electrorheological fluids. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 18(11):1165–1173, 2007.
- [12] Rezaeepazhand, Jalil and Pahlavan, Lotfollah. Transient response of sandwich beams with electrorheological core. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 20(2):171–179, 2009.
- [13] Ramkumar, K. and Ganesan, N. Vibration and damping of composite sandwich box column with viscoelastic/electrorheological fluid core and performance comparison. *Materials & Design*, 30(8):2981 – 2994, 2009.

studies of electrorheological materials: Moderate frequencies. *Journal of Rheology*, 35(3):399–425, 1991.

- [18] Yalcintas, Melek and Coulter, John P. Electrorheological material based adaptive beams subjected to various boundary conditions. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 6(5):700–717, 1995.
- [19] Jung, W.J., Jeong, W.B., Hong, S.R., and Choi, S.-B. Vibration control of a flexible beam structure using squeeze-mode er mount. *Journal of Sound and Vibration*, 273(1):185 – 199, 2004.
- [20] Shu, Chang. Differential quadrature and its application in engineering. Springer, 2000.

- [14] Allahverdizadeh, A., Mahjoob, M.J., Eshraghi, I., and Nasrollahzadeh, N. On the vibration behavior of functionally graded electrorheological sandwich beams. *International Journal of Mechanical Sciences*, 70:130 – 139, 2013.
- [15] Lu, XiaoYan and Li, Hui. Magnetic properties of terfenol-d film on a compliant substrate. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 322(15):2113 – 2116, 2010.
- [16] Reddy, Junuthula Narasimha. Energy principles and variational methods in applied mechanics. John Wiley & Sons, 2004.
- [17] Gamota, D. R. and Filisko, F. E. Dynamic mechanical