

## تحلیل ناپایداری سازه درام دوار یک موتور توربینی تحت بارهای فشاری و حرارتی

**چکیده:** کماتش یکی از دلایل اصلی خرابی در سازه‌های جداره نازک است، بنابراین امکان وجود کماتش را همیشه باید در طراحی و تحلیل آنها در نظر داشت. در این تحقیق یک درام دوار در یک موتور توربینی که چندین ردیف پره روی محیط خارجی آن متصل هستند مورد تحلیل ناپایداری قرار می‌گیرد. سازه درام دوار در واقع یک سازه مخروطی جداره نازک است که تحت انواع بارهای مکانیکی و حرارتی قرار دارد. ابتدا درام دوار به صورت یک سازه استوانه‌ای مدل و در نرم‌افزار المان محدود آباکوس تحلیل و به کمک روابط تئوری مورد صحت‌سنجی قرار می‌گیرد. در ادامه هندسه درام به شکل مخروطی مدل می‌شود و روند تحلیل مشابه حالت قبل انجام می‌گردد. تنش‌های اعمالی روی سازه معین می‌شوند و ضرایب کماتش یا همان مقادیر ویژه استخراج می‌گردند و پایداری سازه درام و عوامل موثر بر آن مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد. نتایج تحلیل نشان می‌دهند میزان تاثیر بارگذاری حرارتی بر کماتش سازه درام بیشتر از بارگذاری‌های فشار خارجی است. در درام مخروطی تنش بحرانی ۷۱۰ مگاپاسکال و ماکزیمم تنش کاری برابر ۶۶۰ مگاپاسکال است.

**واژه های راهنما:** موتور توربینی، سازه درام دوار، بارهای مکانیکی و حرارتی، تحلیل سازه، تحلیل ناپایداری.

بهروز شهریاری\*  
استادیار

علیرضا علیپوری تراب  
کارشناس ارشد

مصطفی ناظمی زاده  
استادیار،  
مجتمع دانشگاهی مکانیک،  
دانشگاه صنعتی مالک اشتر

مقاله علمی پژوهشی  
دریافت: ۱۴۰۰/۰۸/۰۲  
پذیرش: ۱۴۰۰/۱۱/۰۲

Behrooz  
Shahriari\*  
Assistant professor

Alireza Alipouri  
Toraab  
MSc.

Mostafa  
Nazemizadeh  
Assistant professor,  
Faculty of Mechanics,  
Malek Ashtar  
University of  
Technology

## Analysis of instability of a turbine engine's rotary dram under compressive and thermal loads

**Abstract:** Buckling is one of the main causes of breakdown in thin wall structures, so the possibility of buckling should always be considered in design and analysis. In this research, instability of a rotating drum in a turbine engine with several rows of blades attached to its external environment is analyzed. The rotary drum structure is a thin-walled conical structure that is subjected to a variety of mechanical and thermal loads. The rotary drum is modeled as a conical structure and analyzed in the Abaqus finite element software and verified by theoretical relations. The stresses applied to the structure are determined, and the buckling coefficients, or eigenvalues, are extracted, and the stability of the drum structure and its associated factors are discussed. The results of the analysis show that the effect of thermal loading on the buckling of the drum structure is greater than external pressure loadings. In the cone drum the critical stress is 710 MPa and the maximum working stress is 660 MPa.

**Keywords:** Turbine engine, Rotary drum structure, Mechanical and thermal loads, Structural Analysis, Instability analysis.

## ۱- مقدمه

مختلف نشان می‌دهد قطعاتی که بیشتر در معرض خرابی قرار دارند و طراحی سازه آنها امری حیاتی برای موتور است در درجه اول قطعات روتور (اعم از روتور توربین، روتور کمپرسور و پره‌های دوار) و در درجه دوم بخش تحت گرادیان حرارتی شدید یعنی محفظه احتراق می‌باشند. البته در موتورهای با توان پایین، توربین بحرانی‌ترین جزء است و در موتورهای با توان بالا کمپرسور بحرانی‌ترین است. درام کمپرسور نیز به عنوان یک جزء روتور به دلیل قرارگرفتن در معرض بارهای فشاری و حرارتی نیازمند پایداری در مقابل این بارها می‌باشد.

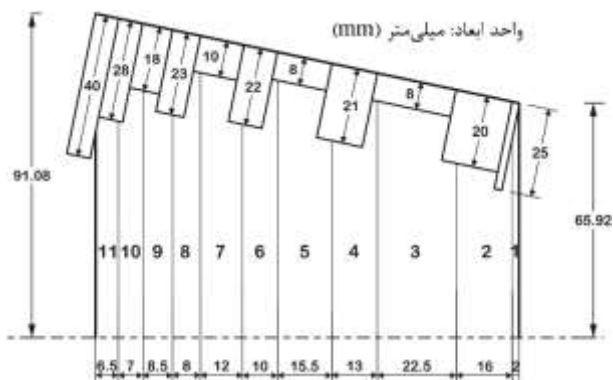
فلاگ [۲] در سال ۱۹۳۶ مدل ریاضی پیچیده، کمانش پوسته مخروطی تحت بار فشاری را مورد مطالعه قرار داد. سید [۳] در سال ۱۹۵۶ یک رابطه ساده برای کمانش پوسته‌های مخروطی همسانگرد تحت بارگذاری محوری برای مخروط با ضخامت ثابت ارائه کرد. ایشان همچنین در سال ۱۹۶۱ [۴] برای اثبات مقدار بار بحرانی استوانه و مخروط تلاش کرد. مطالعه کمانش پوسته‌های مخروطی تحت فشار خارجی متغیر در طول یال مخروط توسط سینگر [۵] در سال ۱۹۶۱ ارائه شده است. ویگرتن و سید [۶] در سال ۱۹۶۵ آزمایش‌های زیادی را روی پوسته‌های مخروطی تحت بارگذاری فشار محوری و فشار هیدروستاتیک خارجی انجام دادند. در سال ۱۹۶۶ برنز [۷] درباره طراحی وزن بهینه پوسته‌های مخروطی تقویت شده توسط تقویت کننده‌های محیطی تحت فشار هیدروستاتیک یک بررسی پارامتری انجام داد. کومنکی [۸] در سال ۱۹۶۷ کمانش پوسته‌های ناقص مخروطی را تحت فشار استاتیکی جانبی یکنواخت را مورد مطالعه قرار داد. برکوویتس و همکارانش [۹] در سال ۱۹۶۷ به بررسی کمانش پوسته مخروطی آلومینیومی بدون تقویت کننده به روش آزمایشگاهی تحت ترکیبی از بارهای مختلف پرداختند. تنی و یاماکی [۱۰] در سال ۱۹۷۰ پایداری الاستیک پوسته‌های مخروطی تحت بار محوری را با شرایط مرزی ساده و گیردار بررسی کرده‌اند. تنی [۱۱] در سال ۱۹۷۸ به مطالعه‌ی کمانش حرارتی پوسته‌ی مخروطی ناقص تحت بارگذاری حرارتی یکنواخت، به روش تحلیلی و با استفاده از معادلات دائل پرداخت. در سال ۱۹۸۰ چنگ و کتز [۱۲] کمانش پوسته‌های مخروطی تحت بار محوری با شرایط مرزی مناسب را بررسی کردند. در سال ۱۹۸۵ تنی [۱۳] کمانش پوسته‌های مخروطی ناقص را تحت اثر بارهای ترکیبی بررسی کرد. تانگ و ونگ [۱۴] در سال ۱۹۹۴ یک روش برای تحلیل کمانش پوسته‌های مخروطی لایه‌ای تحت بار محوری و فشار خارجی نشان دادند. رس [۱۵] ارتعاش و ناپایداری الاستیک پوسته‌های مخروطی ناقص را تحت فشار یکنواخت خارجی در سال ۱۹۹۵ بررسی کرد. در سال ۱۹۹۵ پارباتمونو و همکارش [۱۶] بار کمانش محوری پوسته مخروطی با شرایط مرزی مختلف را به روش نیمه تحلیلی مورد مطالعه قرار دادند. اسپگنولی [۱۷] در سال ۱۹۹۹ رفتار کمانش و پس کمانش و در سال ۲۰۰۱ [۱۸] موده‌های مختلف کمانش

در سال‌های اخیر به منظور کاهش هزینه‌های ساخت و همچنین کم کردن حجم ماشین‌آلات و سازه‌ها با حفظ کارایی و حتی بهبود آن و با پیشرفت روش‌های تولید، مواد با مقاومت بالاتر و سازه‌های با حجم و وزن کمتر مورد توجه طراحان قرار گرفته‌اند. در این بین به علت کاهش ضخامت مواد مورد استفاده در ساختار سازه‌ها، پدیده کمانش بیشتر از گذشته اهمیت پیدا کرده است؛ زیرا با کاهش ضخامت، مقاومت کمانشی سازه کاهش پیدا کرده و در نتیجه معیار اصلی طراحی کمانش خواهد بود. در گذشته موارد زیادی اتفاق افتاده که در آن علت شکست سازه‌ها پدیده کمانش گزارش شده است. فروپاشی سیلوها، پل‌های درحال ساخت، سکوی نفتی و شکست سازه‌های هواپیما پیش از رسیدن به بار نهایی طراحی مثال‌هایی از این دست هستند. در ساخت سازه‌های هوایی با توجه به اینکه مسئله وزن اهمیت بسیار زیادی دارد ضرورت بررسی مسئله کمانش دوچندان می‌شود. در مورد این سازه‌ها در صورتی که طراح ضخامت سازه‌ها را بیش از حد در نظر بگیرد، منجر به افزایش وزن سازه می‌گردد. از طرفی، با کاهش ضخامت قطعات برای جلوگیری از افزایش غیر مجاز وزن سازه، مسئله کمانش حساس‌تر می‌شود و در نتیجه طراحی این نوع سازه‌ها ملزم به یک روند تکرار و سعی و خطا می‌باشد تا نقطه بهینه طراحی مشخص شود [۱].

سازه روتور به عنوان جزء لاینفک موتور توربین‌گازی هوایی یک نمونه از سازه‌های پیچیده است که اجزای آن تحت اعمال نیروهای مکانیکی ثابت و متغیر و گرادیان دمایی بالا کار می‌کنند که انواع خرابی‌های سازه‌ای را در موتور سبب می‌شوند. یک موتور ممکن است دارای روتوری با چندین دیسک در کمپرسور و توربین باشد که وزن بالایی را به موتور تحمیل می‌کنند. روتورها برای حفظ یکپارچگی دارای الزامات سختگیرانه‌ای هستند و این اهمیت طراحی سازه روتور را نشان می‌دهد. واماندگی یک جزء روتور نظیر دیسک یا درام می‌تواند یک فاجعه مصیبت بار در پرواز باشد. اگر جزئی از روتور گسیخته شود می‌تواند به آسانی سازه موتور و بدنه هواپیما را شکافته و باعث آسیب مسافران یا سقوط هواپیما گردد. بررسی نتایج تحقیقات و گزارش‌های علمی منتشر شده معتبر، نظیر مقالات منتشر شده در مجلات علمی و رایج شده در کنفرانس‌های تخصصی، کتب تخصصی توربین‌گاز هوایی و بررسی خرابی‌های سازه‌ای ایجاد شده در قسمت‌های مختلف موتورهای که منجر به خسارات مالی و جانی شده است حاکی از اهمیت موضوع طراحی سازه موفق روتور است. برای پیش‌بینی شکست ناشی از ناپایداری سازه‌ای، نیاز به نوشتن معادلات تعادل و حرکت برای سازه تغییر شکل یافته می‌باشد. تغییر شکل سازه روتور در اصل غیرخطی و پیچیده است، هرچند غالباً به منظور ساده کردن تحلیل، قابل خطی‌سازی می‌باشد. بررسی علل خرابی در موتورهای توربین‌گاز در اندازه‌ها و توان‌های

### ۳- شناسایی و روابط حاکم بر کماتش پوسته استوانه‌ای تحت فشار خارجی یکنواخت و بار حرارتی یکنواخت

شکل ۱ به صورت شماتیک نمایی برش خورده از هندسه درام مورد بررسی را به همراه ابعاد هندسی نشان می‌دهد. در شکل ۲ و ۳ به ترتیب مقادیر مربوط به مدول الاستیسیته و ضریب انبساط طولی جنس سازه درام مورد بررسی برحسب دما قابل مشاهده است.

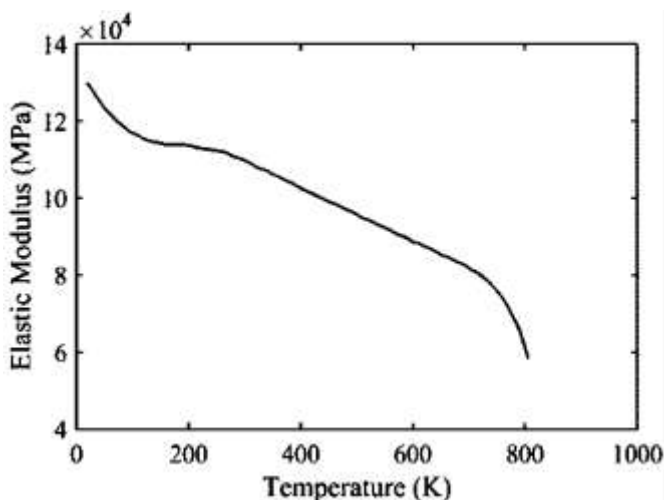


شکل ۱ نمای برش خورده متقارن و ابعاد سازه درام تقویت‌شده

در جدول ۱ برخی مشخصات ابعادی و خواص جنس سازه درام آورده شده است.

جدول ۱ مشخصات درام مخروطی مورد بررسی

ضریب پواسون	چگالی ( $\times 10^{-6} \text{ kg/mm}^3$ )	طول (mm)	شعاع انتها (mm)	شعاع ابتدا (mm)
۰/۳۱	۴/۴۲	۱۲۱	۹۱/۰۸	۶۵/۹۲



شکل ۲ تغییرات مدول الاستیسیته درام (آلیاژ Ti6Al4V - Annealed) بر حسب دما

پوسته‌های مخروطی تقویت شده توسط تقویت کننده‌های طولی تحت فشار محوری را از طریق تحلیل المان محدود بررسی کرده است. کارل و همکاران [۱۹] در سال ۱۹۹۹ کماتش پوسته مخروطی با دیواره ضخیم تحت فشار هیدروستاتیک خارجی مورد آزمایش قرار دادند. در سال ۲۰۰۱ بار کماتش پوسته مخروطی فلزی بدون تقویت کننده تحت بار محوری با استفاده از روش آزمایشگاهی توسط کریسانتوپولوس و همکارش [۲۰] مورد بررسی قرار گرفت. شکوری [۲۱] در سال ۲۰۰۲ حل تحلیلی مسئله کماتش پوسته مخروطی تحت بارگذاری فشاری محوری یکنواخت را انجام داد. در سال ۲۰۰۴ گلد فلد و آربوکس [۲۲] به مطالعه‌ی کماتش پوسته‌های مخروطی تقویت شده پرداختند. در سال‌های ۲۰۰۵، ۲۰۰۶ و ۲۰۰۸ پتل [۲۳-۲۵] به کمک روش نیمه تحلیلی کماتش پوسته‌های مخروطی ناقص تحت بارگذاری‌های پیچشی، فشار جانبی و فشار محوری را مطالعه نمود. تحلیل الاستیک-پلاستیک کماتش پوسته مخروطی فلزی بدون تقویت کننده برای اولین بار توسط بارچوت و همکارش [۲۶] در سال ۲۰۱۲ صورت گرفت. در سال ۲۰۱۲ شادمهری و همکارانش [۲۷] با استفاده از روش نیمه تحلیلی و بر اساس تئوری مرتبه اول برشی به مطالعه‌ی کماتش پوسته‌ی مخروطی تحت فشار محوری پرداختند. در سال ۲۰۱۴ پیش‌بینی بار کماتش پوسته‌های استوانه‌ای و مخروطی بایک مدل نیمه تحلیلی توسط کاسترو و همکارانش [۲۸] مورد بررسی قرار گرفت. در سال ۲۰۱۴، زیرکیان و همکارش [۲۹] بارهای کماتش پوسته مخروطی را با استفاده از روش برون‌یابی تعیین کردند. در سال ۲۰۱۸، ترقی و شوکتی [۳۰] رفتار کماتشی پوسته مخروطی فولادی تحت فشار خارجی یکنواخت را مورد بررسی قرار دادند. در سال ۲۰۱۹، رضائی و مسعودی [۳۱] به بررسی ناپایداری پوسته‌های مخروطی با استفاده از درون‌یابی ترکیبی المان شش نقطه‌ای پرداختند. در سال ۲۰۲۰، بهلولی و همکاران [۳۲] ناپایداری دینامیکی پوسته مخروطی تقویت شده با پوشش کامپوزیتی را بررسی نمودند. در سال ۲۰۲۱، تائوفو و همکاران [۳۳] تحلیل ناپایداری پوسته‌های مخروطی کامپوزیتی محصور شده با بستر الاستیک را انجام دادند. در این تحلیل آنها از روش تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول استفاده کردند. هدف اصلی این پژوهش، تحلیل ناپایداری درام مخروطی تقویت شده در کمپرسور موتور توربینی هوایی تحت بارهای فشاری و حرارتی است. این درام عضو اصلی روتور در موتورهای توربینی پیشرفته کنونی است. حضور نیروی گریز از مرکز در سرتاسر درام دوار علاوه بر نیروهای آیرودینامیکی و بارهای حرارتی از جنبه‌های نوآوری این تحقیق است. حضور بارهای ترکیبی آیرودینامیکی، بارهای حرارتی ناشی از گرادیان شدید حرارتی و بارهای بزرگ گریز از مرکز ناشی از دوران روتور و لحاظ ترکیب هم‌زمان این بارها در تحلیل پایداری درام دوار جنبه اصلی نوآوری این پژوهش است.

$$p_e a = \frac{(\bar{m}^2 + n^2)^2 D}{n^2 a^2} + \frac{\bar{m}^4}{n^2 (\bar{m}^2 + n^2)^2} (1 - v^2) C \quad (4)$$

برای یافتن مقدار بحرانی، باید مقداری از  $m$  که به ازای آن رابطه ۴ به حداقل مقدار خود می‌رسد یعنی  $m = 1$  اعمال شود.

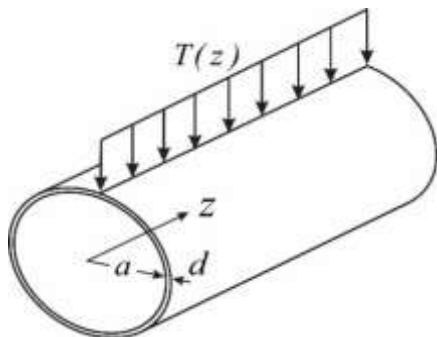
$$p_e a = \frac{[(\pi a/L)^2 + n^2]^2 D}{n^2 a^2} + \frac{(\pi a/L)^4}{n^2 [(\pi a/L)^2 + n^2]^2} (1 - v^2) C \quad (5)$$

که در نهایت با جایگذاری روابط  $C = Eh/(1 - v^2)$  و  $D = Eh^3/[12(1 - v^2)]$  در معادله (۵)، معادله بار بحرانی از طریق رابطه (۶) بدست می‌آید.

$$\frac{p_e a}{Eh} = \frac{[(\pi a/L)^2 + n^2]^2 (h/a)^2}{n^2 12(1 - v^2)} + \frac{(\pi a/L)^4}{n^2 [(\pi a/L)^2 + n^2]^2} \quad (6)$$

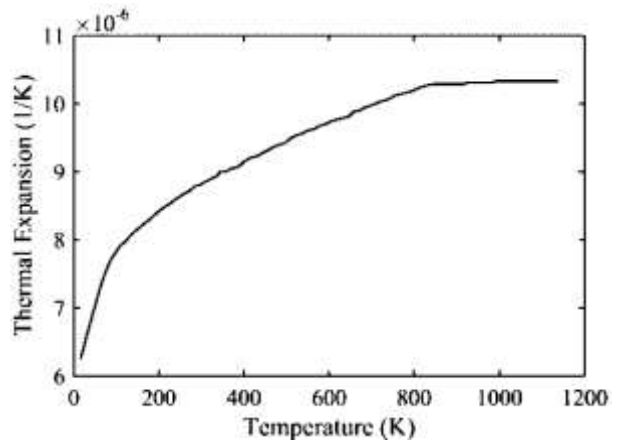
که در آن فشار بحرانی،  $a$  شعاع سازه،  $E$  مدول الاستیسیته،  $L$  طول سازه،  $h$  ضخامت سازه،  $v$  ضریب پواسون و  $n$  ضریبی است که به ازای یک مقدار از آن  $p_e$  به مقدار حداقل می‌رسد.

در صورتی که سازه استوانه‌ای تحت بار حرارتی یکنواخت در راستای طول قرار بگیرد، می‌تواند منجر به کمناش سازه شود. شکل ۳ یک سازه استوانه‌ای تحت بار حرارتی یکنواخت محوری را نمایش می‌دهد.



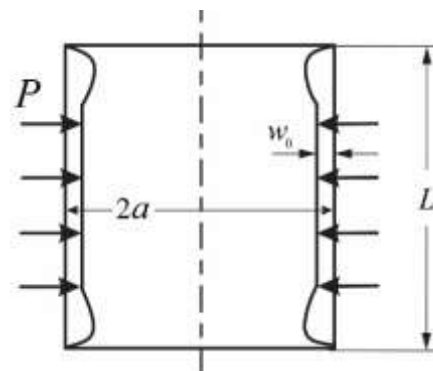
شکل ۵ نمای سازه استوانه‌ای تحت بار حرارتی یکنواخت محوری

بار کمناش برای سازه استوانه‌ای که تحت بار حرارتی مطابق شکل ۵ قرار گرفته، در واقع دمای بحرانی است که از رابطه ۷ محاسبه می‌گردد [۳۵].



شکل ۳ تغییرات ضریب انبساط طولی درام (آلیاژ Ti6Al4V- Annealed) بر حسب دما

یک پوسته استوانه‌ای می‌تواند تحت فشار خارجی قرار بگیرد و به کمناش برسد. شکل ۴، یک سازه استوانه‌ای تحت فشار خارجی را نشان می‌دهد.



شکل ۴ نمای سازه درام استوانه‌ای تحت فشار خارجی

معادله پایداری سازه استوانه‌ای تحت فشار خارجی یکنواخت به صورت رابطه (۱) می‌باشد [۳۴].

$$D \nabla^8 w + \frac{1 - v^2}{a^2} C w_{,xxxx} + \frac{1}{a} P_e \nabla^4 (w, \theta\theta) = 0 \quad (1)$$

از آنجایی که تکیه‌گاه ساده مفروض می‌باشد، بنابراین شرایط مرزی به صورت رابطه (۲) می‌باشد.

$$x = 0, l, \quad w = w_{,xx} = 0 \quad (2)$$

رابطه (۱) یک معادله دیفرانسیل با ضرایب ساده می‌باشد که می‌توان جواب آن را به صورت رابطه (۳) در نظر گرفت.

$$w = C_1 \sin \bar{m} x \sin n \theta \quad (3)$$

با جایگذاری رابطه (۳) در معادله (۱) و اعمال شرایط مرزی، رابطه (۴) حاصل می‌شود.

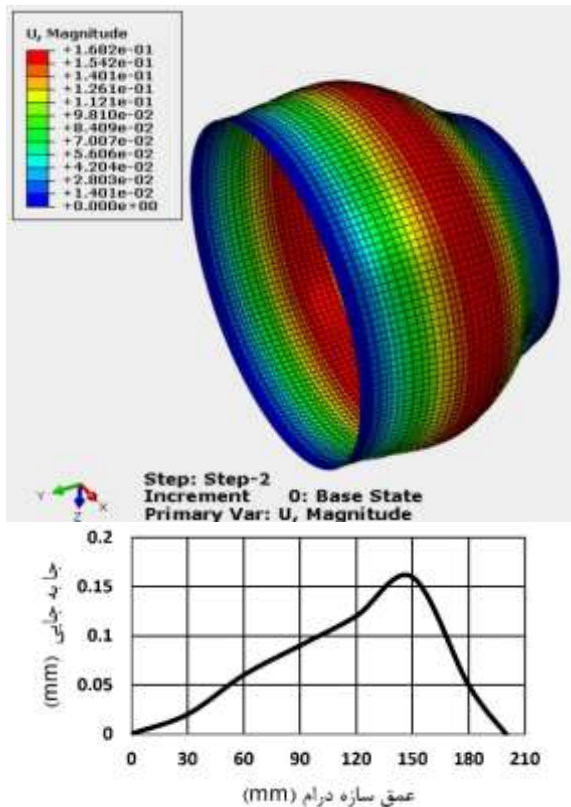
افزار نیز این نیرو به صورت فشار روی سطح هر یک از پایه‌ها (تقویت کننده‌ها) محاسبه و مدل شده است. این مقادیر پس از محاسبه در جدول ۴ آورده شده‌اند.

جدول ۳ مقادیر فشار خارجی در قسمت‌های مختلف درام

شماره بخش	مقدار فشار (atm)
۱	۱/۳
۳	۱/۵
۵	۲
۷	۳
۹ و ۱۱	۴

جدول ۴ مقادیر فشار حاصله از نیروی گریز از مرکز بر روی هر یک از تقویت کننده‌ها

شماره بخش	مقدار فشار (MPa)
۲	$4.32 \times 10^{-3} \text{ MPa}$
۴	$3.12 \times 10^{-3} \text{ MPa}$
۶	$2.57 \times 10^{-3} \text{ MPa}$
۸	$2.1 \times 10^{-3} \text{ MPa}$
۱۰	$1.63 \times 10^{-3} \text{ MPa}$



شکل ۶ نتیجه بارگذاری‌های مرحله اول تحلیل

در شکل ۶ چون مرحله اول تحلیل، استاتیکی تعریف شد، لذا فقط نتیجه اعمال بارگذاری‌های فشار خارجی و بار گریز از مرکز ناشی از دوران که باعث انبساط عرضی سازه شده، مشاهده

$$T_{cr} = \frac{1}{\sqrt{3(1-v^2)}} \frac{d}{aa} \quad (7)$$

که در آن  $d$  ضخامت سازه،  $\alpha$  ضریب انبساط حرارتی،  $r$  شعاع سازه و  $\nu$  ضریب پواسون می‌باشد.

#### ۴- مدل سازی و تحلیل کمانش درام دوار موتور توربینی

با توجه به روابط بیان شده برای پایداری سازه، شرایط مرزی به صورت لولا در نظر گرفته می‌شود. بارگذاری‌های اعمال شده به سازه فشار خارجی، بارگذاری حرارتی و بار اینرسی ناشی از سرعت دورانی یعنی بار گریز از مرکز روی سازه هستند. در مدل سازی سازه در نرم افزار آباکوس دو مرحله که مرحله اول از نوع static general و مرحله دوم از نوع کمانش خطی هستند، تعریف می‌شوند. بارگذاری‌های فشار یکنواخت و سرعت دورانی در مرحله اول و بارگذاری حرارتی در مرحله دوم قرار می‌گیرند. پس از المان بندی مدل و درخواست انجام تحلیل در نرم افزار، نتایج به صورت شکل‌های ۶ و ۷ و ۸ بدست می‌آیند.

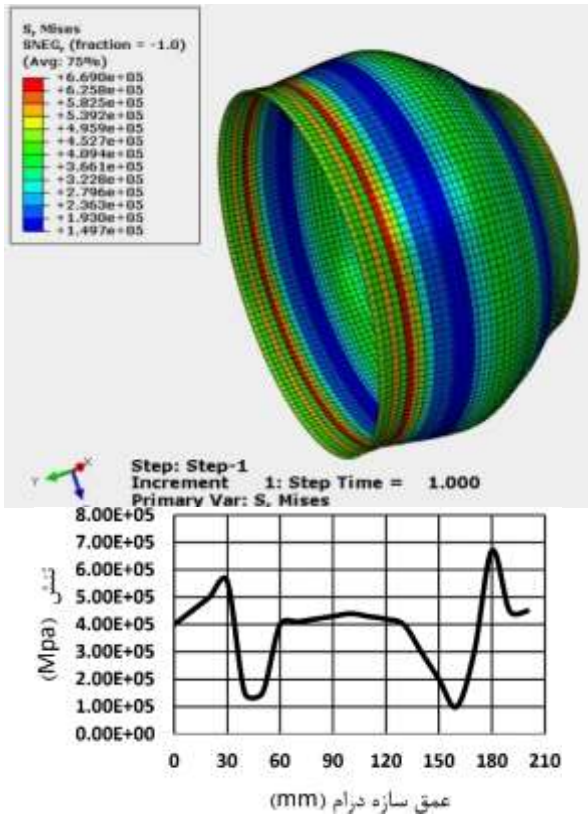
در جدول ۲، شرایط مرزی برای هر دو درام استوانه‌ای و مخروطی و نوع و اندازه المان مورد استفاده برای تحلیل المان محدود در نرم افزار، آورده شده است. در رابطه با اندازه انتخاب شده برای المان‌ها، این نکته حائز اهمیت است که این مقادیر بهینه شده هستند. در واقع پس از بررسی همگرایی المان‌ها، بهترین اندازه برای المان‌ها به صورت اعداد موجود در جدول ۲ می‌باشد.

جدول ۲ مشخصات المان‌ها و شرایط مرزی استفاده شده

درام	شرایط مرزی	نوع المان (shell)	اندازه تقریبی المان
استوانه‌ای	گیردار	Quad-dominated	۵
مخروطی	گیردار	Quad-dominated	۳

از آنجایی که مقدار دما در دهانه کوچک درام ۲۷۳ کلوین و در دهانه بزرگ ۴۰۰ کلوین می‌باشد، لذا برای بیان تغییرات حرارت در سرتاسر درام نیاز به تابع خطی  $T(y) = 127 * \frac{y}{121} + 273$  وجود دارد. مقدار سرعت دورانی کل سازه  $v = 3350 \text{ rad/sec}$  است. مقدار فشار خارجی در قسمت‌های مختلف سازه درام، در جدول ۳ با توجه به شکل ۱ آورده شده است. در جدول ۴ نیز مقادیر فشار اعمالی به تقویت کننده‌ها حاصل از نیروی گریز از مرکز ردیف‌های پره‌های درام آورده شده است. لازم به ذکر است که بخش‌های ۲، ۴، ۶، ۸ و ۱۰ به علت آن که به عنوان پایه پره‌های موتور توربینی (تقویت کننده سازه) مدل شده‌اند، لذا خود نیروی گریز از مرکز پره‌ها بر روی این بخش‌ها وارد می‌شود. که مقدار این نیرو برای هر ردیف پره با توجه به ابعاد پره‌های آن ردیف متفاوت می‌باشد. در نرم

نتیجه تحلیل تنش سازه تحت کلیه بارگذاری‌ها در شکل ۹ قابل مشاهده است. انجام تحلیل تنش جهت محاسبه مقدار ضریب اطمینان انجام می‌شود. پس از انجام تحلیل تنش در نرم‌افزار و مقایسه مقادیر حداکثر تنش کاری و تنش مجاز مقدار ضریب اطمینان بیشتر از ۱ محاسبه می‌شود. بنابراین از لحاظ مقدار بارگذاری و ضخامت پوسته مشکلی وجود ندارد.



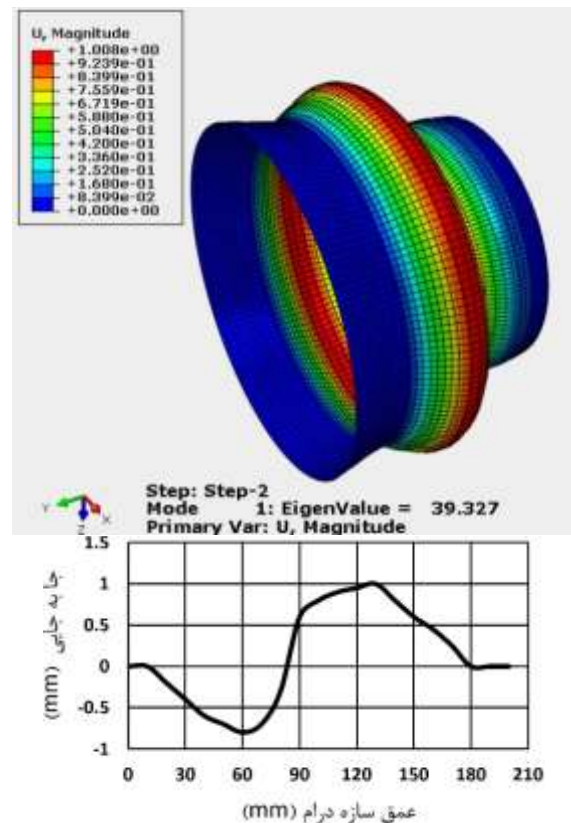
شکل ۹ نتیجه تحلیل تنش ناشی از کلیه بارگذاری‌ها

### ۵- صحت‌سنجی نتایج

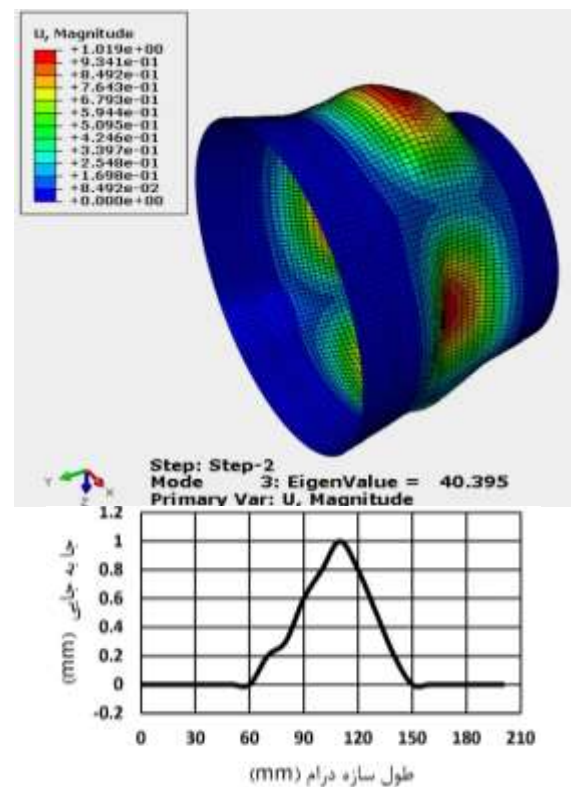
نتایج بدست آمده از تحلیل کمانش در نرم‌افزار با استفاده از روابط مذکور، صحت‌سنجی می‌شوند. بدین صورت که به ازای مقادیر جداگانه بارگذاری‌ها صحت‌سنجی انجام می‌شود و از مجموع آن‌ها به صحت نتایج تحلیل اصلی پی‌برده می‌شود. با توجه به در دسترس بودن روابط کمانش پوسته استوانه‌ای و توجه به این که پوسته استوانه‌ای و مخروطی مشخصات هندسی نزدیک به یکدیگر دارند، می‌توان جهت صحت‌سنجی تحلیل، از پوسته استوانه‌ای استفاده کرد. جهت انجام این امر از مقادیر جدول ۵ استفاده می‌شود.

در صحت‌سنجی اول مقدار فشار خارجی ۴ مگاپاسکال به سطح خارجی درام اعمال می‌شود. در نرم‌افزار، تحلیل فقط در یک مرحله از نوع کمانش خطی انجام می‌گیرد. همانطور که در شکل ۱۰ می‌توان دید، مقدار ویژه‌ای که نرم‌افزار به عنوان ضریب

می‌شود. در شکل‌های ۷ و ۸ نتیجه تحلیل کمانش ناشی از اعمال تمامی بارگذاری‌های مذکور در مودهای ۱ تا ۳ نمایان است.



شکل ۷ نتیجه بارگذاری‌های مرحله دوم تحلیل کمانش در مود اول



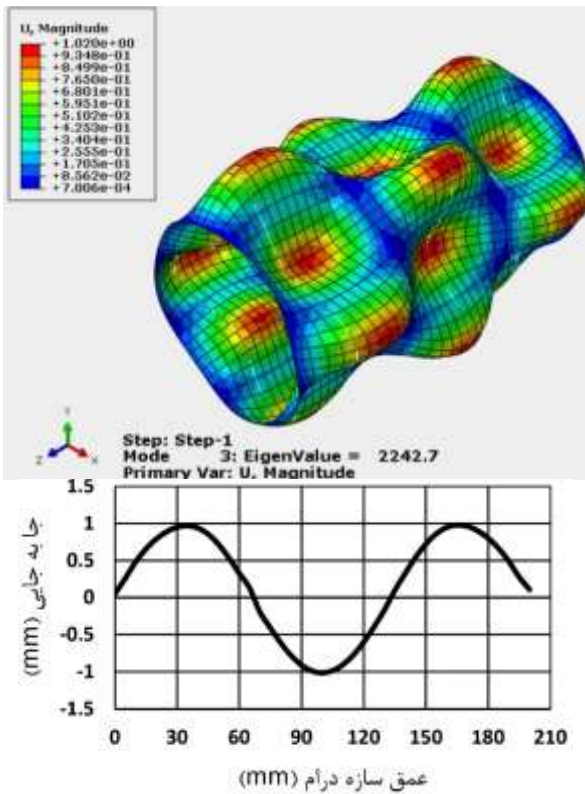
شکل ۸ نتیجه بارگذاری‌های مرحله دوم تحلیل کمانش در مود دوم و سوم

سوم

بار بحرانی کمانش ارائه می‌کند برابر ۵/۴ است. بنابراین مقدار بار بحرانی برای این بارگذاری در رابطه ۸ محاسبه می‌شود.

جدول ۵ مشخصات هندسی و جنس پوسته استوانه‌ای

۵۰ cm	شعاع (r)
۲ cm	ضخامت (d)
۲۰۰ cm	طول (L)
$1.1 \times 10^{-5} (1/^\circ C)$	ضریب انبساط طولی ( $\alpha$ )
۰/۲۶	ضریب پواسون ( $\nu$ )
$2 \times 10^9 (Kg/S^2cm)$	مدول الاستیسیته (E)



شکل ۱۱ مقدار ویژه به ازای فشار محوری اعمالی ۲ مگاپاسکال

$P_{cr} = P \times \lambda = 2 \times 2242 = 4484 \text{ Mpa}$  (۹)  
 از آنجاکه به واسطه بار فشاری محوری، تغییر طولی در سازه درام به وجود می‌آید، بنابراین از طریق تساوی روابط ۱۰ و ۱۱ می‌توان به مقدار دمای بحرانی سازه رسید.

$$\delta = \frac{FL}{AE} \quad (10)$$

$$P_{cr} = P \times \lambda \quad (11)$$

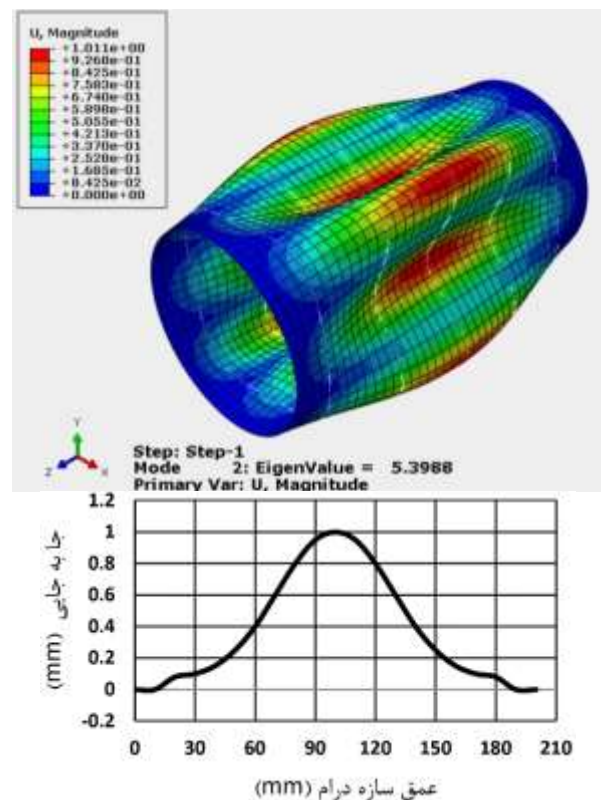
$$= 2 \times 2242$$

$$= 4484 \text{ Mpa}$$

با استفاده از روابط ۱۰ و ۱۱ مقدار دمای بحرانی محاسبه شده برای سازه درام مطابق رابطه ۱۲ می‌باشد.

$$\Delta T_{cr} = \frac{P_{cr}}{E\alpha} = \frac{4484}{2.2} = 2038 \text{ }^\circ C \quad (12)$$

دمای بحرانی کمانش که توسط رابطه ۷ و با مقادیر جدول ۴ محاسبه شده برابر با ۲۲۰۰ سلسیوس می‌باشد. نهایتاً با درصد خطای ناچیز ۰/۷٪، می‌توان گفت نتایج نرم‌افزار قابل قبول می‌باشد. با توجه به اینکه رابطه ۷ برای محاسبه دمای بحرانی در حالت بارگذاری حرارتی ثابت استفاده می‌شود و بارگذاری حرارتی مسئله به صورت گرادیان خطی حرارتی است، لذا جهت استفاده از این رابطه در انجام این تحلیل، مسئله کمانش حرارتی (به صورت تک مرحله کمانش) یکبار با گرادیان خطی حرارتی و بار دیگر با حرارت ثابت میانگین گرادیان در نرم‌افزار تحلیل شد و طبق شکل‌های ۱۲ و ۱۳ نتایج یکسانی حاصل شد.



شکل ۱۰ مقدار ویژه به ازای بار خارجی اعمالی ۴ مگاپاسکال

$$P_{cr} = 4 \text{ Mpa} \times 5.4 = 21.6 \text{ Mpa} \quad (8)$$

و بار بحرانی کمانش که توسط رابطه ۶ و با مقادیر جدول ۵ محاسبه شده برابر با ۲۱ مگاپاسکال می‌باشد. نهایتاً با درصد خطای ناچیز ۰/۳٪، می‌توان گفت نتایج نرم‌افزار قابل قبول می‌باشد.

در صحت‌سنجی دوم برای بارگذاری حرارتی، مقدار فشار محوری ۲ مگاپاسکال به لبه‌های ابتدا و انتهای درام اعمال می‌شود و در نرم‌افزار تحلیل فقط در یک مرحله از نوع کمانش خطی انجام می‌گیرد. همان‌طور که در شکل ۱۱ پیدا است، مقدار ویژه‌ای که نرم‌افزار به عنوان ضریب بار بحرانی کمانش ارائه می‌کند برابر ۲۲۴۲ است. بنابراین مقدار بار بحرانی برای این بارگذاری در رابطه ۹ محاسبه می‌شود.

## ۵- نتیجه گیری

جهت مشاهده تاثیر بارها بر روی کمانش سازه، ابتدا باید تاثیر هر یک از بارگذاری‌ها روی کمانش سازه مورد بررسی قرار بگیرد، سپس تاثیر چندین بار به صورت همزمان مشاهده گردد. بارگذاری‌های فشار خارجی و گرادیان حرارتی بیشترین میزان تاثیر را بر کمانش سازه دارند که البته تاثیر گرادیان حرارتی به مراتب بیشتر است. سرعت زاویه‌ای باعث ایجاد نیروی گریز از مرکز شده که چون انبساط عرضی سازه می‌گردد، به سختی سازه کمک می‌کند و در نتیجه دارای مقدار ویژه کمانش منفی است و در واقع از کمانش سازه جلوگیری می‌کند. این بدان معنا است که در صورت نبود سرعت زاویه‌ای مقادیر ویژه کاهش پیدا می‌کردند.

از آنجا که رابطه ۷ برای توزیع بار حرارتی یکنواخت به کار برده می‌شود و در این تحقیق بار حرارتی به صورت گرادیان خطی روی سازه لحاظ شده، پس از بررسی و مقایسه دو حالت بارگذاری گرادیان خطی و میانگین بارگذاری گرادیان خطی به صورت ثابت در نرم‌افزار، این نتیجه حاصل شد که این دو حالت بارگذاری کاملاً مشابه بوده و منتج به یک مقدار ویژه می‌شوند.

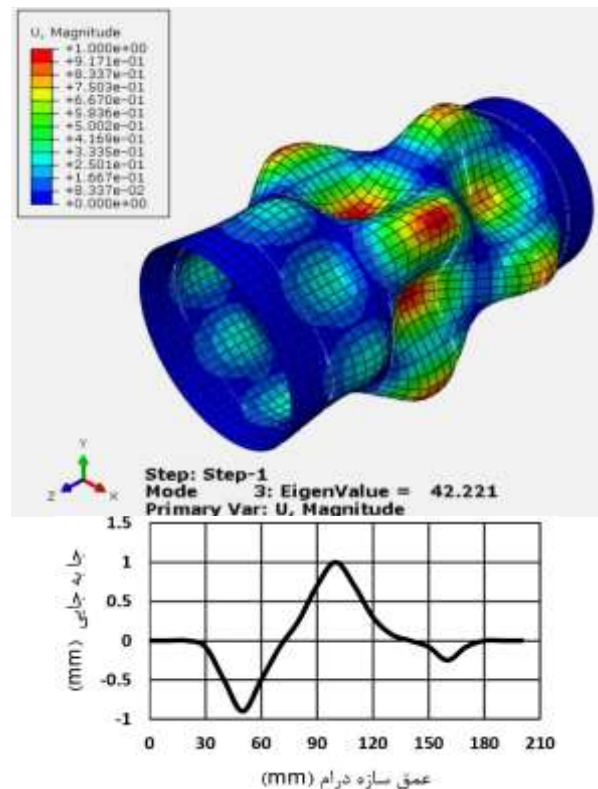
نحوه مدل‌سازی و تحلیل پوسته استوانه‌ای، باعث راحت شدن کار بر روی پوسته مخروطی شد. نتایج تحلیل نشان داد که در درام مخروطی تنش بحرانی ۷۱۰ مگاپاسکال است و ماکزیمم تنش کاری برابر ۶۶۰ مگاپاسکال است.

## تشکر و قدردانی

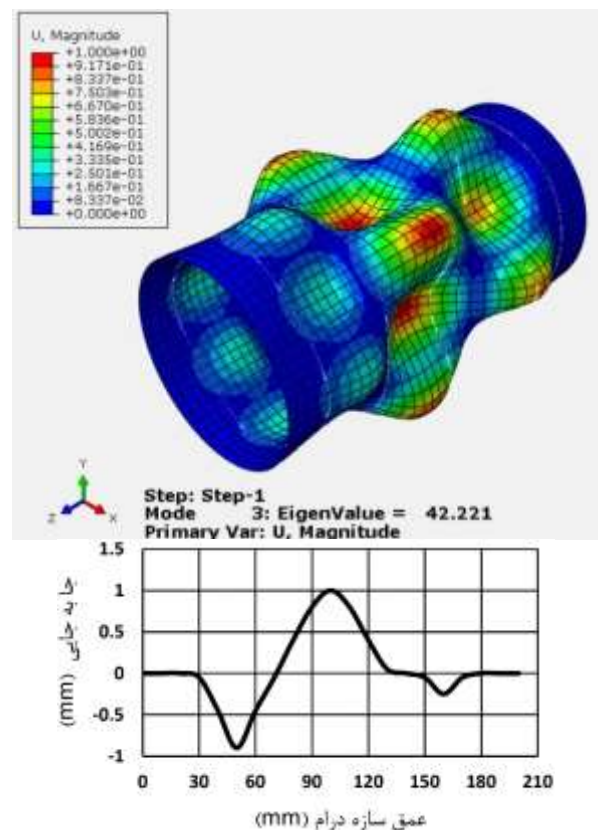
نویسندگان این مقاله مراتب سپاس و قدردانی خود را از کارشناس محترم مجله سرکار خانم شیما امینی ابراز می‌نمایند.

## ۶- مراجع

- [1] Ahmadi, M., Thermomechanical buckling analysis of composite cylindrical structures in linear elastic media by finite ring method, *Master Thesis, Shiraz University of Technology*, (1391). (In Persian).
- [2] Timoshenko, S. P., Gere, J. M., *Theory of Stability*, 2nd ed., New York, *McGraw-Hill*, (1961).
- [3] Seide, P., Axisymmetric buckling of circular cones under axial compression, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 23, No. 4, pp. 625-628, (1956).
- [4] Seide, P., Buckling of circular cones under axial compression, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 28, No. 2, pp. 458-460, (1961).



شکل ۱۲ مقدار ویژه به ازای گرادیان حرارتی خطی محوری از صفر تا ۱۰۰ سلسیوس



شکل ۱۳ مقدار ویژه به ازای بار حرارتی سراسری ثابت ۵۰ سلسیوس



- conical shells under axial compression, *Engineering structures*, Vol. 21, No.9, pp. 845-55, (1999).
- [18] Spagnoli, A., Different buckling modes in axially stiffened conical shells, *Engineering Structures*, Vol. 23, No. 8, pp.957-965, (2001).
- [19] Ross, C. T., Sawkins, D., Johns, T., Inelastic buckling of thick-walled circular conical shells under external hydrostatic pressure, *Ocean engineering*, Vol. 26, No. 12, pp. 1297-1310, (1999).
- [20] Chryssanthopoulos, M. K., Poggi, C., Collapse strength of unstiffened conical shells under axial compression, *Journal of constructional steel research*, Vol. 57, No. 2, pp. 165-184, (2001).
- [21] Shakoori, M., Investigation of buckling and free vibrations of conical shells connected by analytical method, *PhD Thesis, Sharif University of Technology*, Summer, (2014). (In Persian)
- [22] Goldfeld, Y., Arbocz, J., Buckling of laminated conical shells given the variations of the stiffness coefficients, *AIAA journal*, Vol. 42, No. 3, pp. 642-649, (2004).
- [23] Patel, B. P., Shukla, K. K., Nath, Y., Thermal postbuckling analysis of laminated cross-ply truncated circular conical shells, *Composite Structures*, Vol. 71, No. 1, pp. 101-114, (2005).
- [24] Patel, B. P., Nath, Y., Shukla, K. K., Nonlinear thermo-elastic buckling characteristics of cross-ply laminated joined conical-cylindrical shells, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, No. 16, pp. 4810-29, (2006).
- [25] Patel, B. P., Singh, S., Nath, Y., Postbuckling characteristics of angle-ply laminated truncated circular conical shells, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Vol. 13, No. 7, pp. 1411-1430, (2008).
- [26] Blachut, J., Ifayefunmi, O., Buckling of unstiffened steel cones subjected to axial compression and external pressure, *Journal of offshore mechanics and Arctic engineering*, Vol.134, No. 3, pp.1-9, (2012).
- [27] Shadmehri, F., Hoa, S. V., Hojjati, M., Buckling of conical composite shells, *Composite Structures*, Vol. 94, No. 2, pp. 787-792, (2012).
- [28] Castro, S. G., Mittelstedt, C., Monteiro, F. A., Arbelo, M. A., Ziegmann, G., Degenhardt, R., Linear buckling predictions of unstiffened laminated composite
- [5] Singer, J., Buckling of circular conical shells under axisymmetrical external pressure, *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 3, No. 4, pp. 330-9, (1961).
- [6] Weingarten, V., Morgan, E. J., Seide, P., Elastic stability of thin-walled cylindrical and conical shells under combined external pressure and axial compression, *AIAA Journal*, Vol. 3, No. 3, 500-505., (1965).
- [7] Burns, A. B., Minimum-weight, hydrostatically compressed, ring-stiffened cones, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 3, No. 3, pp. 387-392, (1966).
- [8] Kornecki, A., Buckling of truncated conical shells under uniform static pressure, *AIAA Journal*, Vol. 5, No.11, pp. 2099-2101, (1967).
- [9] Berkovits, A., Singer, J., Weller, T., Buckling of unstiffened conical shells under combined loading, *Experimental Mechanics*, Vol. 7, No. 11, pp. 458-467, (1967).
- [10] Tani, J., Yamaki, N., Buckling of truncated conical shells under axial compression, *AIAA Journal*, Vol. 8, No. 3. pp.568-571, (1970).
- [11] Tani, J., Influence of axisymmetric initial deflections on the thermal buckling of truncated conical shells, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 48, No. (2-3), pp. 393-403, (1978).
- [12] Chang, C. H., Katz, L., Buckling of axially compressed conical shells, *Journal of The Engineering Mechanics Division*, Vol.106, No.3, pp. 501-516, (1980).
- [13] Tani, J., Buckling of truncated conical shells under combined axial load, pressure, and heating, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 52, No. 2, pp. 402-408, (1985).
- [14] Tong, L., Buckling load of composite conical shells under axial compression, *Journal of Applied Mechanics*, Vol.61, pp. 718-719, (1994).
- [15] Ross, C. T., Vibration and elastic instability of thin-walled conical shells under external pressure, *Computers & structures*, Vol. 55, No.1, pp. 85-94, (1995).
- [16] Pariatmono, N., Chryssanthopoulos, M. K., Asymmetric elastic buckling of axially compressed conical shells with various end conditions, *AIAA journal*, Vol. 33, No.11, pp. 2218-2227, (1995).
- [17] Spagnoli, A., Chryssanthopoulos, M. K., Elastic buckling and postbuckling behaviour of widely-stiffened

- [32] Bohlooly M., Kouchakzadeh M.A., Mirzavand B., Noghabi M., Dynamic instability characteristics of advanced grid stiffened conical shell with laminated composite skins, *Journal of Sound and Vibration*, pp. 488- 115572, (2020).
- [33] Fu T., Wu X., Xiao Z., Chen Z., Dynamic instability analysis of FG-CNTRC laminated conical shells surrounded by elastic foundations within FSDT, *European Journal of Mechanics*, pp. 85-104139, (2021).
- [34] Brush, D. O., Almroth, B. O., Hutchinson, J. W., *Buckling of bars, plates, and shells*, ASME, (1975).
- [35] Thornton, E. A., Thermal buckling of plates and shells, *Aerospace and Nuclear Engineering*.; Vol. 46, No. 10, pp. 485-506, (1993).
- cylinders and cones under various loading and boundary conditions using semi-analytical models, *Composite Structures*, Vol.118, pp. 303-315, (2014).
- [29] Ghazijahani, T. G., Zirakian, T., Determination of buckling loads of conical shells using extrapolation techniques, *Thin-Walled Structures*, Vol. 74, pp. 292-299, (2014).
- [30] Taraghi, P., Showkati, H., Investigation of the buckling behavior of thin-walled conical steel shells subjected to a uniform external pressure, *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering*, Vol. 43, No. 4, pp. 635-48, (2019).
- [31] Rezaiee-Pajand, M., Masoodi, A. R., Shell instability analysis by using mixed interpolation, *Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Vol. 41, No. 10, pp. 1-18, (2019).