

مطالعه تحلیلی و عددی نورد فویل آلومینیومی با در نظر گرفتن تغییر شکل الاستیک غلتک های نورد

چکیده: در تحلیل نورد ورق ها، با توجه به ناچیز بودن تغییر شکل الاستیک غلتک ها در مقایسه با کاهش ضخامت اعمالی، معمولاً غلتک ها را صلب در نظر می گیرند. در نورد فویل ها که ضخامت بسیار کمی دارند، این فرض می تواند منشا خطای زیاد نتایج تحلیل شود. در این مقاله، کاهش ضخامت ۳۲ درصدی فویل آلومینیومی به ضخامت ۰/۱ میلیمتر در اثر نورد با دو غلتک استوانه ای و با لحاظ نمودن تغییر شکل الاستیک آن ها (خیز غلتک و پهن شدگی سطح غلتک) به دو روش تحلیلی و اجزاء محدود حل و مقایسه شده است. فشار تماسی بین غلتک ها و فویل به صورت تابعی از موقعیت محوری تماس و تحت تأثیر تغییر شکل الاستیک غلتک ها لحاظ شده است. اندرکنش فشار تماسی و تغییر شکل غلتک ها باعث می شود تا مقادیر آن ها با تکرار محاسبات و همگرایی نتایج، تعیین شود. بر اساس نتایج به دست آمده، تغییر شکل الاستیک غلتک ها برای مشخصات مورد استفاده در این مطالعه تا ۲۰ درصد کاهش ضخامت اعمالی تعیین شد. همچنین، غیریکنواختی ضخامت فویل نورد شده در اثر تغییر شکل غلتک ها، ۱۳ درصد کاهش ضخامت اعمالی محاسبه گردید. برای تعدیل این مشکل می توان از غلتک بشکه ای با انحنا مناسب استفاده نمود.

واژه های راهنما: نورد فویل، تغییر شکل الاستیک غلتک، فشار تماسی، توزیع ضخامت فویل نورد شده، حل ریاضی

مسعود کریمی

کارشناسی ارشد
مهندسی مکانیک

جواد علیزاده کاکلر*

دانشیار

ولی علی میرزالو

دانشیار،
گروه مهندسی مکانیک،
دانشگاه ارومیه، ارومیه

مقاله علمی پژوهشی

دریافت: ۱۴۰۴/۰۸/۰۲

بازنگری: ۱۴۰۴/۰۹/۱۶

پذیرش: ۱۴۰۴/۱۰/۱۷

Masoud Karimi
M.Sc. in Mechanical
Engineering

Javad Alizadeh
Kaklar*
Associate Professor

Vali Alimirzaloo
Associate Professor,
Department of Mechanical
Engineering, Urmia
University, Urmia

Analytical and numerical investigation of aluminum foil rolling considering roll elastic deformation

Abstract: In sheet rolling analysis, roll elastic deformation is often neglected compared with the applied thickness reduction, and the rolls are assumed to behave as rigid bodies. However, in foil rolling—where the sheet is extremely thin—this assumption can introduce significant errors. This study investigates a 32% thickness reduction of an aluminum foil with a thickness of 0.1 mm, produced by rolling between two cylindrical rolls, using both analytical and finite element methods while considering roll elastic deformation (deflection and surface flattening). The contact pressure between the rolls and the foil is modeled as a function of the axial position of the contact zone, accounting for the elastic response of the rolls. The coupled interaction between contact pressure and roll deformation is solved iteratively until convergence. Results show that roll elastic deformation under the studied conditions contributes up to 20% of the applied thickness reduction. The resulting foil thickness nonuniformity corresponds to approximately 13% of the total reduction. Employing cambered rolls with optimized curvature is recommended to minimize this effect.

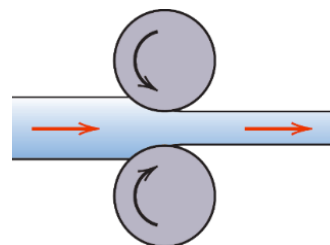
Keywords: Foil rolling, Roll elastic deformation, Contact pressure, Thickness distribution of rolled foil, Analytical solution

۱- مقدمه

مطالعه نورد فویل طی چهار دهه اخیر همواره در حال طی روند تکاملی خود با هدف افزایش دقت نتایج و سرعت حل بوده است. فلک و جانسون [۷] با در نظر گرفتن تغییرشکل غیردایروی غلتک‌های کار و تقسیم ناحیه تماس فویل و غلتک به پنج منطقه، نورد فویل را بررسی نمودند. گراتاکوس و همکاران [۸] با استفاده از مدل‌سازی دوبعدی اجزاءمحدود، پهن‌شدگی کوپله غلتک و فویل را تحلیل نمودند. لی و ساتکلایف [۹]، کرنش‌های کوچک الاستیک و پلاستیک را در ناحیه مرکزی تماس در نظر گرفتند و در این ناحیه توزیع فشار را به صورت صریح به دست آوردند. کومار و دیگریت [۱۰] اثر کرنش سختی را به صورت تابع توانی و اثر اصطکاک را با استفاده از مدل وانیهیم و بی در مدل‌های نورد فویل وارد نمودند. آن‌ها همچنین با انجام مطالعه پارامتری، تأثیر مدل اصطکاک و کرنش سختی را بر نیرو و گشتاور نورد بررسی کردند. هوانگ و همکاران [۱۱] نورد فویل با مکانیزم چهار غلتکی را که شامل دو غلتک کار از آلیاژ استحکام بالا بود، مطالعه نمودند. آن‌ها ابتدا قطر غلتک‌های نورد را با استفاده از تحلیل اجزاءمحدود تعیین و سپس با استفاده از چند مرحله نورد، فویل فولادی با ضخامت ۵۰ میکرون تولید کردند. لیو و همکاران [۱۲] حداقل ضخامت یک فویل فلزی را که در نورد نامتقارن با غلتک‌هایی با قطر یکسان قابل دستیابی است، محاسبه و به صورت تجربی صحت‌گذاری نمودند. رویکرد آن‌ها شامل حل همزمان معادله تسلیکوف برای فشار نورد و معادله اصلاح شده هیچکاک برای پهن‌شدگی غلتک بود. هوانگ و کان [۱۳] با در نظر گرفتن تغییرشکل غلتک‌های کار و پشتیبان در مکانیزم نورد چهار غلتکی، کاهش ۳۲ درصدی ضخامت فویل با ضخامت ۱۰۰ میکرون را به صورت تحلیلی مطالعه نمودند. شو و همکاران [۱۴] یک مدل یادگیری ماشین برای کنترل یکنواختی ضخامت در نورد فویل فولادی ارائه دادند که می‌تواند الگویی برای کنترل هوشمند سیستم‌های نورد سرد با دقت بالا باشد.

در کنار مدل‌سازی و تحلیل فرایند نورد فویل، دسته‌ای از مطالعات نیز مسائل مبتلا به آن در حالت‌های خاص و تأثیر این روش تولید بر خواص مکانیکی محصول را مورد بررسی قرار داده‌اند. به عنوان مثال، اوچار و همکاران [۱۵] باقیمانده روغن نورد روی کلاف‌های فویل آلومینیومی نورد شده را با استفاده از روش طیف‌سنجی مادون قرمز غیرمخرب همراه با تکنیک کالیبراسیون چند متغیره شیمی‌سنجی تعیین نمودند. یانگ و همکاران [۱۶] یک فرآیند نورد پلاستیک الکتریکی چند مرحله‌ای برای نورد فویل آلیاژ منیزیم با ناهمسانگردی شدید را از ضخامت ۱ میلی‌متر تا ۱۳۰ میکرومتر طراحی و به صورت موفق انجام دادند. لیو و همکاران نیز [۱۷] نورد چند مرحله‌ای فویل

نورد یکی از مهم‌ترین و پر کاربردترین روش‌های شکل‌دهی حجمی است. در این روش ساخت، ضخامت یا سطح مقطع یک قطعه طولی را با اعمال نیروی فشاری توسط تعدادی غلتک، کاهش می‌دهند (شکل (۱)). نورد در دو نوع داغ و سرد انجام می‌شود که در نوع داغ، توان مورد نیاز کمتر است و کرنش سختی کمتر و شکل‌پذیری بیشتری در نمونه ایجاد می‌شود. برای تهیه محصولات با پرداخت سطح خوب و ابعاد دقیق، از نورد سرد استفاده می‌شود. نورد یک جهت‌دهی با دو غلتک که ماده می‌تواند فقط از یک طرف وارد سکوی نورد شود، ساده‌ترین آرایش غلتک‌ها در نورد است.



شکل ۱ نمایش شماتیک فرایند نورد دو غلتکی

فویل‌ها کاربرد وسیع و مصرف زیادی در صنعت دارند. به عنوان مثال، در تولید سلول‌های خورشیدی از فویل‌های فولادی ضدزنگ، در صفحات سوخت رآکتورهای تحقیقاتی هسته‌ای از فویل‌های مولیبدن و در باتری‌های قابل شارژ از فویل‌های منیزیومی استفاده می‌شود [۱]، [۲] و [۳]. از آنجا که در تولید فویل به روش نورد، تغییرات ضخامت بسیار کم و در حد چند ده میکرون است، تولید فویل با ضخامت یکنواخت به سادگی ورق‌ها نیست. علاوه بر این، با توجه به افزایش زمان عبور در نورد با کاهش ضخامت نمونه، زمان عبور فویل‌ها می‌تواند به ساعت‌ها برسد.

پیشگامان مدل‌سازی فرایند نورد سرد را می‌توان، وون کارمن و انگو، اوروان، و بلند و فورد دانست [۴]. این مطالعات که با فرض حفظ پروفیل دایروی غلتک در منطقه تماس انجام شده است، در پیش‌بینی فشار نورد ورق‌های ضخیم موفق عمل کرده‌اند. اما برای نورد ورق‌های بسیار نازک، حل این مدل‌ها با توجه به دایره نبودن غلتک، واگرا می‌شوند. روش اسلب یکی از ساده‌تری WW روش‌ها برای تحلیل فرایند نورد و تعیین نیرو، گشتاور و توزیع فشار غلتک با فرض حالت کرنش صفحه‌ای و صرف‌نظر از کرنش‌های برشی است [۵]. جارتنر و همکاران تغییرشکل غیردایروی و پهن‌شدگی غلتک‌ها را در پژوهش خود لحاظ نمودند [۶].

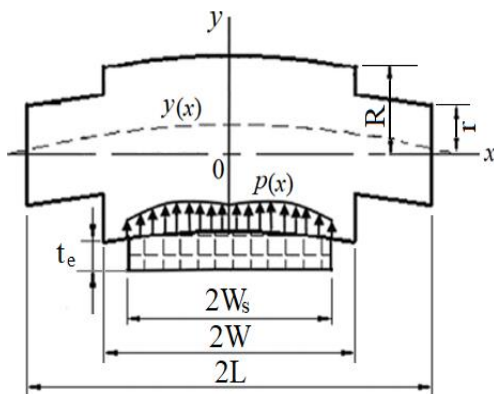
۲-۱- معادلات خیر غلتک

با توجه به شکل (۳)، اگر محور x و y به ترتیب در راستای محور شعاع غلتک و مبدأ مختصات، مرکز غلتک باشد، با در نظر گرفتن نصف غلتک با توجه به تقارن هندسی و بارگذاری، گشتاور خمشی غلتک در محدوده $0 \leq x \leq L$ به ازای اعمال دو بار متمرکز متقارن P به نقاطی با طول x_p و x_p ($x_p \leq W$) استفاده از روش پرانتز شکسته به صورت زیر خواهد بود:

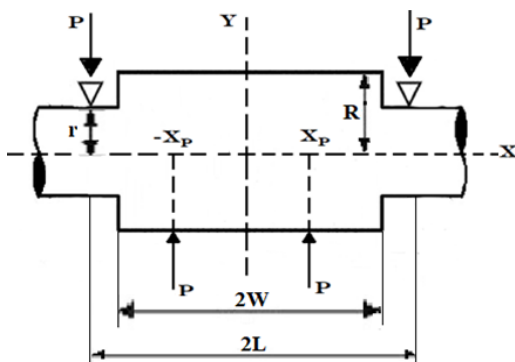
$$M(x) = EIy''(x) = P(x - x_p) - P(L - x_p) \quad (1)$$

که در آن، $M(x)$ گشتاور خمشی و E و I به ترتیب مدول الاستیک و ممان اینرسی غلتک هستند. همچنین، با توجه به اینکه شعاع غلتک در دو بازه $0 \leq x \leq W$ و $W \leq x \leq L$ به ترتیب R و r است، با دو بار انتگرال گیری از معادله (۱)، رابطه خیز به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} 0 \leq x \leq W \\ EI_1 y_1(x) &= \frac{P}{6}(x - x_p)^3 - \frac{P}{2}(L - x_p)x^2 + C_1 x + C_2 \\ W \leq x \leq L \\ EI_2 y_2(x) &= \frac{P}{6}(x - x_p)^3 - \frac{P}{2}(L - x_p)x^2 + C_3 x + C_4 \end{aligned} \quad (2)$$



شکل ۲ شماتیک نیمه بالای دستگاه نورد دو غلتکی فویل [۱۳]



شکل ۳ شماتیک غلتک کار با دو نیروی متمرکز متقارن

آلومینیومی را به عنوان روشی مؤثر برای بهبود خواص مکانیکی و کاهش تاب خوردگی محصول مورد بررسی قرار دادند. لیو و همکاران [۱۸] تأثیر نورد سرد بر تکامل بافت و خواص کششی فویل تیتانیومی را بررسی کرده و نشان دادند که نورد سرد با تنظیم ویژگی‌های بافت، به طور قابل توجهی بر ناهمسانگردی کششی فویل تیتانیوم اثرگذار است. چن و همکاران [۱۹] برای رسیدن به استحکام و پلاستیسیته بیشتر، روش جدیدی برای آماده‌سازی فویل به صورت ترکیبی از نورد برودتی و نورد در دمای اتاق همراه با عملیات آنیل کوتاه مدت پیشنهاد دادند. چن و همکاران [۲۰] شکل‌گیری ترک‌های لبه‌ای در نورد نامتقارن فویل مسی را مورد بررسی قرار دادند و پلاستیسیته کم، تغییرشکل غیریکنواخت و تنش کششی ثانویه طولی ایجاد شده در ناحیه لبه فویل نورد شده را به عنوان علل اصلی ترک‌های لبه‌ای معرفی نمودند. دسته‌ای از پژوهش‌ها نیز با هدف طراحی هدفمند فرایند نورد، به بررسی اثرات شرایط مختلف نورد فویل بر ریزساختار و خواص مکانیکی محصول می‌پردازند [۲۱-۲۳].

با توجه به مطالعات انجام شده، استفاده از شبیه‌سازی فرایند نورد که دقت و سرعت آن قابل قبول باشد، نقش مهمی در کاهش هزینه‌ها و طراحی صحیح مشخصات نورد خواهد داشت. بدیهی است که در این شبیه‌سازی، تعیین تغییرشکل غلتک‌ها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. تحلیل‌های اجزاءمحدود در کنار دقت بالا، بسیار زمان‌بر بوده و سرعت پایینی دارند. لذا، در این مقاله هدف ارائه یک حل ریاضی سریع و دقیق برای تحلیل فرایند نورد فویل با استفاده از روابط موجود در مراجع برای توزیع فشار تماسی و پهن‌شدگی سطح غلتک و تعیین خیز غلتک با استفاده از تحلیل مقاومت مصالحی است. به این منظور، تحلیل نورد فویل آلومینیومی با در نظر گرفتن تغییرشکل الاستیک غلتک‌ها با استفاده از مدل‌سازی ریاضی و صحنه‌گذاری آن با نتایج حل اجزاءمحدود انجام و توزیع ضخامت فویل پس از فرایند نورد در ساده‌ترین حالت، یعنی مکانیزم دو غلتک استوانه‌ای مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲-۲- حل تحلیلی فرایند نورد فویل

در این بخش هدف استفاده از مدل ریاضی برای تعیین تحلیلی ضخامت فویل پس از فرایند نورد است. شماتیک نصف فویل و غلتک بالا از دستگاه نورد دو غلتکی در شکل (۲) آورده شده است. با توجه به شکل، طول محور غلتک، $2L$ طول قسمت تماس غلتک با فویل، $2W_s$ پهنای فویل، R شعاع غلتک در تماس با فویل و شعاع محور غلتک، $2t_e$ ضخامت فویل در لبه، فشار تماسی $p(x)$ و خیز غلتک است.

۲-۲- معادلات پهن‌شدگی سطح غلتک

پهن‌شدگی غلتک در اثر تماس با فویل، $y_e(x)$ از رابطه زیر به دست می‌آید [۲۴]:

$$y_e(x) = \frac{(1-v^2)}{\pi E} \int_0^{l_d} \int_{-W_s}^{W_s} \frac{p(x_p) dx_p dz_p}{\sqrt{(x-x_p)^2 + z_p^2}} \quad (۵)$$

که در آن، E و v به ترتیب مدول الاستیک و نسبت پواسون غلتک است و l_d یا همان طول خط تماس از رابطه زیر به دست می‌آید [۲۵]:

$$l_d = \sqrt{R'\Delta h} \quad (۶)$$

که در آن، R' شعاع غلتک پهن‌شده و $\Delta h(x)$ اندازه کاهش ضخامت فویل در اثر نورد است. با توجه به رابطه هیچکاک، شعاع غلتک پهن‌شده نیز از زیر به دست می‌آید [۲۴]:

$$R' = R \left(1 + 16 \frac{1-v^2}{\pi E} \frac{p(x)l_d(x)}{\Delta h} \right) \quad (۷)$$

۲-۳- فشار تماسی فویل و غلتک

مقدار فشار میانگین p تماس غلتک و فویل از رابطه زیر قابل محاسبه است [۲۶]:

$$p(x) = \frac{2}{\sqrt{3}} S_y \left(\frac{\pi}{2} + \frac{l_d(x)}{h_i + h_f(x)} \right) \quad (۸)$$

که در آن، S_y تنش سیلان فویل، و h_i ضخامت فویل قبل از نورد و $h_f(x)$ ضخامت نهایی فویل است.

۲-۴- تعیین ضخامت فویل پس از نورد

ضخامت نهایی فویل با لحاظ نمودن مجموع خیز و پهن‌شدگی غلتک، $y_t(x)$ از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$h_f(x) = t + 2y_t(x) = t + 2(y(x) + y_e(x)) \quad (۹)$$

که در آن، t فاصله بین دو غلتک و به صورت پیش‌فرض برابر با ضخامت نهایی مطلوب فویل است.

با توجه به وابستگی فشار تماسی، طول خط تماس و شعاع غلتک پهن‌شده به هم، لازم است برای تعیین مقادیر آن‌ها با فرض یک فشار اولیه و حل همزمان معادلات (۶)، (۷) و (۸)

با چهار شرط مرزی زیر، چهار ثابت انتگرال‌گیری C_1 ، C_2 ،

C_3 و C_4 در روابط (۲) تعیین می‌شوند:

۱- شیب در $x = 0$ صفر است، $y'_1(0) = 0$

۲- خیز در تکیه‌گاه، صفر است، $y_2(L) = 0$

۳- در $x = W$ شیب‌ها برابر هستند، $y'_1(W) = y'_2(W)$

۴- در $x = W$ خیزها برابر هستند، $y_1(W) = y_2(W)$

تعیین و جاگذاری ثوابت انتگرال‌گیری در روابط (۲)، روابط

زیر را برای خیز غلتک نتیجه می‌دهد:

$$y_1(x) = \frac{P}{6EI_1} \left[(x-x_p)^3 - 3(L-x_p)x^2 + 2\left(\frac{I_1}{I_2} - 1\right)(L-W)^3 + (2L^3 + x_p^3 - 3Lx_p^2) \right] \quad (۳)$$

$$y_2(x) = \frac{P}{6EI_2} \left[(x-x_p)^3 - 3(L-x_p)x^2 + 3\left(\frac{I_2}{I_1} - 1\right)(W^2 + x_p^2 - 2WL)(x-L) + (2L^3 + x_p^3 - 3Lx_p^2) \right]$$

معادلات (۳) مربوط به خیز غلتک تحت بار نقطه‌ای است.

معادله خیز در ناحیه تماس غلتک ($0 \leq x \leq W$)، برای حالتی که بار گسترده متقارن به سطح غلتک وارد می‌شود، به صورت زیر قابل نتیجه خواهد بود:

$$y(x) = \frac{l_d(x)}{6EI_1} \int_{x_p=0}^{W_s} \left[(x-x_p)^3 - 3(L-x_p)x^2 + 2\left(\frac{I_1}{I_2} - 1\right)(L-W)^3 + (2L^3 + x_p^3 - 3Lx_p^2) \right] p(x_p) dx_p \quad (۴)$$

که در آن، $l_d(x)$ طول تصویر کمان تماس غلتک با فویل در راستای نورد (که از این به بعد طول خط تماس نامیده می‌شود) و $p(x_p)$ فشار تماسی میانگین فویل و غلتک در راستای طول خط تماس است. با توجه به ابعاد ناچیز تماس فویل و غلتک در راستای نورد، در این مطالعه فرض بر این است که فشار تماسی در راستای نورد یکنواخت است و تغییرات آن تنها در راستای پهنای فویل در نظر گرفته می‌شود.

مرکز فویل و غلتکها اعمال و جابه‌جایی در راستای محور و دوران حول محوره‌های درون صفحه تقارن، صفر شده است. با توجه به وجود یاتاقان در انتهای غلتکها، درجات آزادی دو انتهای غلتک به جز جابه‌جایی محوری و دوران حول محور غلتک، مقید شده است.

جدول ۱ خواص مکانیکی تنگستن کارباید و آلومینیوم Al 1050 [۲۸, ۲۷, ۱۳]

	$\rho(\frac{gr}{cm^3})$	$E(GPa)$	ν	$S_y(MPa)$
تنگستن کارباید	۱۵/۶	۵۰۰	۰/۲۵	---
Al 1050	۲/۷۱	۷۱	۰/۳۵	۱۱۰

جدول ۲ ابعاد هندسی غلتک و فویل

$R = 15 \text{ mm}$	شعاع غلتک در ناحیه تماس با فویل
$r = 8.5 \text{ mm}$	شعاع غلتک در قسمت تکیه‌گاهی
$2L = 60 \text{ mm}$	طول غلتک بین دو تکیه‌گاه
$2W = 50 \text{ mm}$	طول غلتک در ناحیه نورد
$2W_s = 40 \text{ mm}$	پهنای فویل
$h_i = 0.1 \text{ mm}$	ضخامت اولیه فویل
$t = 0.068 \text{ mm}$	ضخامت مطلوب فویل بعد از نورد

جدول ۳ تنش- کرنش پلاستیک Al 1050 [۲۸]

کرنش پلاستیک حقیقی	تنش حقیقی (مگاپاسکال)
۰	۱۱۰
۰/۰۰۲۵	۱۲۰
۰/۰۰۷۵	۱۳۰
۰/۰۱	۱۳۴
۰/۰۱۷	۱۳۷
۰/۰۳	۱۳۹

یکی از مهم‌ترین قسمت‌های حل اجزاءمحدود، المان بندی مدل است. از طرفی، هر چه تعداد المان‌ها بیشتر باشد حجم مدل و زمان حل بیشتر می‌شود. از طرف دیگر، تعداد المان کم باعث دقت کم نتایج می‌شود. برای مدل حاضر، اندازه المان‌ها تا جایی ریز شده است که نتایج مستقل از المان‌بندی باشد.

در شکل (۴) نتایج بیشینه فشار تماسی بر حسب تعداد المان نشان داده شده است. در شکل (۴)، با افزایش تعداد المان‌ها، اندازه بیشینه فشار تماسی همگرا شده و با در نظر گرفتن زمان حل، تعداد المان ۱۴۶۰۰۰ برای مطالعه حاضر در نظر گرفته شده

تکرار محاسبات، به مقادیر و نتایج همگرا رسید. همچنین فشار تماسی و تغییرشکل الاستیک غلتک نیز وابسته به هم هستند که برای تعیین مقدار آن‌ها نیز لازم به تکرار حل معادلات (۴)، (۵) و (۹) است.

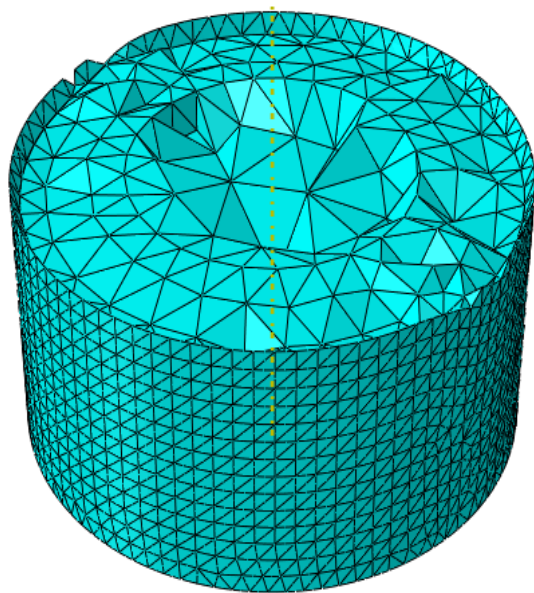
با فرض تنگستن کارباید (WC) و آلومینیوم Al 1050 به ترتیب به عنوان جنس غلتکها و فویل با خواص ارائه شده در جدول (۱) و مقادیر جدول (۲) برای ابعاد هندسی غلتک و فویل، روابط (۴) تا (۹) برای تعیین ضخامت فویل پس از نورد به ازای $x = 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 19, 19.7, 20 \text{ mm}$ حل شده است. در نورد فویل، هدف کاهش ۳۲ درصدی ضخامت آن و رسیدن از ضخامت ۱۰۰ میکرون به فویلی با ضخامت ۶۸ میکرون است.

۳- حل اجزاءمحدود فرایند نورد فویل

مراحل مدل‌سازی و حل مسئله نورد فویل به روش اجزاءمحدود، با استفاده از نسخه ۲۰۱۹ نرم‌افزار اجزاءمحدود آباکوس انجام شده است. برای کاهش زمان حل اجزاءمحدود، با توجه صفحه تقارن طولی هندسی و بارگذاری در مکانیزم غلتکها و فویل، فقط نصف مکانیزم مدل‌سازی شده است. فویل و غلتکها به صورت جامد سه‌بعدی شکل‌پذیر مدل شده‌اند.

رفتار غلتکها به صورت الاستیک و رفتار فویل به صورت الاستوپلاستیک تعریف شده است که برای قسمت پلاستیک منحنی تنش-کرنش آن از داده‌های جدول (۳) استفاده شده است. با توجه به حرکت غلتکها و فویل، از تحلیل dynamic explicit استفاده شده است. زمان حل بر اساس زمان لازم برای نورد کامل فویل به طول ۴۰ میلی‌متر، ۰/۲ ثانیه در نظر گرفته شده است. با سعی و خطا مقدار مقیاس جرمی یک میلیونوم انتخاب شده است. این مقدار هم مدت زمان حل را متعادل می‌کند و هم باعث همگرایی نتایج می‌شود.

بین سطوح فویل و غلتکها تماس از نوع surface to surface تعریف شده است. در این تعریف، فویل به عنوان slave و غلتکها به‌عنوان master انتخاب شده است. با توجه به ضخامت اولیه فویل، ضریب اصطکاک تماس فویل و غلتکها ۰/۱۱۵ انتخاب شده است [۲۹]. غلتکها قبل از ورود فویل به دهانه آن‌ها، با سرعت ثابت به صورت آزادانه خلاف جهت هم دوران می‌کنند. سرعت پیشروی فویل با توجه به مرجع [۲۹]، ۰/۲ متر بر ثانیه در و در نتیجه سرعت زاویه‌ای غلتکها $\omega = 13 \text{ mm/s}$ در نظر گرفته شده است. از آنجا که برای کاهش زمان حل، نصف مکانیزم مدل‌سازی شده است، قید تقارن برای

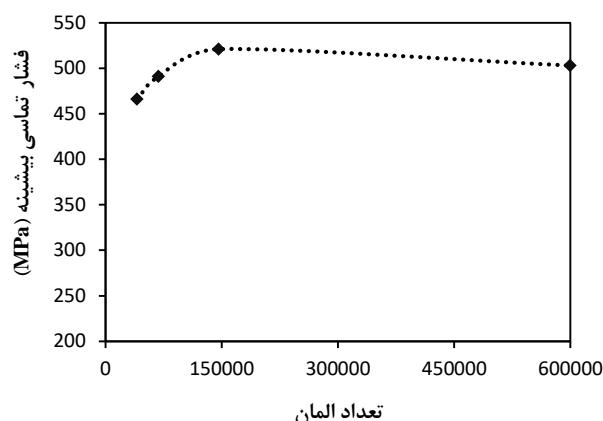


شکل ۶ نمایش المان بندی سطح و مرکز غلتک

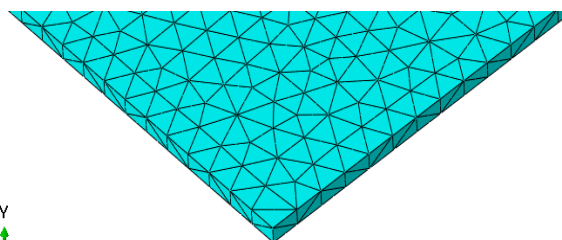
۴-۱- نتایج حل تحلیلی

بعد از ورود فویل به دهانه غلتک، فشار تماسی $p(x)$ بین آن‌ها ایجاد می‌شود. در شکل (۷) توزیع فشار میانگین راستای نورد در راستای پهنای فویل آورده شده است. نتایج بعد از هفت مرتبه تکرار حل روابط (۴) تا (۹) به همگرایی رسیده است. معیار همگرایی، اختلاف نسبی کمتر از ۰/۵ درصد برای فشار تماسی محاسبه شده با مقادیر مرحله قبل است. در شکل (۷)، نقطه $x = 0$ منطبق بر مرکز فویل و نقطه $x = 20 \text{ mm}$ نشان دهنده لبه فویل است. به دلیل تقارن، فقط نتایج برای نیمی از پهنای فویل در شکل‌ها نشان داده شده است. اولین سعی در حل روابط (۴) تا (۹)، توزیع فشار یکنواخت $724/6$ مگاپاسکال را نتیجه می‌دهد. در تکرار دوم حل، توزیع فشار به صورت غیریکنواخت از فشار $551/9$ مگاپاسکال در مرکز تا $625/5$ مگاپاسکال در لبه‌ها تغییر می‌کند. نتایج تکرارهای بعدی نیز در شکل (۷) نشان داده شده است. در تکرارهای ششم و هفتم حل، همگرایی توزیع فشار کاملاً مشهود است. نهایتاً بر اساس نتایج همگرا شده تکرار هفتم حل، توزیع فشار تماسی فویل و غلتک با شیب ملایمی از 603 مگاپاسکال در مرکز تا 659 مگاپاسکال در لبه فویل تغییر می‌کند. اختلاف فشار 56 مگاپاسکالی در راستای پهنای فویل، منجر به توزیع غیریکنواخت ضخامت فویل خروجی می‌شود، به گونه‌ای که کمتر بودن فشار تماسی در مرکز، ضخامت بیشتر فویل را در این ناحیه نسبت به لبه فویل نتیجه خواهد داد. طول خط تماس یکی از پارامترهای وابسته به جنس غلتک و اندازه کاهش ضخامت فویل و مؤثر بر مقدار فشار و پهن شدگی

است. فویل به دلیل ضخامت کم و تغییر شکل زیاد، نیازمند المان ریزتر است. اندازه المان‌های فویل باید به اندازه‌ای ریز باشد که تغییر شکل آن را نشان دهد. لذا برای المان بندی فویل از المان مثلثی مرتبه ۲ و اندازه المان $0/2$ میلی‌متر استفاده شده است. تعداد کل المان‌های فویل در این شبیه‌سازی 124428 است (شکل (۵)).



شکل ۴ بررسی استقلال نتایج حل اجزاء محدود از اندازه المان



شکل ۵ نمایش المان بندی فویل

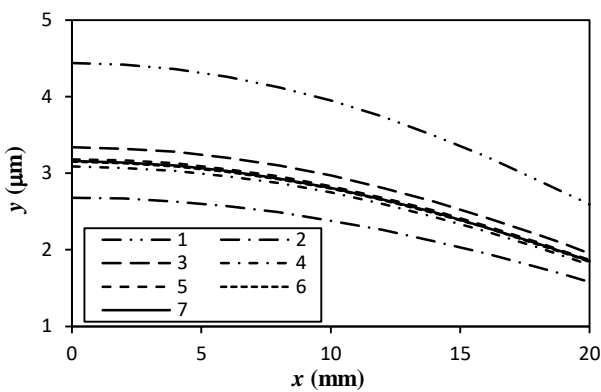
ابعاد غلتک‌ها نسبت به فویل بسیار بزرگ‌تر است و تنها در سطح تماس با فویل دچار تغییر شکل الاستیک می‌شوند. به همین دلیل برای سطح تماس غلتک از المان‌های ریزتر با اندازه 1 میلی‌متر استفاده شده است و در قسمت مرکز غلتک، المان‌ها تا اندازه $2/5$ میلی‌متر درشت‌تر شده‌اند (شکل (۶)). همچنین برای سطح غلتک تا عمق $0/5$ میلی‌متری از المان مثلثی مرتبه ۲ و برای بقیه آن از المان مثلثی خطی استفاده شده است. تعداد المان‌های غلتک 21667 است.

۴-۲ ارائه نتایج

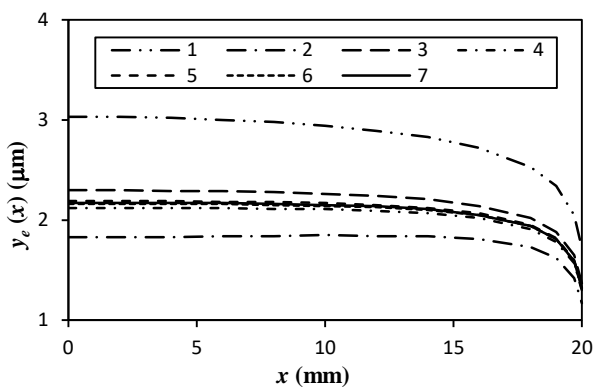
نتایج حل تحلیلی و اجزاء محدود برای فویل با ضخامت اولیه 100 میکرون، کاهش 32 درصدی ضخامت در فرایند نورد و رسیدن به ضخامت 68 میکرون بعد از نورد به دست آمده است.

لبه‌های فویل ۱/۸۵ میکرون است که اختلاف ۱/۳۱ میکرون را در راستای پهنا نشان می‌دهد.

در کنار خیز غلتک، پهن‌شدگی آن نیز یکی از علل غیریکنواختی ضخامت فویل پس از نورد است. پهن‌شدگی غلتک برای هفت مرحله تکرار پس از رسیدن به مقادیر همگرا شده در شکل (۱۰) ارائه شده است. بر اساس شکل، پهن‌شدگی غلتک در مرکز و لبه‌های فویل به ترتیب ۲/۱۷ و ۱/۳۲ میکرون است که اختلاف ۰/۸۵ میکرونی را نشان می‌دهد. مقادیر پهن‌شدگی در مقایسه با خیز غلتک بسیار کم بوده و بنابراین تأثیر آن در حادث شدن چین و چروک در مرکز و شکست در لبه‌ها به مراتب از خیز غلتک کمتر خواهد بود.



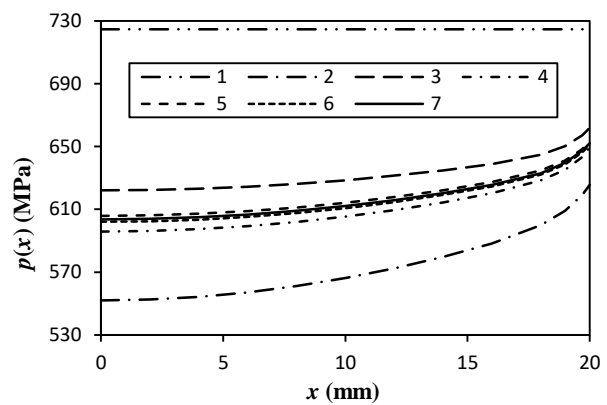
شکل ۹ خیز غلتک در راستای پهنای فویل، خط پیوسته خیز همگرا شده است.



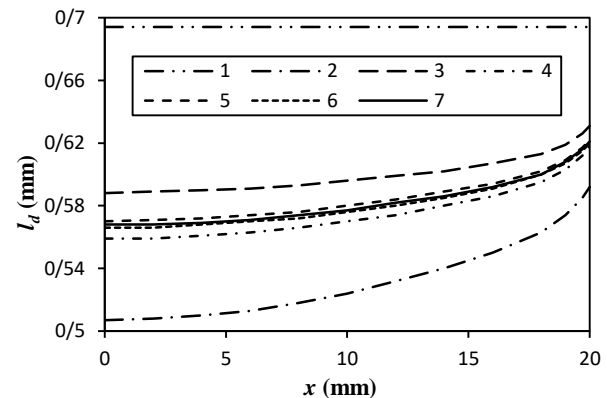
شکل ۱۰ پهن‌شدگی غلتک در راستای پهنای فویل، خط پیوسته پهن‌شدگی همگرا شده است.

ضخامت فویل پس از نورد با ۳۲ درصد کاهش باید از ۱۰۰ به ۶۸ میکرون برسد. ضخامت نهایی فویل در شکل (۱۱) نشان داده شده است. ضخامت فویل در مرکز غلتک بیشترین مقدار را دارا بوده و با مقدار هدف نزدیک به ۱۰ میکرون فاصله دارد. اختلاف ضخامت به دست آمده با ضخامت هدف با فاصله گرفتن از مرکز

غلتک و در نتیجه مقدار ضخامت نهایی است. طول خط تماس غلتک با فویل در شکل (۸) نشان داده شده است. در اولین مرحله حل، طول خط تماس ثابت و ۰/۶۹۴ میلی‌متر محاسبه شده است. در دومین تکرار حل، غیریکنواختی آن شروع و در هفتمین تکرار به همگرایی رسیده است. طول خط تماس از ۰/۵۶۸ میلی‌متر در مرکز فویل، با شیب ملایمی افزایش و در لبه به ۰/۶۲۱ میلی‌متر می‌رسد. طول خط تماس در مرکز فویل که غلتک بیشترین خیز را دارد کمترین مقدار و ۵۳ میکرون کمتر از لبه‌ها است.



شکل ۷ توزیع فشار تماسی در راستای پهنای فویل، خط پیوسته توزیع فشار همگرا شده است.



شکل ۸ طول خط تماس در راستای پهنای فویل، خط پیوسته طول خط تماس همگرا شده است.

بعد از محاسبه فشار و طول خط تماس، خیز غلتک در هر مرحله از تکرار حل به دست آمده و نتایج آن در شکل (۹) نشان داده شده است. همان‌طور که اشاره شد، خیز غلتک وابستگی مستقیم به گشتاور خمشی دارد. در شکل (۹) مشاهده می‌شود که خیز در مرکز فویل بیشترین مقدار را دارد و با شیب ملایمی به سمت لبه‌ها کاهش می‌یابد. همان‌طور که انتظار می‌رفت، مرکز غلتک به دلیل گشتاور خمشی بزرگتر ناشی از فشار تماسی دارای بیشترین خیز است. خیز در مرکز غلتک ۳/۱۶ میکرون و در

برای کاهش غیریکنواختی ضخامت در راستای پهنا نیز می‌توان از غلتک‌های بشکه‌ای به جای غلتک‌های استوانه‌ای بهره برد. در هر صورت، برای استفاده‌هایی با دقت بالا، مقادیر نتیجه شده برای اختلاف ضخامت نهایی با ضخامت هدف و غیریکنواختی ضخامت، زیاد و غیرقابل قبول است.

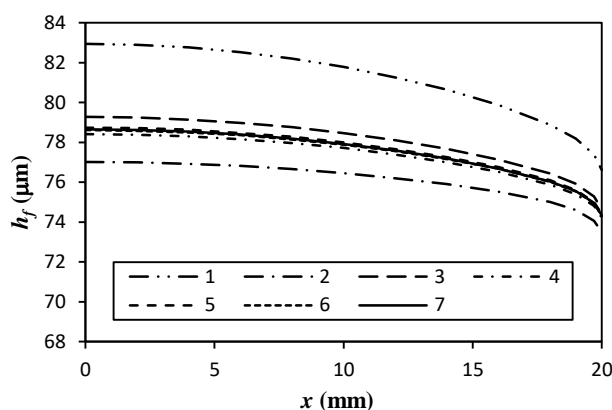
جهت جمع‌بندی نتایج به دست آمده در این بخش می‌توان گفت، در اثر تماس فویل و غلتک فشار تماسی بین آن‌ها ایجاد می‌شود. این فشار تماسی از طرفی باعث تغییر شکل پلاستیک قابل ملاحظه فویل و کاهش ضخامت آن می‌شود و از طرف دیگر منجر به تغییر شکل موضعی (پهن شدگی) و خیز غلتک‌ها می‌شود. هر چند در تحلیل نورد ورق، عموماً غلتک‌ها را صلب فرض نموده و از تغییر شکل آن‌ها در محاسبات صرف نظر می‌شود، اما در نورد فویل این تغییر شکل از مرتبه کاهش ضخامت فویل بوده و قابل صرف نظر نیست. با توجه به این که گشتاور خمشی غلتک در راستای محور آن متغیر است (گشتاور خمشی در مرکز غلتک بیشترین مقدار و در تکیه‌گاه‌ها صفر است)، خیز غلتک در راستای پهنا فویل یکنواخت نیست (شکل (۸)). خیز زیاد غلتک در مرکز نسبت به طرفین باعث می‌شود فشار تماسی در مرکز کمتر از لبه‌ها شود (شکل (۸)). نهایتاً اندرکنش فشار تماسی، طول خط تماس و تغییر شکل الاستیک غلتک‌ها، ضخامت نهایی بیشتر فویل در مرکز را نسبت به لبه‌ها نتیجه می‌دهد که نامطلوب بوده و باید کنترل شود. همچنین، ضخامت فویل پس از نورد بیشتر از ضخامت هدف گذاری شده به دست می‌آید که نیازمند اصلاح فاصله بین دو غلتک و تنظیم آن به اندازه‌ای کمتر از ضخامت هدف است.

۴-۲- نتایج حل عددی

در این بخش نتایج حاصل از شبیه‌سازی فرایند نورد فویل در نرم‌افزار آباکوس ارائه و با نتایج حاصل از مدل‌سازی ریاضی مقایسه و صحت سنجی می‌شود. در این مقایسه، علاوه بر صحت سنجی مدل ریاضی، میزان تأثیر پارامترهایی مانند اصطکاک و سرعت که در مدل‌سازی ریاضی با هدف ساده‌سازی و افزایش سرعت حل از آن‌ها صرف نظر شده است، مشخص شود. اختلاف نسبی کم نتایج حل تحلیلی و اجزاء محدود در مقیاس مهندسی، مجوزی برای استفاده مطمئن از مدل ریاضی ارائه شده خواهد بود. ارائه نتایج شبیه‌سازی عددی شامل توزیع فشار تماسی و ضخامت فویل پس از نورد است.

شکل (۱۲) فویل را پس از انجام فرایند نورد نشان می‌دهد. کانتور توزیع فشار تماسی در سطح فویل در شکل (۱۳) نشان

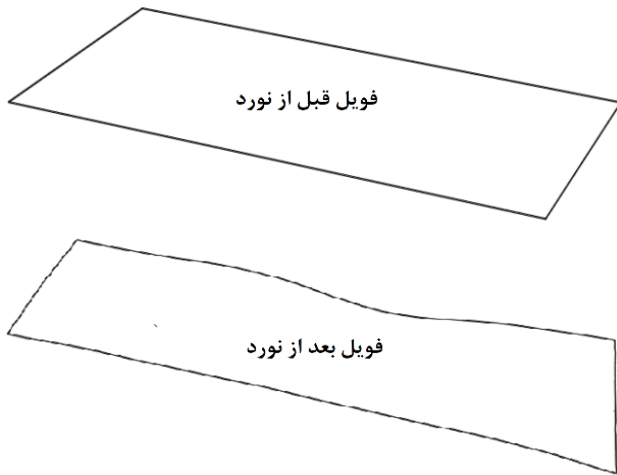
غلطک و نزدیک شدن به لبه‌ها، کاهش یافته و در لبه‌ها حدوداً ۶ میکرون است. مقدار ضخامت فویل پس از نورد به ازای مقادیر مختلف x در جدول (۴) آورده شده است. بر اساس نتایج به دست آمده، از طرفی ضخامت فویل پس از نورد با ضخامت هدف تا ۱۰ میکرون فاصله دارد و از طرف دیگر، ضخامت فویل در راستای پهنا آن تا ۴/۳۲ میکرون غیریکنواخت است. مورد اول را با استفاده از غلتک‌های پشتیبان و یا نزدیک‌تر کردن غلتک‌های نورد می‌توان تعدیل نمود.



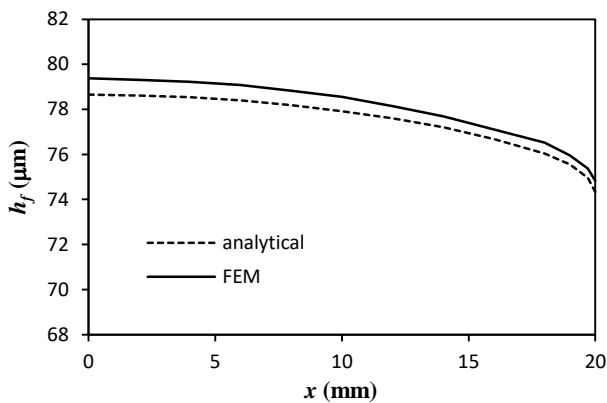
شکل ۱۱ ضخامت فویل نورد شده در راستای پهنا فویل، خط پیوسته ضخامت همگرا شده است

جدول ۴ مقادیر به دست آمده برای ضخامت فویل پس از نورد

x (mm)	$h_f(x)$ (μm)
۰	۷۸/۶۶
۲	۷۸/۶۲
۴	۷۸/۵۴
۶	۷۸/۴۰
۸	۷۸/۱۸
۱۰	۷۷/۹۲
۱۲	۷۷/۶۰
۱۴	۷۷/۲۰
۱۶	۷۶/۶۸
۱۸	۷۶/۰۴
۱۹	۷۵/۵۶
۱۹/۷	۷۴/۹۶
۲۰	۷۴/۳۴



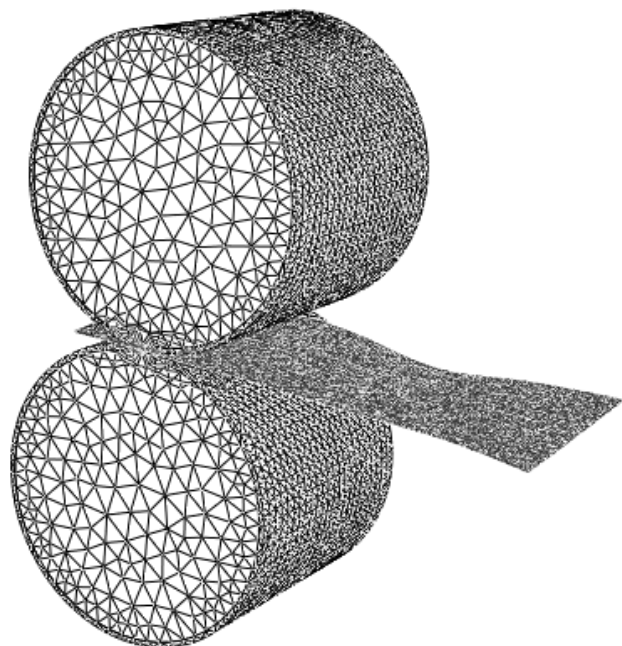
شکل ۱۴ هندسه فویل قبل و بعد از فرایند نورد در نرم افزار آباکوس



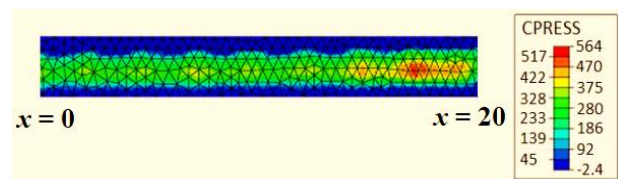
شکل ۱۵ مقایسه ضخامت به دست آمده برای فویل نورد شده با استفاده از حل تحلیلی و حل اجزاه محدود

نتایج ضخامت فویل پس از نورد برای دو حل تحلیلی و اجزاه محدود در شکل (۱۵) مقایسه شده است. همانطور که انتظار می‌رفت، با توجه به فشار تماسی کمتر در مدل اجزاه محدود، ضخامت فویل نورد شده در این مدل نسبت به حل تحلیلی بیشتر است. ضخامت فویل در مرکز برای حل تحلیلی و عددی به ترتیب $78/4$ و $78/6$ میکرون است. همچنین ضخامت به دست آمده در لبه برای مدل تحلیلی و اجزاه محدود به ترتیب $74/3$ و $74/8$ میکرون است. تغییرات ضخامت فویل نورد شده در راستای پهنا برای هر دو حل رفتار یکسانی را نشان می‌دهد. غیریکنواختی ضخامت فویل نورد شده در حل تحلیلی $4/3$ میکرون و در شبیه‌سازی عددی $4/6$ میکرون است. اختلاف کم غیریکنواختی ضخامت فویل نورد شده در شبیه‌سازی عددی، با توجه به فرضیات ساده‌ساز در حل تحلیلی، مورد انتظار است. در نهایت و با توجه به مقایسه نتایج ضخامت فویل نورد شده می‌توان گفت، نتایج حل تحلیلی و روش اجزاه محدود در انطباق خوبی با هم قرار دارند.

داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، مرکز فویل کمترین فشار تماسی را دارد و با نزدیک شدن به لبه آن، مقدار فشار افزایش می‌یابد. فشار از 422 مگاپاسکال در مرکز فویل به حداکثر مقدار 564 مگاپاسکال در لبه می‌رسد. این مقادیر در مقایسه با کمینه و بیشینه فشار تماسی به دست آمده از حل تحلیلی (که به ترتیب 603 و 659 مگاپاسکال است) به ترتیب 30 و 16 درصد اختلاف نسبی را نشان می‌دهد. این اختلاف را می‌توان ناشی از تفاوت شرایط حل ریاضی و عددی دانست. بر خلاف حل عددی، در حل تحلیلی مسئله به صورت استاتیکی حل شده است و پارامترهایی نظیر سرعت غلتک‌ها، سرعت ورق و اصطکاک لحاظ نشده است.



شکل ۱۶ فویل نورد شده با دو غلتک استوانه‌ای



شکل ۱۷ کانتور توزیع فشار تماسی در سطح فویل در حال نورد

در شبیه‌سازی انجام شده، فویل با ضخامت اولیه 100 میکرون وارد دهانه غلتک‌های نورد شده و انتظار می‌رفته که با ضخامت 68 میکرون خارج شود. در شکل (۱۴) هندسه فویل قبل و بعد از فرایند نورد نمایش داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، فویل در اثر نورد و به دلیل نازکی بسیار زیاد، به خصوص در لبه دچار اعوجاج شده است که می‌توان با روش‌هایی این پدیده را تعدیل نمود.

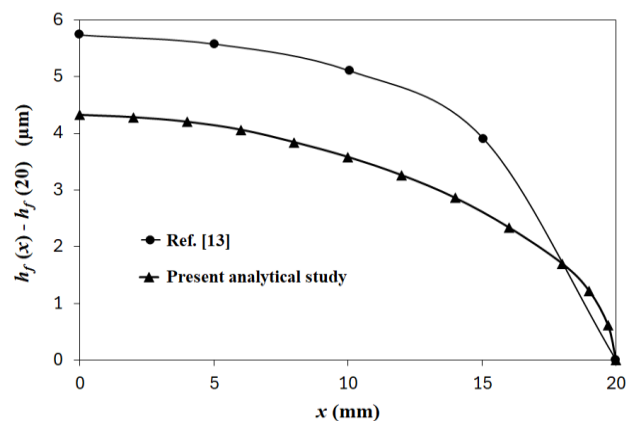
صحت مدل سازی ریاضی و اجزاء محدود مورد تایید قرار گرفت.

- تغییر شکل الاستیک غلتک های نورد برای مشخصات مورد مطالعه، تا ۲۰ درصد کاهش ضخامت اعمالی در نورد فویل تعیین شد که اهمیت لحاظ نمودن آن را نشان می دهد.
- عدم استفاده از غلتک های پشتیبان در کنار تغییر شکل الاستیک غلتک های کار باعث شد که ضخامت فویل پس از نورد تا ۳۳ درصد کاهش ضخامت اعمالی از ضخامت مورد نظر بیشتر باشد. این یافته نشان می دهد که در صورت عدم استفاده از غلتک های پشتیبان، فاصله بین دو غلتک باید برای مقادیر کمتر از ضخامت مطلوب فویل نورد شده تنظیم شود.
- تغییر شکل های الاستیک غلتک های نورد برای مشخصات مورد مطالعه باعث شد که ضخامت فویل نورد شده در راستای پهنا به اندازه ۴/۳ میکرون که معادل بیش از ۱۳ درصد کاهش ضخامت اعمالی است، غیریکنواخت باشد. این غیریکنواختی به خصوص برای کاربردهای دقیق فویل حائز اهمیت است. برای کاهش مقدار غیریکنواختی می توان از غلتک های بشکه ای به جای غلتک های استوانه ای استفاده نمود.

۶- مراجع

- [1] S. Wang, S. Zhang, Z. Liu, J. Wang, J. Xu, and L. Yu, "High-performance radial junction solar cells on ZnO coated stainless steel with excellent flexibility and durability," *Nano Energy*, vol. 122, p. 109262, 2024, doi: <https://doi.org/10.1016/j.nanoen.2024.109262>.
- [2] T. Mason *et al.*, "Computational Modeling of Multi-Pass Rolling Parameters Effect on Resulting Fuel Foil Shape," in *ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, 2022, vol. 86687: American Society of Mechanical Engineers, p. V006T08A047, doi: <https://doi.org/10.1115/IMECE2022-95081>.
- [3] Y. Ba *et al.*, "Fabrication of 77 μm Mg-0.5 Ce Alloy Foil by Three-Pass On-Line Heating Rolling and a Single Annealing," *Advanced Engineering Materials*, p. 2500892, 2025, doi: <https://doi.org/10.1002/adem.202500892>.
- [4] C. Li, Y. Chen, P. Feng, J. Zhou, and L. Peng, "Shear stress modification of the Bland-Ford cold rolling force model," *International Journal of Solids and Structures*, p. 113509, 2025, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2025.113509>.
- [5] A. Aouni, S. Sadoune, and M. Zaaf, "Perturbation of the slab method by incorporating shear effects using a friction model based on a hydrodynamic approach: application to strip rolling," *The International*

پس از مقایسه نتایج حل تحلیلی و عددی، برای حصول اطمینان بیشتر نسبت به حل تحلیلی، نتایج به دست آمده از مدل ریاضی نورد فویل آلومینیومی با دو غلتک استوانه ای یکسان و کاهش ضخامت آن از ۰/۱ میلی متر به ۰/۰۶۸ میلی متر، با نتایج مقاله هوانگ و کان [۱۳] که مربوط به کاهش ضخامت فویل آلومینیومی از ۰/۱ میلی متر به ۰/۰۶۴ میلی متر است، در شکل (۱۶) مقایسه شده است. کمیت مورد مقایسه، اندازه اختلاف ضخامت هر نقطه از فویل نورد شده با کمترین ضخامت که در لبه به دست می آید $(h_f(x) - h_f(20))$ ، است. همانطور که در این شکل قابل مشاهده است، نتایج مدل سازی ریاضی انجام شده تطابق خوبی با نتایج هوانگ و کان [۱۳] دارد و اختلاف موجود را می توان به ۴ درصد کاهش بیشتر ضخامت اولیه فویل و استفاده از غلتک های پشتیبان در مسئله نورد مرجع [۱۳] ارتباط داد.



شکل ۱۶ مقایسه نتایج تحلیلی به دست آمده برای اختلاف ضخامت هر نقطه از فویل نورد شده با ضخامت لبه آن با نتایج مرجع [۱۳]

۵- نتیجه گیری

در این پژوهش، با استفاده از مدل سازی ریاضی و اجزاء محدود، نورد فویل آلومینیومی با مکانیزم نورد دو غلتکی مورد بررسی قرار گرفت و ضخامت فویل نورد شده با لحاظ نمودن تغییر شکل های الاستیک غلتک های نورد محاسبه گردید. در حل تحلیلی نورد فویل، معادلات حاکم بر فرایند نورد برای ۲۵ نقطه در راستای پهنای فویل و تا ۷ مرتبه تکرار برای همگرایی نتایج، حل شد. در حل عددی نیز مسئله نورد فویل به کمک نرم افزار اجزاء محدود آباکوس و به صورت دینامیکی حل شد. نهایتاً با توجه به نتایج به دست آمده، موارد زیر قابل نتیجه گیری است:

- با توجه به ۱ درصد اختلاف نسبی ضخامت به دست آمده برای فویل نورد شده با استفاده از حل تحلیلی و حل عددی،

- [15] Ö. İ. Uçar, H. M. Altuner, M. Günyüz, M. M. Dündar, and D. Özdemir, "Determination of aluminum rolling oil and machinery oil residues on finished aluminum sheet and foil using elemental analysis and fourier transform infrared spectroscopy coupled with multivariate calibration," in *Light Metals 2014*: Springer, 2014, pp. 415-420.
- [16] L. Yang, H. Zhang, and G. Liu, "Performance analysis of wide magnesium alloy foil rolled by multi-pass electric plastic rolling," *Metals and Materials International*, vol. 29, no. 10, pp. 2783-2794, 2023, doi: <https://doi.org/10.1007/s12540-023-01414-w>.
- [17] Y. Liu, Y. Sun, X. Zhu, W. Cheng, and P. Wu, "Performance and Strengthening Mechanism Analyses of a 4n Aluminum Foil Rolled by Multi-Pass Rolling," *Available at SSRN 4917547*, 2025, doi: <https://dx.doi.org/10.2139/ssrn.4917547>.
- [18] P. Liu *et al.*, "Effect of Cold-Rolling Deformation on Texture Evolution and Tensile Properties of Titanium Foil for Hydrogen Fuel Cell," *Advanced Engineering Materials*, vol. 26, no. 12, p. 2400011, 2024, doi: <https://doi.org/10.1002/adem.202400011>.
- [19] S.-n. Chen, X. Yang, G. Liu, B. Wang, B. Wang, and Y. Tian, "Synergy enhancement mechanism of strength and plasticity for superalloy foil by a strategy combining cryogenic and room-temperature rolling," *Materials Characterization*, p. 115281, 2025, doi: <https://doi.org/10.1016/j.matchar.2025.115281>.
- [20] L.-y. ZHENG and Z. Wei, "Edge cracking behavior of copper foil in asymmetrical micro-rolling," *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, vol. 35, no. 5, pp. 1634-1647, 2025, doi: [https://doi.org/10.1016/S1003-6326\(25\)66772-0](https://doi.org/10.1016/S1003-6326(25)66772-0).
- [21] W. E. Frazier *et al.*, "Microstructure-process relationships in monolithic U-10Mo fuel foil single-pass rolling: A parametric simulation study," *Journal of Nuclear Materials*, vol. 576, p. 154271, 2023, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jnucmat.2023.154271>.
- [22] J.-X. Wei *et al.*, "Effect of hot rolling process on the evolution of microstructure and mechanical properties of Ti₂AlNb-based alloy foil during cold rolling," *Materials Characterization*, vol. 210, p. 113784, 2024, doi: <https://doi.org/10.1016/j.matchar.2024.113784>.
- [23] J.-w. Zhao *et al.*, "Effect of rolling schedules on ridging resistance of ultra-thin ferritic stainless steel foil," *Journal of Iron and Steel Research International*, vol. 32, no. 1, pp. 198-214, 2025, doi: <https://doi.org/10.1007/s42243-024-01258-7>.
- [24] S. P. Timoshenko and J. M. Gere, *Theory of elastic stability*. Courier Corporation, 2012.
- Journal of Advanced Manufacturing Technology*, pp. 1-20, 2025, doi: <https://doi.org/10.1007/s00170-025-16384-z>.
- [6] D. Jortner, J. Osterle, and C. Zorowski, "An analysis of cold strip rolling," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 2, no. 3, pp. 179-194, 1960, doi: [https://doi.org/10.1016/0020-7403\(60\)90003-5](https://doi.org/10.1016/0020-7403(60)90003-5).
- [7] N. Fleck and K. Johnson, "Towards a new theory of cold rolling thin foil," *International journal of mechanical sciences*, vol. 29, no. 7, pp. 507-524, 1987, doi: [https://doi.org/10.1016/0020-7403\(87\)90012-9](https://doi.org/10.1016/0020-7403(87)90012-9).
- [8] P. Gratacos, P. Montmitonnet, C. Fromholz, and J. Chenot, "A plane-strain elastoplastic finite-element model for cold rolling of thin strip," *International journal of mechanical sciences*, vol. 34, no. 3, pp. 195-210, 1992, doi: [https://doi.org/10.1016/0020-7403\(92\)90071-N](https://doi.org/10.1016/0020-7403(92)90071-N).
- [9] H. Le and M. Sutcliffe, "A robust model for rolling of thin strip and foil," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 43, no. 6, pp. 1405-1419, 2001, doi: [https://doi.org/10.1016/S0020-7403\(00\)00092-8](https://doi.org/10.1016/S0020-7403(00)00092-8).
- [10] D. Kumar and U. Dixit, "A slab method study of strain hardening and friction effects in cold foil rolling process," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 171, no. 3, pp. 331-340, 2006, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2005.06.074>.
- [11] Y.-M. Hwang, T.-F. Hwang, C.-Y. Lin, and C.-W. Su, "An innovative development of a four-high foil rolling mill," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 71, no. 1, pp. 557-563, 2014, doi: <https://doi.org/10.1007/s00170-013-5512-x>.
- [12] L. Xin, S. Meng, S. Xiang-kun, and L. Li-zhong, "Theoretical analysis of minimum metal foil thickness achievable by asymmetric rolling with fixed identical roll diameters," *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, vol. 26, no. 2, pp. 501-507, 2016, doi: [https://doi.org/10.1016/S1003-6326\(16\)64138-9](https://doi.org/10.1016/S1003-6326(16)64138-9).
- [13] Y.-M. Hwang and C.-C. Kan, "Roll shape design for foil rolling of a four-high mill," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 91, no. 5, pp. 1587-1597, 2017, doi: <https://doi.org/10.1007/s00170-016-9843-2>.
- [14] H. Xue *et al.*, "Data-Driven Prediction of Thickness Uniformity for High-Precision Rolling of 316 L Stainless Steel Foil in 20-High Mill," *Materials Today Communications*, p. 112562, 2025, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mtcomm.2025.112562>.

- Coatings Technology*, vol. 494, p. 131394, 2024, doi: <https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2024.131394>.
- [28] A. Mostafapour, A. Akbari, and M. Nakhaei, "Application of response surface methodology for optimization of pulsating blank holder parameters in deep drawing process of Al 1050 rectangular parts," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 91, no. 1, pp. 731-737, 2017, doi: <https://doi.org/10.1007/s00170-016-9781-z>.
- [29] H. Le and M. Sutcliffe, "Rolling of thin strip and foil: application of a tribological model for "mixed" lubrication," *Journal of tribology*, vol. 124, no. 1, pp. 129-136, 2002, doi: <https://doi.org/10.1115/1.1402179>.
- [25] Z. Jiang, D. Wei, and A. Tieu, "Analysis of cold rolling of ultra thin strip," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 209, no. 9, pp. 4584-4589, 2009, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2008.10.035>.
- [26] M. A. Tolcha and H. Altenbach, "Numerical modeling rolling contact problem and elasticity deformation of rolling die under hot milling," *Metals*, vol. 9, no. 2, p. 226, 2019, doi: <https://doi.org/10.3390/met9020226>.
- [27] F. Ji, C. Luo, M. Pang, and Z. Qian, "Effect of WC particle size on the microstructural evolution and tribological properties of laser cladding Ti-bearing Co-based WC reinforced coating," *Surface and*