



## ارزیابی معکوس توزیع ضرایب جذب و پراکندگی در محیط های تابشی با ضریب شکست متغیر

**چکیده:** در این پژوهش، ارزیابی معکوس توزیع ضرایب جذب و پراکندگی درون محیط های تابشی با توزیع ضریب شکست متغیر دلخواه مورد بررسی قرار گرفته است. مسئله مستقیم شامل انتقال حرارت تابشی گذرا در معرض تابش تک جهته لیزر می باشد که با روش انتقال مجزا در حالت های یک بعدی و دو بعدی حل گردید. به منظور حل مسائل معکوس و به حداقل رساندن تابع هدف، که به صورت مجموع مربعات باقیمانده های مقادیر ارزیابی شده و مقادیر مطلوب می باشد، تکنیک بهینه سازی گرادینان مزدوج مورد استفاده قرار گرفت. سپس مسائل یک بعدی و دو بعدی که در آن ها از یک روش ساده و مستقیم برای به دست آوردن ضرایب حساسیت استفاده شده است، مورد بررسی قرار گرفت. دقت بالای مقادیر ارزیابی شده، حتی با وجود خطاهای اندازه گیری، نشان دهنده عملکرد مطلوب روش حل معکوس می باشد. اگرچه با افزایش میزان خطای مقادیر اندازه گیری شده، انحراف مقادیر ارزیابی شده از مقادیر دقیق افزایش یافت، شناسایی موقعیت ناخالصی ها درون محیط، با دقتی مناسب مشاهده گردید.

**واژه های راهنما:** ارزیابی معکوس، ضرایب جذب و پراکندگی، ضریب شکست متغیر، روش بهینه سازی گرادینان مزدوج، ضرایب حساسیت

### امیر دهقانیان\*

استادیار،  
دانشکده مهندسی مکانیک،  
دانشگاه صنعتی شیراز،  
شیراز

### سید مسعود

### حسینی سروری

استاد،  
دانشکده فنی و مهندسی،  
دانشگاه شهید باهنر کرمان،  
کرمان

مقاله علمی پژوهشی

دریافت: ۱۴۰۳/۰۵/۲۱

بازنگری: ۱۴۰۳/۰۶/۱۷

پذیرش: ۱۴۰۳/۰۷/۳۰

### Amir Dehghanian\*

Assistant Professor,  
Department of Mechanical  
Engineering, Shiraz  
University of  
Technology, Shiraz

### Seyed Masoud Hosseini Sarvari

Professor,  
Mechanical Engineering  
Department,  
Shahid Bahonar  
University of Kerman,  
Kerman

## Inverse estimation of absorption and scattering coefficients distribution through variable index radiative media

**Abstract:** In this research, inverse estimation of absorption and scattering coefficients in variable index media is investigated. Forward problem is transient radiative transfer exposed to collimated laser pulse that is solved by discrete transfer method for one and two-dimensional problems. For solving the inverse problems and minimizing the objective function, which is expressed by the sum of square residuals between estimated and desired values, Conjugate gradient method is used. Then, different one and two-dimensional inverse samples with a simple and straightforward way for obtaining the sensitivity coefficients are investigated. The high accuracy of the recovered values even by adding the measurement errors to the exact values, shows the desirable performance of the inverse method. Although with increasing the measurement errors, the deviation of the evaluated values from the exact values increases, but identifying the position of impurities in the environment is evident with proper accuracy.

**Keywords:** Inverse estimation, Absorption and scattering coefficients, Variable index, The conjugate gradient method, Sensitivity coefficients

## ۱- مقدمه

و جهات مجزا در حل مستقیم و گرادیان مزدوج<sup>۱</sup> در حل معکوس، بازیابی کردند. ضرایب جذب و پراکندگی با دقت قابل قبولی بازیابی شدند، با این حال مقادیر تخمین زده شده ضریب پراکندگی دارای خطای کمتری بود. استفاده از روش SQP<sup>۱۱</sup> در یافتن خواص حرارتی محیط‌های تابشی توسط قی و همکاران [۳۰] مورد بررسی قرار گرفت. نتایج ارائه شده توسط ایشان، نشان‌دهنده قابلیت بالای روش استفاده شده در تخمین توزیع ضرایب جذب و پراکندگی در محیط‌های تأثیرگذار می‌باشد. حسینی سروری و دهقانان [۳۱، ۳۲] از روش‌های انتقال مجزا و گرادیان مزدوج جهت بازیابی توزیع ضریب جذب در محیط‌های تأثیرگذار خاکستری و غیر خاکستری در مسائل پایا استفاده کرد. ژنگ و همکاران [۳۳] با استفاده از روش بهینه سازی ACO<sup>۱۲</sup> توانستند عمق اپتیکی و ضریب آبدوی<sup>۱۳</sup> محیط را بازیابی کنند. قی و همکاران [۳۴] با در نظر گرفتن داده‌های تجربی مربوط به سیگنال‌های تابشی و استفاده از روش SQP در حل معکوس، به بازیابی خواص اپتیکی محیط تابشی پرداختند. نتایج این تحقیق نشان داد که روش مورد استفاده، در مسائل تجربی نیز کارایی بسیار بالایی دارد.

در پژوهش حاضر، با استفاده از روش انتقال حرارت معکوس گرادیان مزدوج در کنار روش انتقال مجزا در حل مستقیم، مسئله پرتونگاری با تابش گرمایی در محیط‌های یک بعدی و دو بعدی با تغییرات دلخواه ضریب شکست بررسی می‌گردد و توزیع ضرایب جذب و انحراف درون محیط بازیابی می‌شوند. در صورت وجود ناخالصی و یا ناهمگنی درون محیط، موقعیت و شکل آن نیز بازیابی می‌شود که عملاً خواسته اصلی در مسائل پرتونگاری با تابش گرمایی می‌باشد.

## ۲- روابط و معادلات

ابتدا حل مستقیم مسئله انتقال تابش گذرا درون محیط تأثیرگذار با ضریب شکست متفاوت ارائه می‌گردد و برای حل آن نیز از روش انتقال مجزا استفاده می‌شود. روش انتقال مجزا مبتنی بر ردیابی مسیر پرتوها از سطحی به سطح دیگر در میدان حل می‌باشد و تأثیرات ضریب شکست درون محیط نیز اعمال می‌گردد (شکل ۱).

بررسی اثر تابش لیزرهای پالس کوتاه در محیط‌های تابشی در دهه‌های اخیر مورد توجه محققان قرار گرفته است [۱، ۲]. به دلیل ماهیت گذرای پرتوهای تابشی لیزر، سیگنال‌های تابشی در مباحث پرتونگاری با تابش گرمایی<sup>۱</sup> مورد توجه زیادی قرار گرفته است. پرتونگاری با تابش گرمایی یک روش پرتابل<sup>۲</sup> و غیر مخرب<sup>۳</sup> در بازیابی خواص تابشی بافت‌های بیولوژیکی می‌باشد [۳-۵].

تمامی روش‌های انتقال حرارت معکوس در بازیابی خواص تابشی نیازمند یک مدل مناسب مربوط به روش مستقیم برای حل معادله انتقال تابش و یافتن سیگنال‌های تابشی می‌باشد. روش‌های عددی متفاوتی برای یافتن سیگنال‌های تابشی گذرا توسط محققین به کار برده شده‌اند [۶-۲۱]. در سالیان اخیر، روش‌های متفاوتی که تغییرات ضریب شکست در محیط‌های تابشی را برای حل معادله انتقال تابش در نظر می‌گیرد، به کار رفته است. ونگ و وو [۲۲] از روش جهات مجزا<sup>۴</sup> (DOM) برای حل معادله انتقال تابش در محیط‌های با توزیع پیوسته ضریب شکست استفاده کردند. روش VDOM<sup>۵</sup> توسط دهقانان و سروری [۲۳] برای حل مسئله انتقال تابش گذرا در محیط‌های یک بعدی با توزیع دلخواه ضریب شکست به کار برده شد. ونگ و همکاران [۲۴] روش نمونه کارلو<sup>۶</sup> (MCM) را برای حل معادله انتقال تابش گذرا در چنین محیط‌هایی به کار بردند. روش DRESOR<sup>۷</sup> در تحلیل مسائل انتقال تابش گذرا در محیط‌های با ضریب شکست متغیر نیز توسط ونگ و همکاران [۲۵] مورد استفاده قرار گرفت. یملی و همکاران [۲۶] نیز از روش LBM<sup>۸</sup> برای حل معادله انتقال تابش گذرا در محیط‌های با ضریب شکست متغیر استفاده کردند. اخیراً دهقانان و سروری [۲۷] روش انتقال مجزا<sup>۹</sup> را برای حل معادله انتقال تابش گذرا در محیط‌های یک بعدی و چند بعدی با توزیع پیوسته و ناپیوسته ضریب شکست، گسترش دادند. روش‌های متفاوت انتقال حرارت معکوس برای بازیابی خواص تابشی در محیط‌های یک بعدی و چند بعدی ارائه شده است. کیائو و همکاران [۲۸، ۲۹] خواص تابشی در محیط‌های دو بعدی را با کمک روش‌های حجم محدود

<sup>8</sup> Lattice Boltzmann method<sup>9</sup> Discrete transfer method<sup>10</sup> Conjugate gradient method<sup>11</sup> Sequential quadratic programming<sup>12</sup> Ant Colony optimization<sup>13</sup> Albedo<sup>1</sup> Optical Tomography<sup>2</sup> Portable<sup>3</sup> Noninvasive<sup>4</sup> Discrete ordinates method<sup>5</sup> Variable discrete ordinates method<sup>6</sup> Monte Carlo method<sup>7</sup> Distributions of ratios of energy scattered or reflected method

جهته شدت تابشی بر مجذور ضریب شکست به صورت زیر به- دست می آید.

$$\mathcal{G}_c = \mathcal{G}_p \left( t - \int_0^x n(x) dx / C_0 \right) \exp^{-\int_0^x \beta dx} \quad (5)$$

اینک با ادغام روابط (۱)، (۳) و (۴) و مقداری ساده سازی خواهیم داشت:

$$\frac{1}{C} \frac{\partial \mathcal{G}_d}{\partial t} + \frac{\partial \mathcal{G}_d}{\partial s} = -\beta \mathcal{G}_d + \psi_t \quad (6)$$

که  $\psi_t$  برابر مجموع مؤلفه های تک جهته و دیفیوز است و مطابق روابط زیر تعیین می شوند.

$$\psi_d = n^2 \kappa I_b + \frac{\sigma}{4\pi} \int \mathcal{G}_d \phi d\Omega \quad (7\text{-الف})$$

$$\psi_c = \frac{\sigma}{4\pi} \int \mathcal{G}_c \phi d\Omega \quad (7\text{-ب})$$

با گسسته سازی عبارت مشتق زمانی معادله (۶) و همین طور با انتگرال گیری از آن حول نقاط ورود و خروج پرتو به سلول، با فرض خواص تابشی ثابت درون آن، رابطه زیر به دست می آید.

$$\mathcal{G}_{d,t}^{out} = \mathcal{I}_{d,t}^{in} \exp\left(-\frac{\beta \Delta s}{B}\right) + \left[ \frac{B\psi_t}{\beta} + \frac{\mathcal{I}_{d,t-\Delta t}^{ave}}{1 + \beta C \Delta t} \right] \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\beta \Delta s}{B}\right) \right] \quad (8)$$

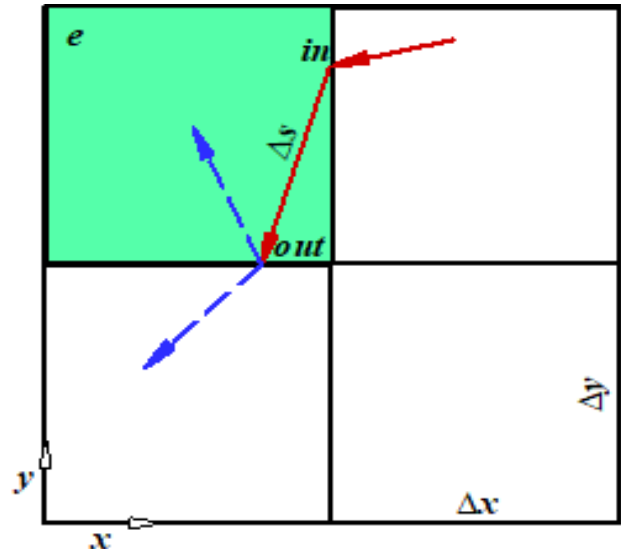
بالانویس های  $in$  و  $ave$  به ترتیب معرف مقدار ورودی، خروجی و متوسط کمیت مورد نظر در حجم کنترل است. مقدار  $B$  نیز عبارت است از:

$$B = \frac{\beta C \Delta t}{1 + \beta C \Delta t} \quad (9)$$

برای یافتن شار حرارتی بر مجذور ضریب شکست روی دیواره ها رابطه زیر به کار می رود [۳۵].

$$\Theta_{d,w} = \varepsilon_w \left( \pi I_{bw} - \sum_{r'=1}^{R'} \mathcal{G}_{d,r',w} \bar{\omega}_{r',w} \right) \quad (10)$$

که  $\bar{\omega}_{r',w}$  وزن در نظر گرفته شده برای شار حرارتی مرتبط با جهت  $r'$  روی سطح می باشد. برای دسترسی به توضیحات بیشتر مربوط به این روش می توان به [۲۷، ۳۵] رجوع کرد.



شکل ۱ حرکت پرتو درون یک المان نمونه در محیط با ضریب شکست متغیر

معادله انتقال تابش گذرا در محیط های تأثیرگذار با ضریب شکست متغیر به صورت زیر است [۲۵].

$$\frac{1}{C} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial t} + \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial s} + \beta \mathcal{G} = \psi \quad (1)$$

که  $C$  معرف سرعت پرتو درون محیط و ضریب اضمحلال  $\beta$  نیز برابر با مجموع ضریب جذب  $\kappa$  و ضریب پراکندگی  $\sigma$  است.  $\psi = \frac{I}{n^2}$  معرف شدت تابشی بر مجذور ضریب شکست و  $\frac{S}{n^2}$  برابر با ترم تولید بر مجذور ضریب شکست می باشد و با رابطه زیر بیان می گردد.

$$\psi = \kappa I_b + \frac{\sigma}{4\pi} \int \mathcal{G} \phi d\Omega \quad (2)$$

در رابطه بالا  $I_b$  شدت تابش جسم سیاه مربوط به محیط و  $\phi$  تابع فاز انحراف می باشد. هنگامیکه مرز محیط در معرض تابش تک جهته قرار گیرد، عبارت شدت تابش محیط برابر با مجموع مؤلفه های تک جهته  $\mathcal{G}_c$  و دیفیوز  $\mathcal{G}_d$  می باشد.

$$\mathcal{G} = \mathcal{G}_c + \mathcal{G}_d \quad (3)$$

تغییرات مؤلفه تک جهته تابش در محیط مورد نظر، با حل رابطه زیر حاصل می شود.

$$\frac{d\mathcal{G}_c}{ds} = -\beta \mathcal{G}_c \quad (4)$$

در پژوهش حاضر برای شدت تابش تک جهته از پالس گوسی [۲۳] استفاده شده است. با حل معادله (۴)، تغییرات مؤلفه تک

در ادامه گفته می‌شود، محاسبه می‌گردند. اینک گرادیان تابع هدف، ضریب مزدوج، جهت کاهش و اندازه گام جستجو محاسبه می‌شوند. سپس با کمک رابطه (۱۱) بردار پارامترهای مجهول به‌روز می‌شود. این فرآیند تکرار می‌گردد تا معیار توقف مربوط به تابع هدف برقرار شود. با قرار دادن ضرایب جذب یا انحراف در بردار مقادیر مجهول  $\vec{P} = \vec{\kappa}(\vec{\sigma})$  و در نظر گرفتن شارهای حرارتی روی دیواره‌ها به عنوان مقادیر ارزیابی شده  $\vec{Z}_{ev} = \vec{q}_{ev,w}$ ، مسئله معکوس قابل حل می‌باشد. بدین‌صورت که برای محاسبه درایه‌های ماتریس حساسیت نیاز است که از مقادیر ارزیابی شده نسبت به مجهولات مسئله، مشتق‌گیری شود.

$$J_{mn} = (\partial q_{ev,d,w})_m / \partial \kappa_n(\sigma_n) \quad (15)$$

که  $m$  و  $n$  به ترتیب شمارنده مجهولات و مقادیر اندازه‌گیری شده می‌باشند. همین روند را برای قسمت تک جهت نیز باید انجام داد و سپس مقادیر متناظر ترم‌های دیفیوز و تک جهت جمع کردند تا درایه‌های ماتریس حساسیت به‌دست آیند.

ذکر این نکته ضروری است که بازبایی خواص تابشی در محیط‌های تأثیرگذار در مسئله گذرا، به دسته مسائل انتقال حرارت معکوس غیرخطی که در آن‌ها ضرایب ماتریس حساسیت وابسته به مجهولات مسئله است و باید در هر تکرار محاسبه کردند که این امر موجب طولانی شدن روند حل مسئله می‌گردد.

### ۳- نتایج

در ابتدا به اعتبارسنجی روش انتقال مجزا در حل مستقیم پرداخته می‌شود. محیط یک بعدی که دیواره سمت چپ در معرض تابش تک‌جهته لیزر می‌باشد و محیط و دیواره مقابل بدون تابش و سرد می‌باشند را در نظر بگیرید. مسئله برای سه توزیع متفاوت خطی ضریب شکست مطابق روابط (۱۶) تا (۱۸) حل می‌گردد. محیط به ۵۰۰ المان یکنواخت تقسیم می‌شود و ۹۰ زاویه قطبی برای حل مسئله در نظر گرفته می‌شود، تلاش شده‌است تا در این حالت نتایج به صورت مقادیر بی‌بعد شده نرخ انتقال حرارت تابشی روی دیواره بر بیشینه شدت تابشی لیزر، رفلکتانس<sup>۱</sup> و ترنس‌میتانس<sup>۲</sup>، در زمان‌های بی‌بعد  $(t^* = BC_0 t)$  متفاوت در شکل (۲) ارائه شوند. در حالت کلی رفلکتانس مرتبط با دیواره‌ای می‌باشد که تحت تابش لیزر است و مقدار آن برابر است با  $R = Q_a / I_0$  و ترنس‌میتانس مرتبط با دیواره یا دیواره-های دیگر می‌باشد که رابطه آن نیز برابر با  $T = (Q_a + Q_c) / I_0$

در پژوهش حاضر از روش گرادیان مزدوج برای بازبایی توزیع ضرایب جذب و انحراف درون محیط تأثیرگذار با ضریب شکست متغیر استفاده شده است. فرآیند تکراری جهت کمینه کردن تابع هدف  $F$  در روش حاضر به‌صورت زیر ارائه می‌گردد [۳۶].

$$\vec{P}^{k+1} = \vec{P}^k - \gamma^k \vec{d}^k \quad (11)$$

که در آن  $\gamma^k$  اندازه گام جستجو،  $\vec{d}^k$  جهت کاهش،  $\vec{P}$  بردار مجهولات و بالانویس  $k$  شمارنده تکرار است. جهت کاهش با کمک رابطه زیر تعیین می‌گردد.

$$\vec{d}^k = \nabla F(\vec{P}^k) + \alpha^k \vec{d}^{k-1} \quad (12)$$

در رابطه بالا  $\nabla F$  همان گرادیان تابع هدف می‌باشد و ضریب مزدوج نیز مطابق روابط زیر تعیین می‌گردد.

$$\alpha^k = \begin{cases} 0 & k = 0 \\ \frac{\sum_{n=1}^N [\nabla F_n(\vec{P}^k)]^2}{\sum_{n=1}^N [\nabla F_n(\vec{P}^{k-1})]^2} & k = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (13)$$

که  $N$  معرف تعداد مجهولات است.

اندازه گام جستجو که در معادله (۱۱) به کار رفته است نیز به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\gamma^k = \frac{[\vec{J}^k \vec{d}^k]^T [\vec{Z}_{ev}(\vec{P}^k) - \vec{Z}_{me}]}{[\vec{J}^k \vec{d}^k]^T [\vec{J}^k \vec{d}^k]} \quad (14)$$

در رابطه بالا  $J$  ماتریس حساسیت است،  $\vec{Z}_{me}$  بردار مقادیر مطلوب یا همان شارهای تابشی دیواره‌های محیط در حل دقیق است و  $\vec{Z}_{ev}$  نیز بردار مقادیر ارزیابی شده یا همان شارهای حرارتی دیواره‌های محیط در هر تکرار است.

روند مسئله انتقال حرارت معکوس حاضر بدین‌صورت است که ابتدا برای پارامترهای مجهول یک حدس اولیه در نظر گرفته می‌شود و با کمک آن بردار مقادیر ارزیابی شده به دست می‌آید. سپس تابع هدف مسئله که برابر با مجموع تفاضل مربعات مقادیر ارزیابی شده و دقیق است، محاسبه می‌گردد و در صورتیکه از مقدار بسیار کوچک مربوط به معیار توقف پیشرفت مسئله، کمتر نباشد، مقادیر ماتریس حساسیت در هر تکرار مطابق روشی که

<sup>2</sup> Transmittance

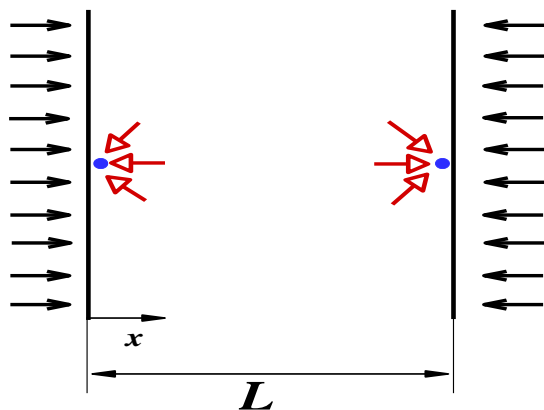
<sup>1</sup> Reflectance

که روش انتقال مجزا دارای دقت مناسبی می‌باشد. میزان خطاهای متوسط رفلکتانس و ترنس‌میتانس برای روش انتقال مجزا نسبت به روش DRESOR در جدول (۱) آورده شده است.

جدول ۱ خطاهای متوسط رفلکتانس و ترنس‌میتانس برای روش انتقال مجزا نسبت به روش DRESOR

شماره معادله	$E_R$ (%)	$E_T$ (%)
۱۶	۱/۳۳۷	۳/۲۷۰
۱۷	۱/۳۸۰	۳/۹۴۱
۱۸	۱/۰۷۲	۴/۷۵۳

در ادامه به ارائه مسائل انتقال حرارت معکوس پژوهش حاضر پرداخته می‌شود. در ابتدا محیط یک بعدی تأثیرگذار با عمق یک متر در نظر گرفته می‌شود. محیط و دیواره‌ها همگی سرد می‌باشند. هر دو دیواره در معرض تابش تک جهته لیزر مطابق شکل (۳) قرار دارند.



شکل ۳ مدل فیزیکی استفاده شده برای مسائل یک بعدی

در مسئله اول خواص تابشی محیط به صورت ناپیوسته به دو قسمت مطابق روابط (۱۹) تا (۲۱) تقسیم می‌شود. در مسئله دوم یک توزیع خطی برای خواص تابشی این بار مطابق روابط (۲۲) تا (۲۴) در نظر گرفته می‌شود.

$$K = \begin{cases} 1.0 & , 0 \leq x \leq 0.5 \\ 3.0 & , 0.5 \leq x \leq 1.0 \end{cases} \quad (19)$$

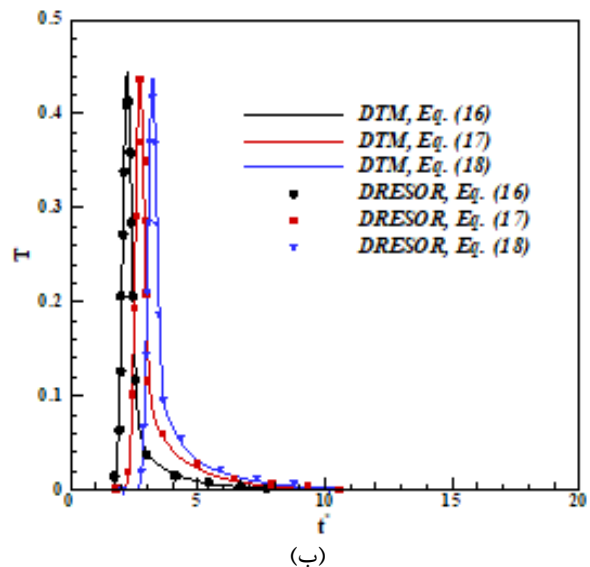
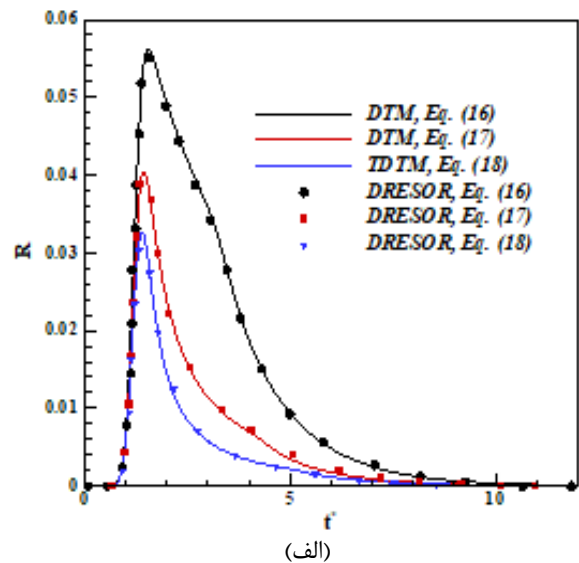
$$\sigma = \begin{cases} 2.0 & , 0 \leq x \leq 0.5 \\ 4.0 & , 0.5 \leq x \leq 1.0 \end{cases} \quad (20)$$

است. مقادیر  $Q_c$  و  $I_0$  به ترتیب عبارتند از شار حرارتی مربوط به ترم‌های دیفیوز و تک‌جهته و همین‌طور بیشینه شدت تابشی لیزر. محیط دارای انحراف ایزوتروپیک با ضریب آلبدو  $\omega = 1.0$  و عمق اپتیکی  $\tau_L = 1.0$  می‌باشد.

$$n = 1 \quad (16)$$

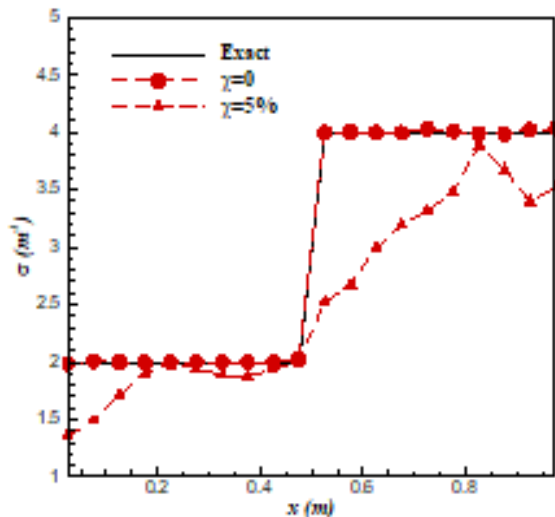
$$n = 1 + x \quad (17)$$

$$n = 1 + 2x \quad (18)$$



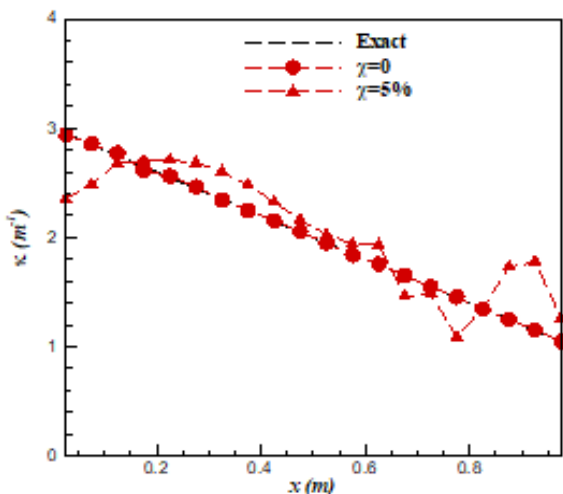
شکل ۲ تغییرات رفلکتانس و ترنس‌میتانس برای محیط ایزوتروپیک با ضریب آلبدو  $\omega = 1.0$  عمق اپتیکی  $\tau_L = 1.0$  و سه توزیع ضریب شکست مطابق روابط (۱۶) تا (۱۸)

همانگونه که از نمودارهای این قسمت مشخص می‌باشد، با مقایسه نتایج حاصل از انتقال مجزا و DRESOR [۲۵]، درمی‌یابیم

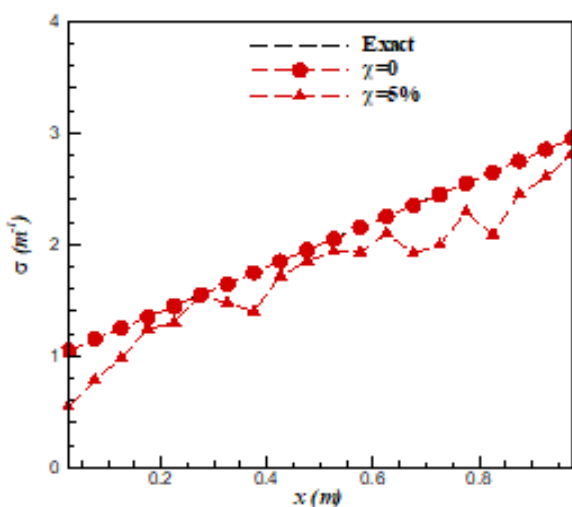


(ب)

شکل ۴ بازایی همزمان؛ الف- توزیع ضریب جذب و ب- توزیع ضریب انحراف برای مسئله یک بعدی با خواص تابشی ناپیوسته



(الف)



(ب)

شکل ۵ بازایی همزمان؛ الف- توزیع ضریب جذب و ب- توزیع ضریب انحراف برای مسئله یک بعدی با خواص تابشی پیوسته خطی

$$n = \begin{cases} 1.0 & , 0 \leq x \leq 0.5 \\ 2.0 & , 0.5 \leq x \leq 1.0 \end{cases} \quad (21)$$

$$\kappa = 3 - 2x \quad (22)$$

$$\kappa = 1 + 2x \quad (23)$$

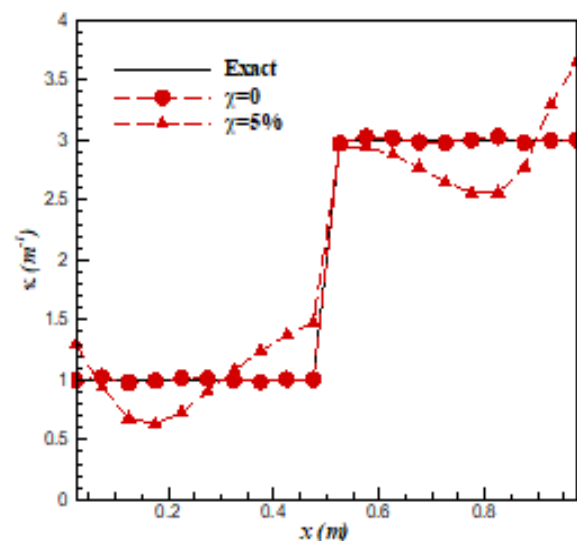
$$n = 1 + x \quad (24)$$

توزیع ضرایب جذب و انحراف بازایی شده در شکل‌های (۴) و (۵) بدون در نظر گرفتن خطای اندازه‌گیری و با در نظر گرفتن ۵ درصد خطای اندازه‌گیری در مقادیر دقیق نشان داده شده‌است. مشخص است که با وجود داده‌های همراه با خطا، مقادیر بازایی شده با مقادیر دقیق همخوانی خوبی دارد. دقت مسائل معکوس با محاسبه ریشه میانگین مجموع مربعات اختلاف مقادیر دقیق و تخمین‌زده شده یا معیار خطای  $RMS$  مطابق رابطه (۲۵) بیان می‌شود.

$$RMS = \frac{1}{p_{ave}} \left( \sum_{n=1}^N (p_{ex,n} - p_{e,n})^2 / N \right)^{1/2} \quad (25)$$

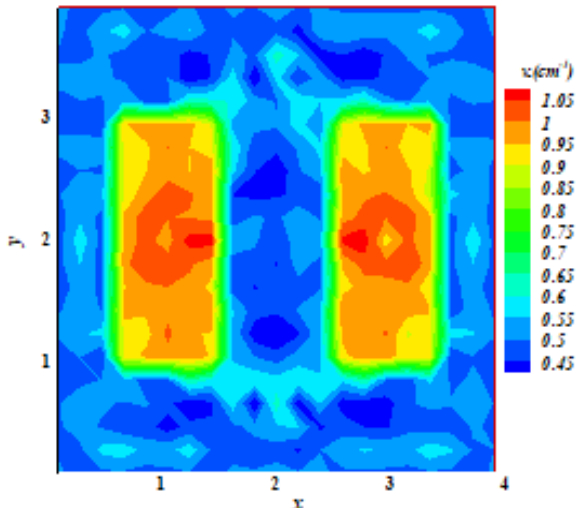
$$, \quad p = \kappa \text{ or } \sigma$$

در حالت بدون در نظر گرفتن خطاهای اندازه‌گیری، عملاً توزیع ضرایب جذب و پراکندگی به صورت دقیق و با خطای  $RMS$  کمتر از ۰/۰۱ برای مسائل اول و دوم به‌دست آمد. همچنین با در نظر گرفتن ۵ درصد خطای اندازه‌گیری، توزیع ضرایب جذب و پراکندگی با خطای  $RMS$  کمتر از ۰/۲ برای هر دو مسئله به‌دست آمد.

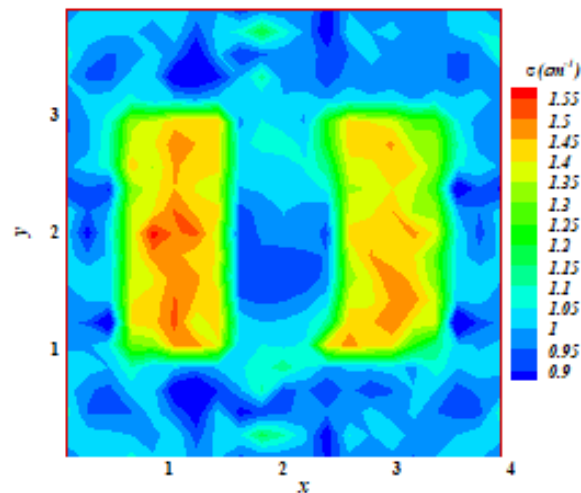


(الف)

اینک محیط دو بعدی جذب کننده و منحرف کننده با ابعاد ۴ سانتی متر در ۴ سانتی متر را مطابق شکل (۶) در نظر بگیرید.



(الف)

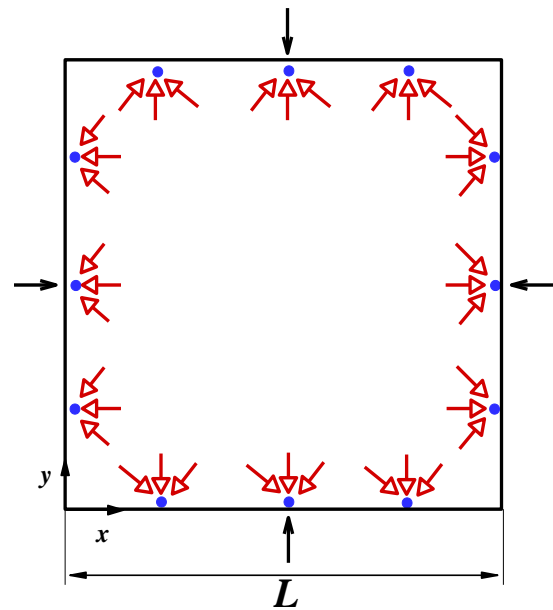


(ب)

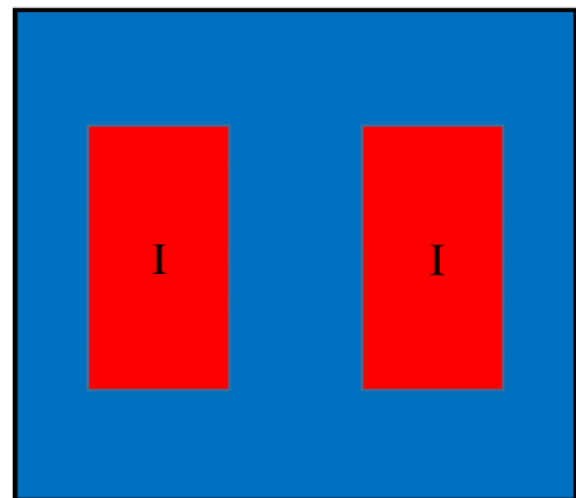
شکل ۸ نتایج بازیابی توزیع؛ الف- ضریب جذب، ب- ضریب انحراف برای مسئله دو بعدی

برای ارزیابی دقیق تر روش ارائه شده، خطای تصادفی به میزان ۵ درصد در نظر گرفته شده است که نتایج بازیابی خواص تابشی در این حالت نیز در شکل های (۹-الف) و (۹-ب) نشان داده شده است. مشاهده می شود که با افزایش میزان خطای مقادیر اندازه گیری، دقت روش حاضر در بازیابی خواص تابشی کاهش می یابد؛ به نحوی که میزان خطای RMS در بازیابی توزیع ضرایب جذب از مقدار ۰/۰۷۱ به ۰/۱۹۸ و در بازیابی توزیع ضرایب پراکندگی از ۰/۰۷۴ به ۰/۲۱۱ می رسد، با این حال، موقعیت مکان ناخالصی ها به صورت مؤثر به دست آمد.

محاسبات حل مسایل معکوس پژوهش حاضر بر روی یک سیستم Core i7 7700k انجام شده است. زمان متوسط محاسبات به ازای هر تکرار حل معکوس برای یک مسئله یک بعدی با محیط ایزوتروپیک و عمق اپتیکی واحد، حدود ۱۱ ثانیه می باشد. این مقدار برای مسئله دوبعدی، حدودا برابر با ۳۰



شکل ۶ مدل فیزیکی استفاده شده برای مسئله دو بعدی



شکل ۷ آرایش ناخالصی های موجود در محیط دو بعدی

درون محیط ناخالصی هایی مطابق شکل (۷) در نظر بگیرید. ضریب جذب و انحراف محیط پس زمینه به ترتیب برابر  $0.5\text{ cm}^{-1}$  و  $1\text{ cm}^{-1}$  می باشد. در حالیکه ضریب جذب و انحراف ناخالصی ها به ترتیب برابر  $1.0\text{ cm}^{-1}$  و  $1.5\text{ cm}^{-1}$  است. برای محیط پس زمینه و همین طور ناخالصی ها ضریب شکست های به ترتیب ۱ و ۲ در نظر گرفته شده است.

نتایج مربوط به بازیابی خواص تابشی در شکل های (۸-الف) و (۸-ب) آورده شده است که دقت مناسب این روش را برای مسئله مورد نظر نشان می دهد.

ضرایب حساسیت نقش اساسی در موفقیت روش حل و دقت نتایج نهایی دارد. در مسائل ارائه شده، ضرایب حساسیت با استفاده از یک روش ساده و قابل فهم، مشابه روش مستقیم به-دست آمد. برای نشان دادن دقت روش معکوس، چند مسئله متنوع ارائه گردید. اگرچه با افزایش میزان خطای مقادیر اندازه-گیری شده، انحراف مقادیر بازیابی شده از مقادیر دقیق، افزایش یافت، اما شناسایی موقعیت ناخالصی‌ها درون محیط، با دقتی مناسب مشاهده گردید.

#### ۵- فهرست علائم و اختصارات

##### علائم انگلیسی

$C$	سرعت پرتو تابشی (m/s)
$\vec{d}$	بردار جهت کاهش
$F$	تابع هدف
$I$	شدت تابشی ( $W/m^2sr$ )
$J$	ماتریس حساسیت
$n$	ضریب شکست
$\vec{P}$	بردار مجهولات
$q$	شار حرارتی تابشی ( $W/m^2$ )
$s$	جهت فضایی ( $K$ or $^{\circ}C$ )
$t$	زمان (s)
$\vec{Z}$	بردار مقادیر دقیق

##### علائم یونانی

$\alpha$	ضریب مزدوج
$\beta$	ضریب اضمحلال
$\psi$	تولید تابش بر مجذور ضریب شکست
$\vartheta$	شدت تابش بر مجذور ضریب شکست ( $W/m^2sr$ )
$\gamma$	اندازه گام جستجو
$\Theta$	شار حرارتی تابشی بر مجذور ضریب شکست ( $W/m^2$ )
$\phi$	تابع فاز انحراف
$\Omega$	زاویه فضایی

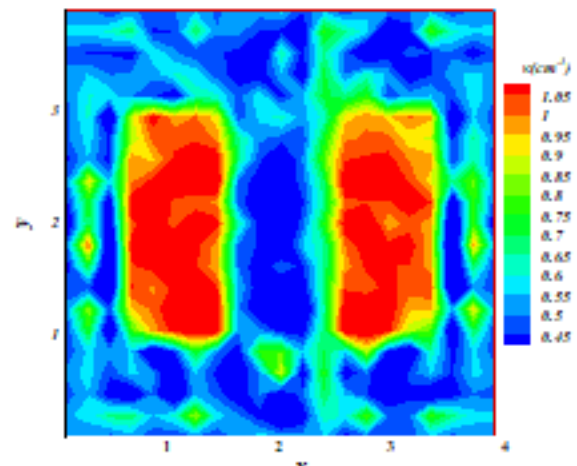
##### زیرنویس‌ها

$b$	جسم سیاه
$c$	تک جهته
$d$	دیفیوز
$ev$	ارزیابی شده
$me$	اندازه‌گیری شده
$P$	پالس
$t$	کل
$w$	دیواره

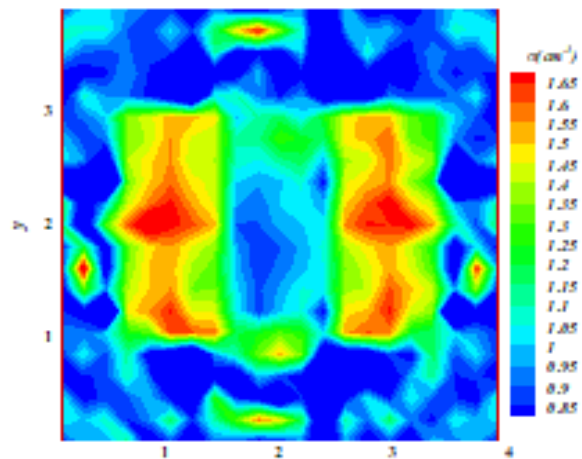
##### بالانویس‌ها

$ave$	متوسط
$in$	ورودی
$k$	شمارنده تکرار
$out$	خروجی

دقیقه است. ضمناً از زبان برنامه نویسی FORTRAN برای حل معادلات پژوهش حاضر استفاده شده است.



(الف)



(ب)

شکل ۹ نتایج بازیابی توزیع؛ الف- ضریب جذب، ب- ضریب انحراف برای مسئله دو بعدی با در نظر گرفتن ۵ درصد خطای اندازه‌گیری

#### ۴- نتیجه‌گیری

مسئله انتقال حرارت معکوس در پژوهش حاضر، پرتونگاری با تابش گرمایی در محیط‌های تأثیرگذار تابشی می‌باشد. مسئله مستقیم در تحقیق حاضر شامل انتقال حرارت تابشی گذرا درون محیط‌های تأثیرگذار با تغییرات دلخواه ضریب شکست است. مسئله مستقیم با استفاده از روش انتقال مجزا در حالت‌های یک بعدی و دو بعدی حل گردید. دقت حل مستقیم انجام گرفته با مقایسه نتایج آن با حل‌های دیگر محققان، مورد بررسی قرار گرفت. روش بهینه‌سازی گرادینان مزدوج به عنوان الگوریتم حل مسئله معکوس مورد استفاده قرار گرفت. در این روش، محاسبه

## ۶- تشکر و قدردانی

پژوهش حاضر با حمایت مالی صندوق حمایت از پژوهشگران و فناوران کشور (INSF) انجام گرفت.

## ۷- مراجع

- [9] J. Ma, Y. Sun, and X. Li, "Predicting radiative intensity in transient radiative transfer with an inhomogeneous medium by spectral element discontinuous Galerkin method," *Infrared Physics & Technology*, vol. 130, p. 104624, 2023/05/01/ 2023, doi: <https://doi.org/10.1016/j.infrared.2023.104624>.
- [10] S. C. Mishra, P. Chugh, P. Kumar, and K. Mitra, "Development and comparison of the DTM, the DOM and the FVM formulations for the short-pulse laser transport through a participating medium," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 49, no. 11, pp. 1820-1832, 2006/06/01/ 2006, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2005.10.043>.
- [11] C.-H. Wang, Y.-Y. Feng, Y. Zhang, H.-L. Yi, and H.-P. Tan, "Transient/time-dependent radiative transfer in a two-dimensional scattering medium considering the polarization effect," *Opt. Express*, vol. 25, no. 13, pp. 14621-14634, 2017/06/26 2017, doi: 10.1364/OE.25.014621.
- [12] P. Sadooghi, "Transient thermal radiation heat transfer in a reinforced plastic coating with anisotropic optical properties," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 123, pp. 432-436, 2018/08/01/ 2018, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.02.113>.
- [13] Y. A. Ilyushin, "Transient polarized radiative transfer in cloud layers: numerical simulation of imaging lidar returns," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 36, no. 4, pp. 540-548, 2019/04/01 2019, doi: 10.1364/JOSAA.36.000540.
- [14] F.-Z. Zhao, H. Qi, G. Yao, and Y.-T. Ren, "Efficient optical parameter mapping based on time-domain radiative transfer equation combined with parallel programming," *Opt. Express*, vol. 28, no. 1, pp. 270-287, 2020/01/06 2020, doi: 10.1364/OE.381713.
- [15] X. Liu, Y. Huang, C.-H. Wang, and K. Zhu, "Solving steady and transient radiative transfer problems with strong inhomogeneity via a lattice Boltzmann method," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 155, p. 119714, 2020/07/01/ 2020, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2020.119714>.
- [16] Y.-Y. Feng and C.-H. Wang, "Discontinuous finite element method applied to transient pure and coupled radiative heat transfer," *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 122, p. 105156, 2021/03/01/ 2021, doi: <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2021.105156>.
- [17] Y.-Y. Feng and C.-H. Wang, "On the performance of a MRT lattice Boltzmann algorithm for transient
- [1] Z. Zhang, W. Qiu, G. Zhang, D. Liu, and P. Wang, "Progress in applications of shockwave induced by short pulsed laser on surface processing," *Optics & Laser Technology*, vol. 157, p. 108760, 2023/01/01/ 2023, doi: <https://doi.org/10.1016/j.optlastec.2022.108760>.
- [2] V. H. Kiyani *et al.*, "Femtosecond Ti: Sa ultra short-pulse laser irradiation effects on the properties and morphology of the zirconia surface after ageing," *Ceramics International*, vol. 47, no. 4, pp. 4455-4465, 2021/02/15/ 2021, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ceramint.2020.10.006>.
- [3] A. Taruttis and V. Ntziachristos, "Advances in real-time multispectral optoacoustic imaging and its applications," *Nature Photonics*, vol. 9, no. 4, pp. 219-227, 2015/04/01 2015, doi: 10.1038/nphoton.2015.29.
- [4] A. P. Gibson, J. C. Hebden, and S. R. Arridge, "Recent advances in diffuse optical imaging," *Physics in Medicine & Biology*, vol. 50, no. 4, p. R1, 2005/02/02 2005, doi: 10.1088/0031-9155/50/4/R01.
- [5] A. Dehghanian and S. M. Hosseini Sarvari, "Reconstruction of Absorption and Scattering Coefficients in a One-Dimensional Parallel Plane Variable Index Media," *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Mechanical Engineering*, vol. 47, no. 2, pp. 433-452, 2023/06/01 2023, doi: 10.1007/s4099-8-00535-022-7
- [6] J. Marco, W. Jarosz, D. Gutierrez, and A. Jarabo, "Transient photon beams," presented at the ACM SIGGRAPH 2017 Posters, Los Angeles, California, 2017. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1145/3102163.3102244>.
- [7] Q. Cheng, H.-C. Zhou, Z.-F. Huang, Y.-L. Yu, and D.-X. Huang, "The Solution of Transient Radiative Transfer With Collimated Incident Serial Pulse in a Plane-Parallel Medium by the DRESOR Method," *Journal of Heat Transfer*, vol. 130, no. 10, 2008, doi: 10.1115/1.2945906.
- [8] K. M. Katika and L. Pilon, "Modified method of characteristics in transient radiation transfer," *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, vol. 98, no. 2, pp. 220-237, 2006/03/01/ 2006, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jqsrt.2005.05.086>.

- [26] G. Lambou Ymeli, Y.-Y. Feng, and C.-H. Wang, "Lattice Boltzmann simulations on transient radiative transfer problems in irregular geometries with constant or graded refractive index," *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 197, p. 108750, 2024, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2023.108750>.
- [27] A. Dehghanian and S. M. H. Sarvari, "Transient radiative transfer in variable index media using the discrete transfer method," *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, vol. 255, p. 107259, 2020/11/01/ 2020, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jqsrt.2020.107259>.
- [28] Y.-B. Qiao, H. Qi, F.-Z. Zhao, and L.-M. Ruan, "Accurate reconstruction of the optical parameter distribution in participating medium based on the frequency-domain radiative transfer equation\*," *Chinese Physics B*, vol. 25, no. 12, p. 120201, 2016/10/25 2016, doi: 10.1088/1674-1056/25/12/120201.
- [29] Y. Qiao, H. Qi, Q. Chen, L. Ruan, and H. Tan, "Multi-start iterative reconstruction of the radiative parameter distributions in participating media based on the transient radiative transfer equation," *Optics Communications*, vol. 351, pp. 75-84, 2015/09/15/ 2015, doi: <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2015.04.048>.
- [30] H. Qi, Y.-B. Qiao, Y.-T. Ren, J.-W. Shi, Z.-Y. Zhang, and L.-M. Ruan, "Application of the sequential quadratic programming algorithm for reconstructing the distribution of optical parameters based on the time-domain radiative transfer equation," *Opt. Express*, vol. 24, no. 21, pp. 24297-24312, 2016, doi: 10.1364/OE.24.024297.
- [31] S. M. Hosseini Sarvari, "Inverse Reconstruction of Path-Length  $\kappa$ -Distribution in a Plane-Parallel Radiative Medium," *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, vol. 68, no. 3, pp. 336-354, 2015/08/03 2015, doi: 10.1080/10407782.2014.985999.
- [32] A. Dehghanian and S. M. Hosseini Sarvari, "Inverse Estimation of Main Parameters of Spectral Line-Based Weighted Sum of Gray Gases Model With Few Gray Gases to Simulate the Radiation in Nongray Media," *Journal of Heat Transfer*, vol. 140, no. 2, 2017, doi: 10.1115/1.4037496.
- [33] B. Zhang, H. Qi, Y. T. Ren, S. C. Sun, and L. M. Ruan, "Inverse transient radiation analysis in one-dimensional participating slab using improved Ant Colony Optimization algorithms," *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, vol. 133, pp. 351-363, 2014/01/01/ 2014, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jqsrt.2013.08.020>.
- radiative transfer problems," *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 128, p. 105628, 2021/11/01/ 2021, doi: <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2021.105628>.
- [18] S. Mishra and R. Molinaro, "Physics informed neural networks for simulating radiative transfer," *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, vol. 270, p. 107705, 2021/08/01/ 2021, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jqsrt.2021.107705>.
- [19] O. Korobkin *et al.*, "Axisymmetric Radiative Transfer Models of Kilonovae," *The Astrophysical Journal*, vol. 910, no. 2, p. 116, 2021/04/02 2021, doi: 10.3847/1538-4357/abe1b5.
- [20] W. Jamshed, K. S. Nisar, R. J. P. Gowda, R. N. Kumar, and B. C. Prasannakumara, "Radiative heat transfer of second grade nanofluid flow past a porous flat surface: a single-phase mathematical model," *Physica Scripta*, vol. 96, no. 6, p. 064006, 2021/04/20 2021, doi: 10.1088/1402-4896/abf5vd.
- [21] Y. Sun, Y. Yu, L. Jiang, and S. Zheng, "Transient three-dimensional radiative heat transfer analysis of a turbulent diffusion flame-with a focus on the effect of angular discretization scheme," *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 137, p. 106300, 2022/10/01/ 2022, doi: <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2022.106300>.
- [22] J.-M. Wang and C.-Y. Wu, "Transient radiative transfer in a scattering slab with variable refractive index and diffuse substrate," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 53, no. 19, pp. 3799-3806, 2010/09/01/ 2010, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2010.04.032>.
- [23] A. Dehghanian and S. M. H. Sarvari, "Transient radiative transfer in semi-transparent slab with arbitrary refractive index and collimated irradiation," *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 117, p. 104731, 2020/10/01/ 2020, doi: <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2020.104731>.
- [24] C.-H. Wang, Q. Ai, H.-L. Yi, and H.-P. Tan, "Transient Radiative Transfer in a Graded Index Medium with Specularly Reflecting Surfaces," *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, vol. 67, no. 11, pp. 1232-1252, 2015/06/03 2015, doi: 10.1080/10407782.2014.965060.
- [25] Z. Wang, Q. Cheng, and H. Zhou, "The DRESOR method for transient radiation transfer in 1-D graded index medium with pulse irradiation," *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 68, pp. 127-135, 2013/06/01/ 2013, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2013.01.006>.

- [34] H. Qi *et al.*, "Experimental research on noninvasive reconstruction of optical parameter fields based on transient radiative transfer equation for diagnosis applications," *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, vol. 222-223, pp. 1-11, 2019/01/01/ 2019, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jqsrt.2018.09.032>.
- [35] S. M. Hosseini Sarvari, "Solution of multi-dimensional radiative heat transfer in graded index media using the discrete transfer method," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 112, pp. 1098-1112, 2017/09/01/ 2017, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2017.05.037>.
- [36] M. N. Ozisik, *Inverse heat transfer: fundamentals and applications*. Routledge, 2018.