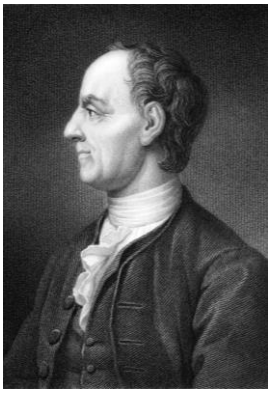
# دانش مقاومت مصالح در گذر زمان

رضا شاه‌سیاه، استادیار بخش مهندسی مکانیک، دانشکدهٔ فنی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران مرکزی
rez.shahsiah@iauctb.ac.ir

لئونهارت ائولر[۱] (لئونارد اویلر[۲])، ریاضی‌دان و فیزیک‌دان برجستهٔ سوئیسی، در پانزدهم آوریل ۱۷۰۷ در بازل[۳] دیده به جهان گشود. سیزده سال بیشتر نداشت که به دانشگاه بازل[۴] پای نهاد.

معمولاً در جلسات درس و بحث یوهان[۵] برنولی[۶]، ریاضی‌دانان بسیاری از اقصی نقاط اروپا حضور بهم می‌رساندند. در این میان، ائولر جوان نیز پای ثابت جلسات بود. برنولی در کنار جلسات عمومی، به این دانشجوی علاقه‌مند به‌صورت خصوصی درس می‌داد.



شکل ۱. لئونهارت ائولر

ائولر شانزده‌ساله بود که مدرک کارشناسی ارشد را دریافت کرد و قبل از بیست سالگی در مسابقه‌ای که از سوی فرهنگستان علوم فرانسه[۷] ترتیب داده شده بود، شرکت کرد و نخستین مقالهٔ علمی خود را به‌چاپ رساند. در ۱۷۲۵ م، فرهنگستان علوم روسیه[۸] در سنت پیترزبرگ تأسیس شد و دو پسر یوهان برنولی به اسامی نیکولاس[۹] و دانیل[۱۰] به‌عضویت این فرهنگستان پذیرفته شدند. این دو، پس از اقامت در روسیه، به ائولر در به‌دست آوردن منصبی در فرهنگستان کمک کردند. در تابستان ۱۷۲۷ م، ائولر به سنت پیترزبرگ رفت و در آنجا، فارغ از تمامی مسئولیت‌ها، مجال یافت تمام وقت خود را مصروف تحقیق در زمینهٔ ریاضیات کند. طی سال‌های ۱۷۳۰ و ۱۷۳۳ م، او عضو بخش فیزیک فرهنگستان شد و زمانی‌که دانیل برنولی به‌دلیل مرگ برادرش در سال ۱۷۲۶ م، سنت پیترزبرگ را ترک کرد و به بازل بازگشت، ائولر جایگاه او را به‌عنوان رئیس بخش ریاضیات برعهده گرفت.

ائولر، در مدت حضور در فرهنگستان علوم روسیه، کتاب مشهور خود دربارهٔ مکانیک را نوشت و در آن به‌جای استفاده از روش هندسی، که نیوتن و شاگردانش از آن استفاده می‌کردند، روش تحلیلی (حساب تغییرات) را جایگزین کرد؛ روشی که امروزه به نام مکانیک تحلیلی[۱۱] شناخته می‌شود. وی نشان داد که چگونه معادلات دیفرانسیل حرکت یک ذره قابل استخراج است و چگونه می‌توان حرکت یک جسم را با حل این معادلات دیفرانسیل بیان کرد. روش او حل مسائل را ساده‌تر کرده بود؛ کتاب ارزشمندش نیز اثری شگرف بر توسعهٔ دانش مکانیک داشت. بعدها ژوزف لوئی لاگرانژ[۱۲]، ریاضی‌دان و ستاره‌شناس شهیر ایتالیایی، در سال ۱۷۸۸ م، در مکانیک تحلیلی بیان نمود که کتاب ائولر نخستین رساله در مکانیک است که حساب را برای تحلیل نحوهٔ حرکت اجسام متحرک به‌کار برده است.

پس از انتشار این کتاب، او به مطالعهٔ منحنی‌های کشسان (شکل تیر خمیده) و ارتعاشات عرضی میله‌های کشسان علاقه‌مند شد؛ البته در این علاقه‌مندی، دانیل برنولی نقش چشم‌گیری داشت. در آن دوران، فردریش ویلیام دوم[۱۳] پادشاه پروس[۱۴] بود؛ پادشاهی که به دانش و فلسفه علاقهٔ بسیاری داشت و برآن بود تا زبده‌ترین دانشمندان را در فرهنگستان پروس[۱۵] گرد آورد. در آن زمان ائولر به‌عنوان ریاضی‌دانی طراز اول شناخته می‌شد، لذا پادشاه از وی دعوت نمود تا به‌عضویت فرهنگستان علوم برلین[۱۶] درآید. ائولر نیز به‌دلیل اوضاع سیاسی آشفتهٔ آن زمان روسیه، این پیشنهاد را پذیرفت و در تابستان ۱۷۴۱، به برلین رفت.

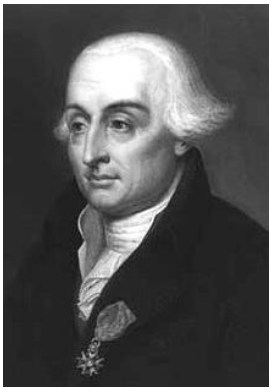
او در برلین تحقیقات خود را در زمینهٔ ریاضی همچنان ادامه داد، مقالاتش نیز یکی پس از دیگری در فرهنگستان علوم روسیه و پروس به‌چاپ می‌رسید. در سال ۱۷۴۴، کتاب او که نخستین اثر علمی درباب حساب تغییرات و رفتارشناسی منحنی‌های کشسان بود چاپ شد. در برلین، ائولر، کتاب‌های *مقدمه‌ای بر حساب* (۱۷۴۸)، *حساب دیفرانسیل*[۱۷] (۱۷۵۵) و *حساب انتگرال* (۱۷۶۸) را به‌رشتهٔ تحریر درآورد. تمامی این آثار برای سالیان دراز، مرجعی برای ریاضی‌دانان بود و می‌توان گفت که مردان شهیر دنیای ریاضیات در اواخر قرن هجدهم و اوائل قرن نوزدهم میلادی، از شاگردان مکتب ائولر بودند.

پس از مرگ پیئر لوئیس مورو موپرتوئی[۱۸] به‌سال ۱۷۵۹ م، ائولر رئیس فرهنگستان علوم پروس شد. بعدها کاترین دوم[۱۹] به‌سال ۱۷۶۲ م، همسر امپراطور روسیه شد. او به پیشرفت علم و پژوهش علاقهٔ بسیاری داشت و برآن بود تا وضعیت فرهنگستان علوم روسیه را بهبود بخشد. کاترین دوم نسبت به فردریش دوم پیشنهادات بهتری به ائولر داد و این‌گونه بود که در سال ۱۷۶۶ م، پس از ۲۵ سال کار در برلین، ائولر در سن شصت سالگی به سنت پیترزبرگ بازگشت. ائولر، بین سال‌های ۱۷۶۶ تا ۱۷۸۳ م، در حدود ۴۰۰ مقالهٔ علمی نوشت. جالب است بدانیم که تا چهل سال پس از مرگش، فرهنگستان علوم روسیه همچنان مشغول چاپ مقالات او بود. ائولر در مقام یک ریاضی‌دان برجسته به شکل هندسی منحنی‌های کشسان علاقه‌مند بود. او نظریهٔ یاکوپ[۲۰] برنولی[۲۱] را مبنی بر تناسب انحنای یک تیر کشسان در هر نقطه با گشتاور خمشی در همان نقطه، تأئید کرد. روشی که او در تحلیل تیرها تحت بارگذاری‌های گوناگون استفاده می‌کرد روش حساب تغییرات بود. بعدها او روش مستقیم؛ یعنی نوشتن معادلات تعادل، و روش نهائی؛ یعنی استفاده از انرژی پتانسیل، را پیشنهاد داد. وی دربارهٔ روش نهائی چنین اظهار کرد که اگر زنجیری داشته باشیم و دو سر آن را در وضعیت افقی بگیریم، مرکز زنجیر در پایین‌ترین وضعیت، که انرژی پتانسیل کمینه است، قرار می‌گیرد. بنابراین برای به‌دست آوردن شکل منحنی کشسان می‌توان انرژی پتانسیل تیر را کمینه کرد.

ائولر دربارهٔ پدیدهٔ کمانش[۲۲] ستون‌ها نیز کار کرد و روابط به‌دست آمده توسط او پس از گذشت سیصد سال همچنان معتبرند. ائولر نظریهٔ خیز و ارتعاش یک پوستهٔ انعطاف‌پذیر را ارائه داد. یاکوپ برنولی دوم[۲۳] بعدها از این نظریه و نوشته‌های او، برای به‌دست آوردن خمش و ارتعاش ورق مستطیلی استفاده کرد.

ژوزف لوئی لاگرانژ، ریاضی‌دان و ستاره‌شناس شهیر ایتالیایی، در شهر تورین[۲۴] ایتالیا متولد شد. نوزده سال بیشتر نداشت که به‌عنوان استاد ریاضیات در مدرسهٔ سلطنتی تورین[۲۵] مشغول به‌کار شد. چندی بعد، به‌کمک جمعی از دوستان و شاگردانش انجمنی بنا نهاد؛ محفلی که بعدها فرهنگستان علوم تورین[۲۶] نام گرفت. در نخستین آثار از انتشارات این انجمن، چند اثر از لاگرانژ نیز چاپ شد. در سال ۱۷۶۶ م، بنا بر توصیه‌های ائولر و دالامبر[۲۷]، لاگرانژ برای ریاست فرهنگستان علوم برلین دعوت شد. در آنجا شرایط کار را عالی یافت و به‌زودی تعداد قابل توجهی مقاله، برآمده از تحقیقاتش، منتشر کرد. او در همان زمان روی کتاب معروفش با نام *مکانیک تحلیلی*[۲۸] کار می‌کرد. او در این اثر با استفاده از اصول دالامبر و تغییر مکان‌های مجازی، مختصات تعمیم‌یافته و نیروهای تعمیم‌یافته را

توضیح می‌داد و نظریهٔ مکانیک را با روابط خاصی تعریف می‌نمود. در کتاب لاگرانژ هیچ شکلی وجود ندارد؛ زیرا روش‌های او هندسی نیستند و در عوض از عملگرهای جبری استفاده شده است. مکانیک از نظر لاگرانژ شاخه‌ای تحلیلی است که آن را هندسهٔ چهاربعدی می‌نامید. در آن زمان افراد کمی چنین تعریفی از مکانیک را درک می‌کردند. در این دوره، از جمله مشکلات لاگرانژ یافتن ناشر مناسب برای چاپ آثارش بود. بالاخره کتاب او، در سال ۱۷۸۸ م، در پاریس به چاپ رسید.



شکل ۲. ژوزف لوئی لاگرانژ

پس از مرگ فردریش دوم، شرایط برای انجام فعالیت‌های علمی قدری سخت شد. لذا لاگرانژ در سال ۱۷۸۷ به پاریس رفت و در آنجا فعالیت‌های علمی خود را پیگیری کرد. با شروع انقلاب فرانسه، لاگرانژ تصمیم بر ترک کشور را داشت که مدرسهٔ پلی‌تکنیک[۲۹] افتتاح و لاگرانژ در این مدرسه به تدریس حساب مشغول شد. سخنرانی‌های او نه‌فقط دانشجویان، که استادان و معلمان را نیز جذب می‌کرد. نتیجهٔ این جلسات درس و بحث چاپ دو کتاب در مورد تحلیل توابع و حل عددی معادلات بود. لاگرانژ در واپسین سال‌های زندگی سرگرم تدوین ویرایش جدیدی از کتابش در مورد مکانیک بود که مرگش، در سال ۱۸۱۳ م، این کار را نیمه‌تمام گذاشت. او در نظریهٔ منحنی‌های کشسان، کار را با یک میلهٔ منشوری، با تکیه‌گاه‌های مفصلی، تحت نیروی محوری فشاری، شروع کرد و با فرض خیزهای کوچک، معادلهٔ دیفرانسیل به‌دست آمده توسط ائولر را حل نمود و به این نتیجه رسید که امکان وجود تعداد بیشماری منحنی کمانش وجود دارد؛ منحنی‌هایی که امروزه موج‌های کمانش نامیده می‌شوند. وی چنین نتیجه گرفت که برای ایجاد یک نیم‌موج، باری در حدود چهار برابر بزرگتر از آنچه ائولر برای یک میلهٔ یک‌سر گیردار به‌دست آورده بود باید اعمال شود و برای ایجاد یک موج کامل، بار اعمال‌شده بایستی شانزده برابر بار ائولر باشد. لاگرانژ خود را به محاسبهٔ مقادیر بحرانی بار محدود نکرد و بررسی نمود که اگر بار به مقدار بحرانی برسد، خیزها چه مقادیری پیدا خواهند کرد. او ستون‌هایی با مقاطع عرضی گوناگون را در نظر گرفت. هدف وی یافتن شکلی از یک ستون با بهترین بازدهی بود. در نهایت نیز چنین نتیجه گرفت که شکل استوانه‌ای مناسب‌ترین است. دیدگاه‌های ناب او در زمینهٔ مقاومت مصالح بیشتر جنبهٔ نظری داشت تا عملی، اما توضیحات او روی مختصات و نیروهای تعمیم‌یافته، بعدها کاربرد فراوانی در مسائل عملی مقاومت مصالح پیدا کرد.

با نزدیک‌شدن به سالیان پایانی قرن هجدهم؛ یعنی سال ۱۷۹۸ م، نخستین کتاب مقاومت مصالح، نوشتهٔ پیئر سیمون ژیرار[۳۰]، ریاضی‌دان و مهندس فرانسوی، چاپ و منتشر شد. وی در توضیح و تبیین پدیدهٔ خمش در تیرها، از نظریه‌های گالیله[۳۱] و ماریوتی بهره گرفت.

در آن زمان مهندسان برای شکست مواد ترد از فرضیهٔ گالیله، که می‌گفت در لحظهٔ شکست نیروهای داخلی به‌شکل یکنواخت در مقطع عرضی توزیع می‌شوند، استفاده می‌کردند و برای مواد شبه‌نرم مثل تیرهای چوبی، با توزیع غیریکنواخت نیروهای داخلی، از فرض ماریوتی بهره می‌گرفتند. ژیرار در کتابش کار ماریوتی دربارهٔ خمش تیر را - که البته با اشتباهاتی همراه بود - اصلاح نکرد، اما در عوض کارهای ائولر در محاسبهٔ خیز تیرها را دنبال و سعی کرد تا برای مقاومت تیر، که در قرن هجدهم از مسائل رایج مهندسی بود، رابطه‌ای بیابد. البته کار او از لحاظ

کاربردی در آن زمان مطالب بیشتری به نظریهٔ مقاومت تیرها نیافزود. تحقیقات اصیل او، آزمایش خمش و کمانش ستون‌های چوبی بود که بعدها توضیح داده می‌شود.

شکل ۳. پیئر سیمون ژیرار

در قرن هجدهم میلادی، مهندسان برای حل مسائل مقاومت تیرها از نظریه‌های محققان و پژوهشگران پیشین استفاده می‌کردند. البته در همان زمان نظریه‌هایی که قدری مقبول‌تر می‌نمودند نیز ارائه شد. ریاضی‌دانان قرن هجدهم، تناسب انحنای منحنی کشسان با گشتاور خمشی را نشان دادند، اما این کار بدون در نظر گرفتن توزیع نیروهای داخلی یا همان تنش‌ها بود. برای فهم بهتر از توزیع تنش‌ها در مسئلهٔ خمش، ارائهٔ دیدگاهی فیزیکی، ضروری به‌نظر می‌رسید.

آنتوئان پاران[۳۲]، ریاضی‌دان برجستهٔ فرانسوی، در شانزدهم سپتامبر ۱۶۶۶ در پاریس متولد شد. والدینش می‌خواستند تا فرزندشان وکیلی زبردست شود، اما پاران به ریاضی و فیزیک علاقه داشت و اغلب اوقاتش را صرف مطالعهٔ ریاضیات می‌کرد.

در سال ۱۶۹۹ م، دس بیلتز عضو فرهنگستان علوم فرانسه شد. او پاران را به‌عنوان دستیار با خودش به آنجا برد. این برهه از زمان فرصتی بود تا پاران با دانشمندان بزرگ تعاملاتی داشته باشد و از این رهگذر نبوغش را نشان دهد. او تعدادی از مقالاتش را در چند جلد از انتشارات فرهنگستان چاپ کرد. اما به‌دلیل پذیرفته‌نشدن برخی از کارهایش مجبور شد در سال ۱۷۰۵ م، مجلهٔ علمی خود در ارتباط با ریاضیات و فیزیک را بنیان گذارد و دیگر تحقیقات علمی خود را در آن مجله چاپ کند. در نخستین مقاله‌اش، که دربارهٔ خمش تیرها بود، فرض ماریوتی را دنبال و فرض کرد که محور خنثی مماس بر ضلع مقعر و عمود بر صفحهٔ اعمال بار است. او از این نظریه برای یافتن شکل‌های گوناگون تیرها، که مقاومت یکسانی دارند، استفاده کرد. همچنین، مسئلهٔ جالبی بدین مضمون مطرح کرد که چگونه می‌توان یک تیر با مقطع مستطیل را از استوانه‌ای با قطر معلوم جدا کرد به‌نحوی‌که بیشینهٔ مقاومت را داشته باشد؟ او چنین نتیجه می‌گیرد که حاصل‌ضرب مربع طول در عرض مقطع مستطیلی باید بیشینه باشد.

در سال ۱۷۱۳ م، پاران دو مقالهٔ مهم در ارتباط با خمش تیرها نوشت. وی در نخستین مقالهٔ خود نشان داد که رابطهٔ ماریوتی، که برای مقاومت مطلق تیرها با مقطع مستطیلی به‌دست آورده بود و بعدها برای دیگر اشکال مقاطع عرضی استفاده شد، برای لوله‌ها و تیرهای استوانه‌ای توپر قابل استفاده نیست. رابطهٔ ماریوتی برای استحکام مطلق با معادلهٔ ۱ بیان می‌شود:

$$S = \frac{3M_u}{h} \qquad (۱)$$

به‌طوری‌که در این رابطه S استحکام مطلق، $M_u$ بیشینهٔ گشتاور خمشی و نهایتاً h ضخامت است. اما رابطهٔ پاران، که البته از فرضیات ماریوتی استفاده کرده بود، بدین صورت بود:

$$S = \frac{16M_u}{5D} \qquad (۲)$$

به‌طوری‌که در این رابطه D معرف قطر مقطع دایروی است. او در دومین مقالهٔ خود توضیح بسیار مهمی در مورد موقعیت لایه‌ای داد که برایند نیروهای توزیع‌شده در مقطع به آن لایه وارد می‌شود و بدین‌سان گشتاور مقاوم قابل محاسبه خواهد بود. همچنین نتیجه‌گیری کرد که برایند نیروهای توزیع‌شده در مقطع و نیروئی که به انتهای تیر اعمال می‌شود از محور دوران که در گوشهٔ یکی از دو

انتهای قرار دارد می‌گذرد و آن نقطه نمی‌تواند مقاومت کافی به‌صورت یک تکیه‌گاه داشته باشد؛ زیرا گشتاور مقاوم برابر صفر خواهد شد و در نتیجه فرض ماریوتی مبنی بر اینکه خط مماس بر ضلع مقعر، محور خنثی است درست نیست. بدینسان او فرض ماریوتی را اصلاح و بیان کرد که توزیع تنش در مقطع عرضی به‌صورت دو شکل مثلثی خواهد بود و در این دو شکل برای به‌وجود آمدن گشتاور مقاوم باید توزیع تنش‌ها مخالف هم باشند. آزمایش‌های او نشان داد که ضریب یانگ[۳۳] برای کشش و فشار مقادیر متفاوتی دارد. به‌دلیل چاپ‌نشدن بسیاری از کارهای اصیل پاران در فرهنگستان علوم فرانسه، اصولی که به آنها دست یافته بود گمنام باقی ماند و این یکی از دلائلی است که مهندسان در قرن هجدهم نظریهٔ ماریوتی را مبنای کار خود قرار می‌دهند.

ادامه دارد ...

## پی‌نوشت

1. Leonhard Euler

۲. گاهی در برخی از آثار فارسی دیده می‌شود که نام این دانشمند سوئیسی به اشتباه لئونارد اویلر تلفظ شده است. حال آنکه ثبت و ضبط نام این دانشمند به‌صورت لئونهارت ائولر صحیح می‌باشد [ویراستار].

۳. بازل (Basel) سومین شهر پرجمعیت سوئیس است. جمعیت این شهر در سال ۲۰۰۶ م برابر با ۱۶۵۵۲۹ نفر و با احتساب حومهٔ آن ۷۳۱۰۰۰ نفر اعلام شده است. گستردگی ناحیهٔ مسکونی بازل تا مرزهای شمالی سوئیس، این شهر را به دومین شهر بزرگ کشور مبدل کرده است. بازل مرکز کانتون (ایالت) بازل است و در شمال باختری سوئیس بر کنارهٔ رود راین جای دارد. این شهر، به‌عنوان مرکزی صنعتی برای صنایع شیمیایی و داروسازی، از جایگاه ویژه‌ای در کشور سوئیس برخوردار است [ویراستار].

4. University of Basel, http://www.unibas.ch (accessed Aug 30, 2013)

۵. وی را با نام‌های ژان یا یون نیز می‌شناسند [ویراستار].

6. Johann Bernoulli (1667 – 1748)
7. The French Academy of Sciences (Académie des sciences), http://www.academie-sciences.fr (accessed Jull 10, 2013)
8. Russian Academy of Sciences, http://www.ras.ru (accessed 30 Aug 2013)
9. Nicolaus Bernoulli
10. Daniel Bernoulli (1700 – 1782)
11. Analytical Mechanics
12. Joseph-Louis Lagrange (1736 – 1813)
13. Frederick William II (1744 – 1797)

۱۴. سرزمین‌های تحت پادشاهی آلمان بین سال‌های ۱۷۰۱ تا ۱۹۱۸ م

15. Prussian Academy of Sciences
16. Berlin Academy of Science
17. *Differential calculus*
18. Pierre-Louis Moreau de Maupertuis (1698 – 1759)

۱۹. کاترین دوم روسیه (۱۷۹۶–۱۷۲۹)، که با نام کاترین کبیر نیز شناخته می‌شود، امپراتور روسیه بود و برای ۳۴ سال این مقام را حفظ کرد. او با نام سوفیا اوگوستا آنهالت زِربست در پروس متولد شد و، پس از آنکه به مذهب ارتودکس درآمد، نام کاترین را برای خود برگزید. نام روسی او یکاترینا الکسیوونا است. مورخان قدیم ایرانی از وی با نام خورشیدکلاه یاد کرده‌اند [ویراستار].

۲۰. وی را با نام‌های ژاک یا ژمز نیز می‌شناسند [ویراستار].

21. Jacob Bernoulli, also known as James or Jacques (1654 – 1705)
22. Buckling
23. Jacob (II) Bernoulli (1759 – 1789)
24. Turin
25. The Royal School of Artillery (formerly the School of Instruction for Royal Horse and Field Artillery)
26. Turin Academy of Sciences
27. Jean-Baptiste le Rond d'Alembert (1717 – 1783)
28. *Analytical Mechanics*

۲۹. اِکول پلی‌تکنیک (École Polytechnique) به‌معنای مدرسهٔ پلی‌تکنیک (یا پلی‌تکنیک پاریس) معتبرترین و قدیمی‌ترین دانشگاه فنی و مهندسی فرانسه است. این دانشگاه در میان دانشگاه‌های جهان نیز رتبهٔ بالایی دارد و بر پایهٔ رده‌بندی ضمیمهٔ آموزش عالی تایمز یکی از چهل دانشگاه برتر جهان است. اکول پلی‌تکنیک یکی از مدارس بزرگ فرانسه است که در سال ۱۷۹۴ پایه‌گذاری شده است. تا سال ۱۹۷۶ در محلهٔ لاتین شهر پاریس قرار داشت و از آن سال به پالزو منتقل شد [ویراستار].

30. Pierre-Simon Girard (1765 – 1836)
31. Galileo Galilei (1564 – 1642)
32. Antoine Parent (1666 – 1716)
33. Young's modulus