

تکامل تاریخی مدل های ویسکوزیته گردابی در روش شبیه سازی گردابه های بزرگ جریان های متلاطم

چکیده: به دلیل پیچیدگی جریان های متلاطم، حل معادلات حاکم با جزئیات کامل امکان پذیر نیست. بنابراین از دیرباز روش های مختلفی برای حل معادلات و بررسی مشخصه های جریان متلاطم پیشنهاد شده است. از مهم ترین این روش ها می توان به شبیه سازی عددی مستقیم، شبیه سازی گردابه های بزرگ و میانگین گیری رینولدز معادلات نویر-استوکس اشاره کرد. شبیه سازی گردابه های بزرگ از لحاظ دقت و هزینه محاسبات، بین دو روش دیگر قرار دارد. در این روش، با اعمال یک فیلتر پایین گذر ساختار های بزرگ و کوچک جریان از یکدیگر جدا می شوند. ساختار های بزرگ حل و ساختار های کوچک مدل می شوند. تا کنون مدل های مختلفی برای ساختار های کوچک یا زیر شبکه پیشنهاد شده است. مدل های ویسکوزیته گردابی از معمول ترین این مدل ها هستند. اولین و ساده ترین مدل ویسکوزیته گردابی مدل اسماگورینسکی استاندارد است. دقت این مدل به ویژه برای هندسه های پیچیده بسیار کم است، به همین دلیل پژوهش های مختلفی به منظور افزایش دقت مدل اسماگورینسکی استاندارد انجام شده است که منجر به ارائه مدل های ویسکوزیته گردابی دقیق تر شده است. مدل اسماگورینسکی دینامیکی، مدل دینامیکی موضعی و مدل دینامیکی با ضرایب وابسته به مقیاس از دیگر مدل های پر کاربرد هستند. در این مقاله، سیر پیشرفت مدل های ویسکوزیته گردابی مورد استفاده در روش شبیه سازی گردابه های بزرگ به تفسیر ارائه شده است.

واژه های راهنما: جریان متلاطم، روش های عددی، شبیه سازی گردابه های بزرگ، مدل های ویسکوزیته گردابی، مدل اسماگورینسکی

فرنگیس مهدی
زاده قوهه
دانشجوی دکتری

لیلا نصر آزادانی*
استادیار،
دانشکده مهندسی شیمی،
دانشگاه صنعتی امیرکبیر،
تهران

مقاله مروری

دریافت: ۱۴۰۲/۰۵/۰۳

پذیرش: ۱۴۰۲/۰۶/۲۰

Farangis
Mahdizadeh
Ghohe
PhD Student

Leila N. Azadani*
Assistant Professor,
Department of Chemical
Engineering,
Amirkabir University of
Technology, Tehran

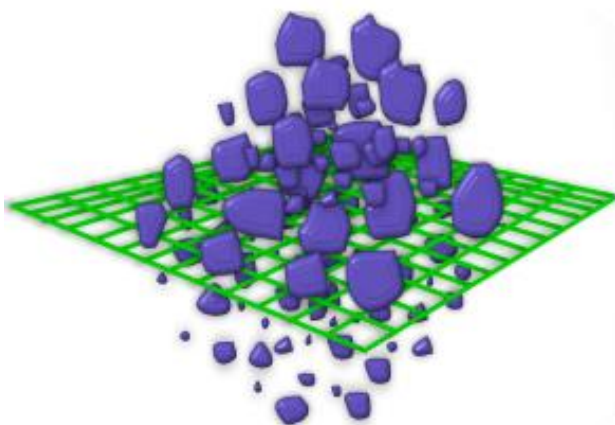
Historical evolution of eddy viscosity models in large eddy simulation of turbulent flows

Abstract: Due to the complexity of turbulent flows, it is not possible to solve the governing equations in full detail. Therefore, different numerical approaches have been proposed to solve the governing equations and analyze the flow characteristics. The most important methods include Direct Numerical Simulation (DNS), Large Eddy Simulation (LES) and Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations (RANS). In terms of accuracy and computational cost, large eddy simulation is in between two other methods. In this method, large and small scales are separated by applying a low-pass filter. Large scales are solved and small scales are modeled. So far, various models have been presented for small or subgrid scales. Eddy viscosity models are the most common models used for this purpose. The first and simplest eddy viscosity model is the standard Smagorinsky model. The accuracy of this model is low, especially for complex geometries. Therefore, various studies have been conducted to increase the accuracy of this model. The dynamic Smagorinsky model, dynamic localization model, and scale-dependent dynamic model are among the most widely used models. In this paper, the progress of eddy viscosity models used in large eddy simulation is presented.

Keywords: Turbulent flow, numerical methods, large eddy simulation, eddy viscosity models, Smagorinsky model

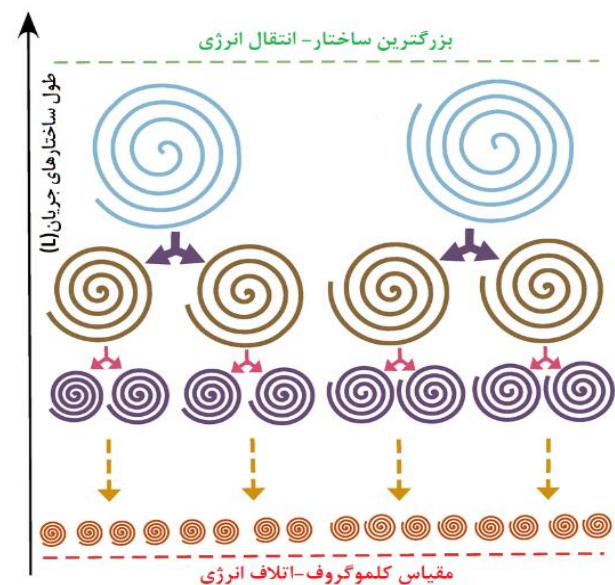
۱- مقدمه

نیاز است [۳]. جریان های متلاطم براساس سه روش عددی شبیه سازی عددی مستقیم^۴، شبیه سازی گردابه های بزرگ^۵ و میانگین گیری رینولدز معادلات نویر-استوکس^۶ مورد بررسی و مطالعه قرار می گیرند [۴]. در روش شبیه سازی عددی مستقیم با اعمال یک شبکه محاسباتی ریز همه ساختار های جریان حل می شوند. در روش شبیه سازی گردابه های بزرگ، با اعمال یک فیلتر پایین گذر^۷، ساختار های جریان متلاطم به ساختار های بزرگ و ساختار های کوچک یا زیر شبکه^۸ تقسیم می شوند. معادلات حاکم بر جریان برای ساختار های بزرگ حل می شوند، در حالی که ساختار های کوچک مدل می شوند [۵]. شکل (۲) جداسازی ساختار های جریان توسط فیلتر شبکه محاسباتی را نشان می دهد. در روش میانگین گیری رینولدز معادلات نویر-استوکس، متغیر های جریان به صورت مجموع یک مقدار متوسط و اغتشاشات نوشته می شوند. معادلات حاکم بر جریان برای مقادیر متوسط حل می شوند و تاثیر اغتشاشات مدل می شود. روش شبیه سازی گردابه های بزرگ از لحاظ دقت و زمان محاسبات بین دو روش دیگر قرار دارد. مدل سازی ساختار های کوچک در این روش از طریق روش های مختلف انجام می شود. از مهم ترین این روش ها می توان به مدل های ویسکوزیته گردابی^۹ اشاره کرد [۶]. با گذشت زمان و تحقیقات بیشتر، دقت این مدل ها افزایش یافته است. در این پژوهش سعی شده است تا روند تغییرات و پیشرفت مدل های ویسکوزیته گردابی در جهت توسعه روش شبیه سازی گردابه های بزرگ به تفصیل بیان شود.



شکل ۲ جداسازی ساختار های جریان متلاطم با استفاده از فیلتر شبکه محاسباتی [۷]

جریان های جوی و اقیانوسی، جریان خون در رگ های نزدیک به قلب، جریان هوا اطراف هواپیما، جریان آب اطراف کشتی و جریان نفت در لوله های انتقال نمونه های رایج جریان متلاطم در طبیعت و صنعت هستند. با توجه به گستردگی جریان های متلاطم، مطالعه و بررسی ویژگی های این جریان ها از اهمیت زیادی برخوردار است. یکی از تئوری های متداول برای تحلیل رفتار فیزیکی جریان های متلاطم تئوری آبشار انرژی ریچاردسون^۱ است. به طور کلی تصور می شود که جریان های متلاطم از گردابه هایی با مقیاس های زمانی و مکانی مختلف تشکیل شده اند. طبق تئوری آبشار انرژی ریچاردسون، انرژی از ساختار های بزرگ جریان به ساختار های کوچک انتقال می یابد و این انتقال تا زمانی ادامه پیدا می کند که انرژی به کوچکترین ساختار جریان، که ساختار کولموگوروف^۳ نامیده می شود، منتقل شود. سرانجام در ساختار های کوچک انرژی به صورت گرما تلف می شود [۱]. شکل (۱) تئوری آبشار انرژی را نشان می دهد.



شکل ۱ انتقال انرژی بین ساختار های جریان متلاطم بر اساس تئوری آبشار انرژی ریچاردسون [۲]

جزئیات و پیچیدگی های جریان متلاطم را می توان با استفاده از روش های عددی بررسی کرد. اما برای انجام شبیه سازی عددی به ابررایانه های قوی و صرف مدت زمان طولانی

⁶ Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS)

⁷ Low-pass Filter

⁸ Sub-grid Scale

⁹ Eddy viscosity

¹ Richardson

² Eddy

³ Kolmogorov

⁴ Direct Numerical Simulation (DNS)

⁵ Large Eddy Simulation (LES)

۲- معادلات حاکم بر روش شبیه سازی گردابه های بزرگ

در روش شبیه سازی گردابه های بزرگ، با اعمال یک فیلتر بر متغیرهای جریان شامل سرعت و فشار ساختارهای بزرگ جریان که متناظر با فرکانس های کم هستند و ساختارهای کوچک جریان که متناظر با فرکانس های زیاد هستند از هم جدا می شوند. اگر تابع فیلتر با G نشان داده شود و ϕ یک متغیر دلخواه جریان باشد، مقدار متغیر فیلتر شده، $\bar{\phi}$ ، طبق رابطه (۱) بدست می آید [۸]:

$$\bar{\phi}(x, t) = \iint_{-\infty}^{\infty} \phi(\mathbf{r}, \tau) G(\mathbf{x} - \mathbf{r}, t - \tau) d\mathbf{r} d\tau \quad (1)$$

و رابطه بین مقدار متغیر فیلتر شده و مقدار متغیر زیرشبکه، ϕ' ، به صورت زیر است:

$$\phi(x, t) = \bar{\phi}(x, t) + \phi'(x, t) \quad (2)$$

معادلات حاکم بر روش شبیه سازی گردابه های بزرگ برای جریان های متلاطم تراکم ناپذیر با اعمال یک فیلتر بر روی معادلات نویر-استوکس به دست می آیند. معادلات به دست آمده به صورت زیر هستند:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_i \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (4)$$

که x, u, P, ν و τ_{ij} به ترتیب مکان، سرعت، فشار، ویسکوزیته سینماتیکی و تنش زیر شبکه^۱ یا تنش رینولدز هستند. تنش زیر شبکه طبق معادله (۵) تعریف می شود [۹]:

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (5)$$

تاکنون مدل های مختلفی مانند بازسازی سرعت زیرشبکه^۲، تشابه مقیاسی^۳، آماری^۴ و ویسکوزیته گردابی برای مدل کردن رفتار ساختارهای زیر شبکه ارائه شده است. در مدل بازسازی سرعت زیرشبکه، سرعت ساختارهای کوچک با استفاده از سرعت ساختارهای بزرگ و با کاربرد روش های مناسب محاسبه می شود [۱۰، ۱۱]. در مدل تشابه مقیاسی فرض می شود که تبادل انرژی از تمام ساختارهای بزرگ حل شده به ساختارهای

کوچک مدل شده، مشابه انتقال انرژی از کوچکترین ساختار حل شده به بزرگترین ساختار مدل شده است [۱۲]. در مدل های آماری میدان سرعت ساختارهای زیرشبکه از طریق متغیرهای تصادفی مدل می شود [۱۳]. ولی پرکاربردترین مدل زیرشبکه در روش شبیه سازی گردابه های بزرگ، مدل های ویسکوزیته گردابی هستند. این مدل ها اغلب از فرضیه بوزینسک^۵ تبعیت می کنند. طبق این فرضیه تنش رینولدز رابطه ای خطی با تنسور نرخ کرنش دارد [۱۴].

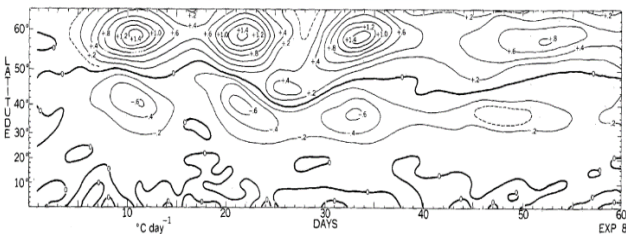
مدل های تنش زیرشبکه بر اساس ویسکوزیته گردابی به صورت زیر بیان می شوند:

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{kk} = -2\nu_t \bar{S}_{ij} \quad (6)$$

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (7)$$

که δ_{ij} ، ν_t و \bar{S}_{ij} به ترتیب تابع دلتا دیراک^۶، ویسکوزیته گردابی و تنسور نرخ کرنش بر اساس سرعت فیلتر شده هستند [۱۵]. مدل های مختلف ویسکوزیته گردابی براساس نوع مدل و روشی که برای تخمین ویسکوزیته گردابی پیشنهاد می دهند متمایز می شوند.

۳- انواع مدل های ویسکوزیته گردابی



شکل ۳ عکس جوزف اسماغورینسکی بنیانگذار روش شبیه سازی گردابه های بزرگ به همراه نمودار توزیع شارحرارتی جو نصف النهاری توسط گردابه های متلاطم به عنوان تابعی از زمان و عرض جغرافیایی در اولین پژوهش او [۱۶]

⁴ Stochastic

⁵ Boussinesq

⁶ Dirac delta function

¹ Subgrid stress

² Subgrid velocity reconstruction

³ Scale similarity

نیوتنی، از این روش برای بررسی جریان متلاطم سیالات غیرنیوتنی مختلف نیز استفاده شده است. به طوری که اوتا و میاشیتا در سال ۲۰۱۴ از روش های شبیه سازی عددی مستقیم و شبیه سازی گردابه های بزرگ برای بررسی جریان متلاطم سیالات غیرنیوتنی مدل قانون توان^۳ و کیسون^۴ بین دو صفحه موازی استفاده کردند. آنها تلاطم نزدیک دیواره را برای سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی درون کانال در اعداد رینولدز پایین بررسی کردند تا انحراف رفتار ساختارهای جریان متلاطم کاملا توسعه یافته غیرنیوتنی در نزدیکی دیواره از سیال نیوتنی را مشاهده کنند. سپس قابلیت مدل اسمگورینسکی تعمیم یافته را با استفاده از روش شبیه سازی عددی مستقیم ارزیابی کردند. در مدل اسمگورینسکی تعمیم یافته^۵ پارامترهایی شامل تابع میرایی دیواره ون درایست^۶ (f_s) و تابع تصحیح^۷ (f_n) برای در نظر گرفتن غیرنیوتنی بودن سیال به معادله اسمگورینسکی اضافه شد. ویسکوزیته گردابی در مدل اسمگورینسکی تعمیم یافته برای سیالات غیرنیوتنی طبق رابطه ی زیر تعریف می شود [۲۷]:

$$\nu_t = C_s f_s (f_n \Delta)^2 |\bar{S}| \quad (10)$$

C_s در این رابطه ضریب اسمگورینسکی و برابر با مقدار ثابت ۰/۱ است. مدل تعمیم یافته ی اسمگورینسکی با اینکه می تواند تنش رینولدز را برای هر دو سیال غیرنیوتنی رقیق شونده برشی^۸ و غلیظ شونده ی برشی^۹ با دقت معقولی پیش بینی کند، اما ضعف ثابت بودن ضریب اسمگورینسکی را به همراه دارد [۲۸].

در سال ۱۹۹۱ جرمانو و همکاران برای محاسبه دقیق تر ضریب اسمگورینسکی مدلی را ارائه کردند. مطالعه آنها سرآغاز مدل های اسمگورینسکی دینامیکی است. در مدل جرمانو ضریب اسمگورینسکی از پیش تعیین نمی شود بلکه براساس نتایج محاسبات انجام شده ضریب اسمگورینسکی در هر لحظه از زمان و در هر مکان به صورت دینامیک تعیین می شود. در این روش از دو فیلتر با اندازه مختلف استفاده می شود، معمولا یک فیلتر شبکه محاسباتی است و فیلتر دیگر به عنوان فیلتر آزمون شناخته می شود. با اعمال فیلتر آزمون بر روی رابطه (۴) رابطه (۱۱) به دست می آید:

روش شبیه سازی گردابه های بزرگ اولین بار در سال ۱۹۶۳ توسط جوزف اسمگورینسکی مدیر آزمایشگاه دینامیک سیالات ژئوفیزیک اداره ملی اقیانوس شناسی و جوی^۱ آمریکا برای پیش بینی جریان های جوی پیشنهاد شد و کاربردهای اولیه نیز در همین زمینه بوده است. شکل (۳) توزیع شارحرارتی توسط گردابه های متلاطم در نخستین مطالعه اسمگورینسکی را نشان می دهد [۱۶].

در مدل اسمگورینسکی ویسکوزیته گردابی با مربع عرض فیلتر و اندازه تنسور نرخ کرنش متناسب است. با این مفروضات، ویسکوزیته گردابی از رابطه زیر بدست می آید:

$$\nu_t = C_s \Delta^2 |\bar{S}| \quad (8)$$

$$|\bar{S}| = \sqrt{2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}} \quad (9)$$

که C_s ، Δ و $|\bar{S}|$ به ترتیب ضریب اسمگورینسکی، عرض فیلتر و اندازه تنسور نرخ کرنش هستند. مقدار ضریب اسمگورینسکی در مدل اولیه و استاندارد عددی ثابت است [۱۶]. در سال ۱۹۷۰، دیردوف از مدل اسمگورینسکی برای مطالعه جریان متلاطم داخل کانال استفاده کرد و مقدار ضریب اسمگورینسکی را حدود ۰/۱ پیشنهاد کرد [۱۷]. در همان سال لیلی ضریب اسمگورینسکی را اصلاح کرد و در مدل لیلی-اسماگورینسکی مقدار ۰/۲۳ را پیشنهاد کرد [۱۸]. در سال ۱۹۷۵ شومان برای مطالعه جریان بین دو صفحه موازی و در لوله از این روش عددی استفاده کرد [۱۹]. به دلیل ثابت بودن ضریب اسمگورینسکی، مدل اسمگورینسکی استاندارد دقت کمی دارد. همچنین برای ارضای شرایط مرزی باید ویسکوزیته گردابی در نزدیکی دیواره ها کاهش یابد، به همین دلیل این مدل قادر به پیش بینی دقیق ویسکوزیته گردابی نیست [۲۰]. با وجود این به دلیل سادگی، در شبیه سازی گردابه های بزرگ به طور گسترده استفاده شده است. به طور مثال می توان به کاربرد این مدل در شبیه سازی فرآیند احتراق در کوره [۲۱]، جریان لایه مرزی اتمسفری خنثی^۲ [۲۲]، جریان جوی برای پیش بینی هوا [۲۳]، جریان داخل کانال ها [۲۴]، جریان لایه مرزی اطراف پره های توربین های بادی [۲۵] و جریان اطراف سرریز های جانبی کنگره ای [۲۶] اشاره کرد. با گذشت زمان و کاربرد هرچه بیشتر روش شبیه سازی گردابه های بزرگ برای شبیه سازی جریان متلاطم سیالات

⁶ Wall damping function Van Driest

⁷ Correction function

⁸ Shear thinning

⁹ Shear thickening

¹ National Oceanic and Atmospheric Administration

² Neutral atmospheric boundary layer

³ Power-law model

⁴ Casson model

⁵ Extended Smagorinsky model

$$C_s = \frac{1}{2\bar{\Delta}^2} \langle L_{ij}\bar{S}_{ij} \rangle \quad (19)$$

که $\langle \quad \rangle$ نشان دهنده عملیات متوسط گیری روی صفحه ای به موازات دیواره های کانال هست [۲۹].

در سال ۱۹۹۲ متیاس و لسیر مدل تابع ساختار^۲ را ارائه کردند. در این مدل ویسکوزیته گردابی با رابطه زیر تعریف می شود:

$$\nu_t = C\Delta \sqrt{\bar{F}_2(\mathbf{x}, \Delta)} \quad (20)$$

که C مقداری ثابت است و \bar{F}_2 تابع ساختار سرعت مرتبه دوم است و طبق رابطه (۲۱) تعریف می شود:

$$\bar{F}_2(\mathbf{x}, \Delta) = \langle [\bar{u}_i(\mathbf{x} + \mathbf{r}) - \bar{u}_i(\mathbf{x})] [\bar{u}_i(\mathbf{x} + \mathbf{r}) - \bar{u}_i(\mathbf{x})] \rangle \quad (21)$$

که $|\mathbf{r}| = \Delta$ [۳۰].

نوراللهی و همکاران از مدل تابع ساختار اصلاح شده برای پیش بینی رفتار جریان متلاطم بر روی یک استوانه با سطح مقطع مربع و یک استوانه با سطح مقطع مستطیل با نسبت منظری بزرگ استفاده کردند. در مدل اصلاح شده ضریب ثابت در رابطه (۲۰)، به صورت دینامیک محاسبه شد. نتایج آنها نشان داد مدل تابع ساختار اصلاح شده دقت و پایداری بیشتری نسبت به مدل های پیشین دارد [۳۱].

در سال ۱۹۹۴ لیلی در جهت توسعه مدل پیشنهادی جرمانو راهکاری پیشنهاد کرد که در آن ضریب اسماگورینسکی را از روش حل کمترین خطای مربعات^۳ محاسبه می کرد. C_s تنها مجهول معادله (۱۷) است. اما چون این معادله برای بدست آوردن C_s دارای خطا است. خطای آن را می توان با تعریف معادله (۲۲) بیان کرد:

$$Q = \left(L_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} L_{kk} - 2C_s \bar{\Delta}^2 M_{ij} \right)^2 \quad (22)$$

که Q خطاست. برای حداقل کردن Q باید مقدار $\frac{\partial Q}{\partial C_s}$ صفر باشد. طبق مدل پیشنهادی لیلی C_s از معادله (۲۳) بدست می آید. این مدل به نام مدل دینامیکی لیلی-اسماگورینسکی مشهور است [۳۲].

$$C_s = \frac{1}{2\bar{\Delta}^2} \frac{L_{ij} M_{ij}}{M_{ij} M_{ij}} \quad (23)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\tilde{u}_i \tilde{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_i \partial x_j} - \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \quad (11)$$

علامت $\bar{\quad}$ نشان دهنده فیلتر ناشی از شبکه محاسباتی و علامت $\tilde{\quad}$ نشان دهنده عملیات فیلتر آزمون است. T_{ij} تنش زیر شبکه است و مطابق رابطه زیر تعریف می شود:

$$T_{ij} = \widetilde{u_i u_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j \quad (12)$$

T_{ij} و τ_{ij} را می توان با استفاده از تساوی جرمانو به صورت رابطه (۱۳) به هم مرتبط کرد:

$$L_{ij} = T_{ij} - \tilde{\tau}_{ij} \quad (13)$$

که L_{ij} به عنوان تنسور لئونارد^۱ شناخته می شود. با قرار دادن عبارت های مناسب به جای T_{ij} و $\tilde{\tau}_{ij}$ تنسور لئونارد به صورت زیر بیان می شود:

$$L_{ij} = \widetilde{u_i u_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j \quad (14)$$

اگر T_{ij} و τ_{ij} هر دو بر اساس مدل اسماگورینسکی استاندارد با ضریب یکسان مطابق روابط زیر تعریف شوند:

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{kk} = -2C_s \bar{\Delta}^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij} \quad (15)$$

$$T_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} T_{kk} = -2C_s \tilde{\Delta}^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} \quad (16)$$

رابطه (۱۷) برای L_{ij} به دست می آید:

$$L_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} L_{kk} = 2C_s \bar{\Delta}^2 M_{ij} = -2C_s \bar{\Delta}^2 \left(\frac{\tilde{\Delta}^2}{\bar{\Delta}^2} |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} - |\bar{S}| \bar{S}_{ij} \right) \quad (17)$$

در این رابطه $\bar{\Delta}$ و $\tilde{\Delta}$ به ترتیب عرض فیلتر شبکه محاسباتی و عرض فیلتر آزمون هستند و M_{ij} پارامتری با مفهومی مشابه تنش رینولدز در مدل اسماگورینسکی دینامیکی است و از رابطه زیر به دست می آید:

$$M_{ij} = \frac{\tilde{\Delta}^2}{\bar{\Delta}^2} |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} - |\bar{S}| \bar{S}_{ij} \quad (18)$$

با ضرب کردن طرفین معادله (۱۸) در \bar{S}_{ij} و متوسط گیری از طرفین رابطه، C_s طبق مدل ارائه شده توسط جرمانو برای جریان داخل کانال از رابطه زیر محاسبه می شود:

³ Least-squares solution

¹ Leonard tensor

² Structure function model

در سال ۱۹۹۵ مدل دینامیکی موضعی^۱ توسط کاراتی و همکاران و گوسال و همکاران ارائه شد [۳۷، ۳۸]. بر اساس این مدل ضرایب C_s و C_ε به صورت دینامیک محاسبه می شوند. معادلاتی که در مدل اسمگورینسکی دینامیکی موضعی استفاده می شوند به صورت زیر هستند:

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\tau_{kk} = -2C_s\bar{\Delta}k^{1/2}\bar{S}_{ij} \quad (28)$$

$$T_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}T_{kk} = -2C_s\tilde{\Delta}K^{1/2}\tilde{S}_{ij} \quad (29)$$

k و K به ترتیب انرژی جنبشی در مقیاس زیرشبکه بر اساس فیلتر شبکه محاسباتی و فیلتر آزمون هستند. k طبق رابطه (۲۵) تعریف می شود و K با رابطه زیر تعریف می شود:

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2}(\overline{u_i u_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j) = \frac{1}{2}T_{ii} \\ &= \tilde{k} + \frac{1}{2}L_{ij} \end{aligned} \quad (30)$$

در نهایت ضریب اسمگورینسکی از رابطه (۳۱) حاصل می شود. این ضریب در مدل اسمگورینسکی دینامیکی موضعی، تابعی از زمان و مکان بوده و برای هردو فیلتر یکسان است [۳۸].

$$C_s = \frac{\langle L_{ij} \rangle}{4\langle \bar{\Delta}^2 |\bar{S}|^2 - \bar{\Delta}^2 |\tilde{S}|^2 \rangle} \quad (31)$$

در سال ۲۰۰۶ گراومیر روش جدیدی برای محاسبه C_s در مدل دینامیکی موضعی ارائه کرد. او مدل جدید را برای بررسی جریان متلاطم در یک کانال و در یک دیفیوزر صفحه‌ای نامتقارن امتحان کرد و نتایج قابل قبولی به دست آورد [۳۹]. پروار و همکاران جریان متلاطم را در هندسه پله با استفاده از دو مدل اسمگورینسکی و اسمگورینسکی دینامیکی موضعی به صورت دوبعدی مدل کردند. آنها این دو مدل را از لحاظ دقت و هزینه محاسباتی مقایسه کردند. طبق نتایج آنها مدل اسمگورینسکی دینامیکی موضعی به دلیل محاسبه ضریب اسمگورینسکی با توجه به شرایط جریان و در نظر گرفتن پدیده بازگشت انرژی مدل مناسب تری است، اما هزینه محاسباتی بیشتری دارد [۴۰].

همان طور که بررسی شد ضریب اسمگورینسکی در مدل های دینامیکی و دینامیکی موضعی در هر دو فیلتر استفاده شده یکسان است. منویو و لوند با استفاده از نتایج روش شبیه سازی عددی مستقیم متوجه شدند که این فرض مناسب نیست.

از مدل اسمگورینسکی دینامیکی در شبیه سازی جریان های متلاطم بسیاری استفاده شده است. برای مثال خانی و ویت برای مدل سازی جریان های متلاطمی که در راستای عمودی توسط گرانش کنترل می شوند از مدل اسمگورینسکی دینامیکی استفاده کردند [۳۳]. یون و همکاران نیز برای بررسی تاثیر عدد رینولدز بر روی میدان جریان در یک تانک همزن دار از مدل اسمگورینسکی دینامیکی استفاده کردند [۳۴]. کیانوش راد و نایت برای پیش بینی رفتار لایه مرزی روی یک صفحه تخت برای جریان متلاطم مافوق صوت از مدل اسمگورینسکی دینامیکی استفاده کردند. نتایج آنها نشان می دهد که روش شبیه سازی گردابه های بزرگ و مدل اسمگورینسکی دینامیکی نسبت به روش میانگین گیری رینولدز معادلات نویر-استوکس دقت بیشتری دارد [۳۵].

مهم ترین ضعف مدل اسمگورینسکی دینامیکی این است که فقط برای هندسه هایی که حداقل در یک راستا همگن باشند، قابل استفاده است. یک مدل زیرشبکه یک معادله ای در سال ۱۹۹۵ توسط کیم و منون ارائه شد. از تحلیل ابعادی، ویسکوزیته متلاطم حاصل ضرب یک سرعت مشخصه و یک مقیاس طولی است. جذر انرژی جنبشی ساختارهای زیرشبکه به عنوان سرعت و عرض فیلتر به عنوان مقیاس طول در نظر گرفته شد. در نتیجه ویسکوزیته گردابی با استفاده از رابطه (۲۴) تعریف می شود:

$$\nu_t = C_s \Delta k^{1/2} \quad (24)$$

که k انرژی جنبشی در مقیاس زیرشبکه است و برابر است با:

$$k = \frac{1}{2}(\overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j) = \frac{1}{2}\tau_{ii} \quad (25)$$

و با حل معادله انتقال زیر محاسبه می شود:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial(k\bar{u}_i)}{\partial x_i} = -\tau_{ij}\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\nu_t \frac{\partial k}{\partial x_i}\right) \quad (26)$$

که ε نرخ اتلاف انرژی تلاطم است و با رابطه زیر مدل می شود:

$$\varepsilon = C_\varepsilon \frac{k^{1/2}}{\Delta} \quad (27)$$

که C_ε در مدل اولیه مقداری ثابت از مرتبه یک در نظر گرفته شد. یکی از جنبه های این مدل این است که فرضی در مورد تعادل بین انرژی تولید شده توسط ساختارهای زیرشبکه و نرخ اتلاف انرژی در نظر نمی گیرد [۳۶].

¹ Dynamic localization model

دینامیکی وابسته به مقیاس لاگرانژی^۲ انجام شد. ضریب اسماگورینسکی در مدل دینامیکی وابسته به مقیاس از طریق متوسط گیری بدست می آید، در صورتی که در مدل وابسته به مقیاس لاگرانژی از طریق متوسط گیری لاگرانژی حاصل می شود. مدل وابسته به مقیاس لاگرانژی در شبیه سازی لایه مرزی جوی و در طیف وسیعی از سرعت و دما در دو حالت پایدار و ناپایدار دارای نتایج دقیقی است. کلیسل و همکاران برای مقایسه نتایج عددی با داده های تجربی، شبیه سازی را در طول یک چرخه روزانه انجام دادند. نتایج مطالعات آنها نشان داد که پیش بینی ضریب اسماگورینسکی بدست آمده از مدل مستقل از مقیاس بسیار کوچک است، در حالی که نتایج به دست آمده از مدل وابسته به مقیاس با نتایج تجربی سازگارتر است [۴۳]. وو و پورته-آجل در سال ۲۰۱۱ برای شبیه سازی جریان دنباله ایک توربین بادی از مدل دینامیکی وابسته به مقیاس لاگرانژی همراه با مدل های توربین بادی استفاده کردند. نیروهای ناشی از توربین، با استفاده از دو مدل دیسک محرک استاندارد و دیسک محرک چرخشی بررسی شدند. نتایج بدست آمده برای هر دو مدل دیسک محرک استاندارد و چرخشی با نتایج بدست آمده از بادسنج سیم داغ^۵ مقایسه شد. به طور خاص مدل دینامیکی وابسته به مقیاس لاگرانژی، سرعت متوسط را برای مدل دیسک محرک استاندارد، بیش از حد و شدت تلاطم را کمتر تخمین می زند، در حالی که برای مدل دیسک محرک چرخشی، پیش بینی های دقیق تری از تلاطم ارائه می دهد [۴۴]. مدل دینامیکی وابسته به مقیاس لاگرانژی برای جریان های لایه مرزی با عدد رینولدز بزرگ بر روی سطوح هموار و ناهموار توسط بوزید و همکارانش بررسی شده است. آن ها نتایج حاصل از مدل دینامیکی وابسته به مقیاس لاگرانژی را با سایر مدل های ویسکوزیته گردابی مقایسه کردند. برخلاف مدل اسماگورینسکی-لیلی که دارای اتلاف زیادی است و یا مدل دینامیکی وابسته به مقیاس که دارای اتلاف کم است، مدل دینامیکی وابسته به مقیاس لاگرانژی ویژگی های اتلاف خوبی دارد [۴۵].

افستاتیو و همکاران در سال ۲۰۱۸ یک مدل دینامیکی وابسته به مقیاس ارائه کردند. این مدل در واقع بهبود یافته مدل ارائه شده توسط بوزید و همکاران بود. زمان محاسباتی این مدل دو برابر مدل اسماگورینسکی دینامیکی است.

بنابراین اولین بار بررسی مدل اسماگورینسکی دینامیکی با ضرایب وابسته به مقیاس^۱ توسط منویو و لوند در سال ۱۹۹۷ مطرح شد. مدل پیشنهادی آن ها انقلابی در روش شبیه سازی گردابه های بزرگ ایجاد کرد [۴۱]. بعد از مطالعات منویو و لوند، در سال ۲۰۰۰ استفاده از مدل اسماگورینسکی دینامیکی با ضرایب وابسته به مقیاس، توسط پورته-آجل و همکاران برای شبیه سازی لایه مرزی اتمسفری خنثی استفاده شد. آن ها با در نظر گرفتن دو فیلتر آزمون و بدون فرض برابری آن ها، روابط زیر را در نظر گرفتند [۴۲]:

$$L_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} L_{kk} = 2C_s(\tilde{\Delta}) \tilde{\Delta}^2 N_{ij} \quad (32)$$

که N_{ij} مفهومی مشابه M_{ij} در مدل اسماگورینسکی دینامیکی دارد و طبق معادله زیر در نظر گرفته می شود:

$$N_{ij} = \left| \widehat{S} \right| \widehat{S}_{ij} - 4^2 \frac{C_s(\tilde{\Delta})}{C_s(\widehat{\Delta})} \left| \widehat{S} \right| \widehat{S}_{ij} \quad (33)$$

در این معادلات $C_s(\tilde{\Delta})$ و $C_s(\widehat{\Delta})$ ضرایب اسماگورینسکی برای دو فیلتر آزمون هستند، با فرض این که عرض فیلتر آزمون اول $\tilde{\Delta}$ و عرض فیلتر آزمون دوم $\widehat{\Delta} = 2\tilde{\Delta}$ باشد. علامت $\widehat{\quad}$ نشان دهنده عملیات فیلتر آزمون دوم است. C_s که در این مدل تابعی از زمان، مکان، و عرض فیلتر است پس از ضرب طرفین رابطه (۳۲) در N_{ij} و متوسط گیری از رابطه زیر به دست می آید:

$$C_s = \frac{1}{2\tilde{\Delta}^2} \frac{\langle L_{ij} N_{ij} \rangle}{\langle N_{ij} N_{ij} \rangle} \quad (34)$$

به طور خلاصه، نتایج اساسی پژوهش پورته-آجل و همکارانش نشان داد که: (۱) مدل دینامیکی اسماگورینسکی را می توان تعمیم داد تا امکان وابستگی ضریب اسماگورینسکی به مقیاس را به روشی کاملاً دینامیکی و خودسازگار فراهم کند. (۲) شبیه سازی ها با چنین مدلی پایدار هستند و روند های مورد انتظار ضریب را به عنوان تابعی از مقیاس حاصل می کنند. و (۳) استفاده از این مدل باعث بهبود خواص اتلافی شده و در نتیجه پروفایل های سرعت متوسط به مقادیر واقعی نزدیکتر می شوند. محاسبات آن ها نشان داد که استفاده از این مدل نتایج را حتی در نزدیکی دیواره بهبود می بخشد [۴۲].

در سال ۲۰۰۶ شبیه سازی جریان لایه مرزی اتمسفری روی یک سطح هموار توسط کلیسل و همکاران با استفاده از مدل

⁴ Movable disk

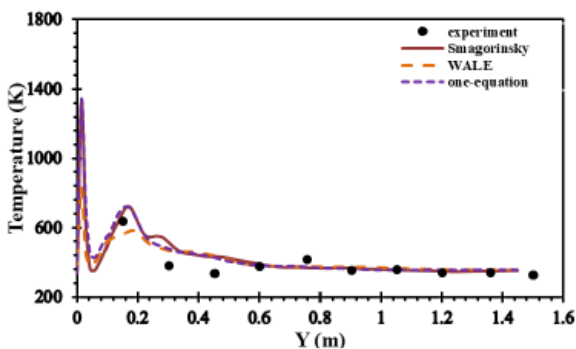
⁵ Hot-wire anemometry

¹ Scale-dependent dynamic model

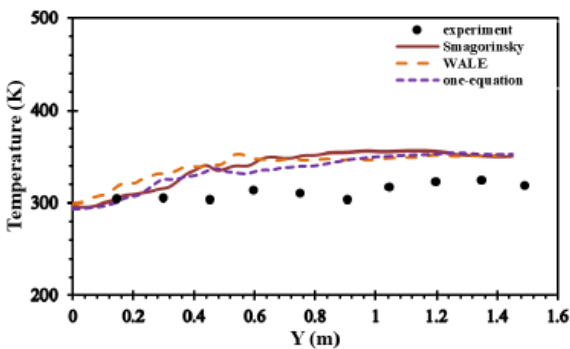
² Lagrangian scale-dependent dynamic model

³ Wake

از میدان جریان حول یک ایرفویل استفاده کردند [۴۸]. مزیدی شرف آبادی و فتیح طی مطالعه ای دقت مدل های اسمگورینسکی استاندارد، دینامیکی، دینامیکی لاگرانژی و ویسکوزیته گردابی سازگار با دیواره را در شبیه سازی مزارع بادی مقایسه کردند. مدل اسمگورینسکی و مدل سازگار با دیواره به ترتیب کمترین و بیشترین سرعت متوسط را نشان دادند. مدل سازگار با دیواره و مدل دینامیکی لاگرانژی به ترتیب بیشترین و کمترین توان تولیدی را در توربین داشتند. به عنوان یک نتیجه کلی مدل اسمگورینسکی استاندارد در پیش بینی اتلاف انرژی جنبشی و سرعت متوسط پره های توربین بیشترین خطا را داشت [۴۹]. صفرزاده و همکاران آتش چرخشی در فضایی با ارتفاع زیاد را با مدل های ویسکوزیته گردابی سازگار با دیواره، اسمگورینسکی و یک معادله ای شبیه سازی کردند و با نتایج تجربی مقایسه کردند. همانطور که در شکل (۴) مشاهده می شود نتایج آن ها نشان داد که در خط مرکزی مدل ویسکوزیته گردابی سازگار با دیواره نسبت به دو مدل دیگر بهتر است. درحالی که در نواحی دور از مرکز هر سه مدل دقت یکسانی دارند [۵۰].



(الف)



(ب)

شکل ۴ مقایسه نتایج عددی مدل های ویسکوزیته گردابی سازگار با دیواره (WALE)، اسمگورینسکی و یک معادله ای و نتایج تجربی دمای متوسط در محفظه احتراق در الف) خط مرکزی و ب) نواحی نزدیک دیواره [۵۰]

ضریب اسمگورینسکی مطابق رابطه (۳۴) محاسبه می شود با این تفاوت که N_{ij} از رابطه زیر به دست می آید:

$$N_{ij} = |\overline{S}| \overline{S}_{ij} f_m(Ri) - 16\beta^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} \tilde{f}_m(Ri) \quad (35)$$

$f_m(Ri)$ تابع پایداری مومنوم است که به عدد ریچاردسون (Ri) وابسته است. β نسبت ضریب اسمگورینسکی در فیلتر آزمون به فیلتر شبکه محاسباتی است و برخلاف C_s که وابسته به مقیاس است، β مستقل از مقیاس است و طبق رابطه (۳۶) بدست می آید:

$$\beta = \frac{C_{s_{4\Delta}}}{C_{s_{2\Delta}}} = \frac{C_{s_{2\Delta}}}{C_{s_{\Delta}}} \quad (36)$$

که $C_{s_{4\Delta}}$ ، $C_{s_{2\Delta}}$ ، $C_{s_{\Delta}}$ ضریب اسمگورینسکی برای فیلترهایی با عرض Δ ، 2Δ و 4Δ هستند [۴۶].

مدل سازی جریان در نزدیکی دیواره بسیار مهم است. یک مدل ویسکوزیته گردابی سازگار با دیواره^۲ (WALE) در هندسه های پیچیده توسط نیکود و داکروس پیشنهاد شد. این مدل که بر اساس مربع تنسور گرادیان سرعت است، اثرات نرخ کرنش و نرخ چرخش کوچکترین ساختارهای جریان را در نظر می گیرد. ویسکوزیته گردابی در این مدل با استفاده از رابطه زیر داده می شود:

$$\nu_t = (C_w \Delta)^2 \frac{(\delta_{ij}^d \delta_{ij}^d)^{3/2}}{(\overline{S}_{ij} \overline{S}_{ij})^{5/2} + (\delta_{ij}^d \delta_{ij}^d)^{5/4}} \quad (37)$$

که C_w یک مقدار ثابت است و δ_{ij}^d طبق رابطه (۳۸) تعریف می شود:

$$\delta_{ij}^d = \overline{S}_{ik} \overline{S}_{kj} + \overline{\Omega}_{ik} \overline{\Omega}_{kj} - \frac{1}{3} \delta_{ij} (\overline{S}_{mn} \overline{S}_{mn} - \overline{\Omega}_{mn} \overline{\Omega}_{mn}) \quad (38)$$

$\overline{\Omega}_{ij}$ تنسور نرخ چرخش است و طبق رابطه زیر تعریف می شود:

$$\overline{\Omega}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (39)$$

با اینکه نیکود و داکروس از مدل اسمگورینسکی استاندارد برای شبیه سازی جریان استفاده کردند اما توانستند ویسکوزیته گردابی ساختارهای نزدیک دیواره را بدون نیاز به روش دینامیکی بازیابی کنند [۴۷]. کاویانی و بشتالم نیز از مدل ویسکوزیته گردابی سازگار با دیواره برای بررسی صوت ایروآکوستیک ناشی

² Wall-adapting local eddy viscosity

¹ Stability function

اسماگورینسکی دینامیکی استفاده کردند و در مدل دیواره پیشنهادی شرط عدم لغزش را با شرط لغزش جایگزین کردند. نتایج مدل دیواره پیشنهادی با نتایج تجربی همخوانی داشت [۵۳].

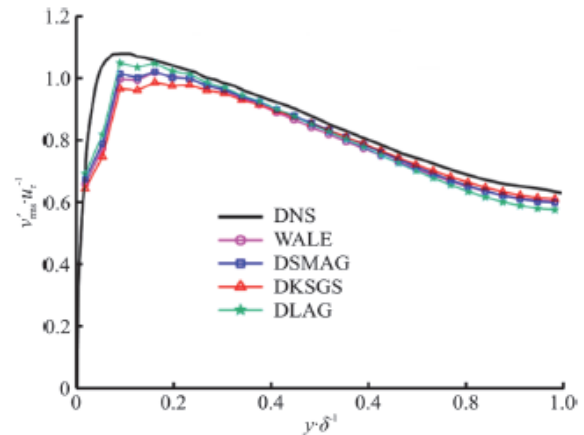
اغلب گزارش می شود که ضریب اسماگورینسکی دینامیکی موضعی در صورت عدم اعمال میانگین گیری به مقادیر بسیار بزرگی می رسد که باعث ناپایداری شبیه سازی می شود. تعیین ضریب اسماگورینسکی دینامیکی با روش حداقل مربعات موضعی^۲ دارای نقطه تکین^۳ است. این نقطه تکین می تواند مقادیر بسیار بزرگی از ضریب اسماگورینسکی دینامیکی را در شبیه سازی ایجاد کند و فرض بر این است که این یکی از دلایلی است که مدل اسماگورینسکی دینامیکی اغلب برای جلوگیری از ناپایداری به میانگین گیری نیاز دارد. روزما و همکارانش در سال ۲۰۲۲ با پیشنهاد مدل اسماگورینسکی گرادیان دینامیکی موضعی^۴ و با جایگزینی مستقیم تنسورهای نرخ کرنش حل شده، در مدل اصلی اسماگورینسکی با تنسور گرادیان سرعت حل شده، موارد شناسایی شده تکین را حذف کردند. مشخص شد که با این جایگزینی به طور قابل توجهی پایداری مدل با همان دقت مدل اسماگورینسکی دینامیکی افزایش می یابد. معادلات زیر روابط استفاده شده در مدل اسماگورینسکی گرادیان دینامیکی موضعی را نشان می دهد:

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{kk} = -2C_s \bar{\Delta}^2 |\nabla \tilde{u}| (\partial_j \tilde{u}_i) \quad (41)$$

$$|\nabla \tilde{u}| = \sqrt{2 \partial_j \tilde{u}_i \partial_j \tilde{u}_i} \quad (42)$$

در این مدل $|\nabla \tilde{u}|$ تنسور گرادیان سرعت و $\bar{\Delta}$ عرض فیلتر آزمون است. پایداری، دقت خوب و کاهش پیچیدگی محاسباتی در مقایسه با روش اسماگورینسکی دینامیکی، مدل اسماگورینسکی گرادیان دینامیکی موضعی را به یک مدل امیدوارکننده برای روش شبیه سازی گردابه های بزرگ تبدیل کرده است. با این حال بررسی بیشتر این مدل برای جریان های پیچیده تر و با تعداد شبکه محاسباتی کمتر نیاز به ارزیابی دارد [۵۴]. آگراوال و همکاران در سال ۲۰۲۲ طی مطالعه ای در دانشگاه استنفورد^۵ مدلی غیر بوزینسکی^۶ برای ساختارهای زیرشبکه پیشنهاد کردند. یک اشکال عمده مدل های تنش متلاطم نوع بوزینسک که در شبیه سازی گردابه های بزرگ استفاده می

زاو و همکاران به بررسی تاثیر مدل های زیرشبکه ویسکوزیته گردابی سازگار با دیواره (WALE)، اسماگورینسکی دینامیکی (DSMAG)، یک معادله ای (DKSGS) و دینامیکی لاگرانژی (DLAG) در شبیه سازی جریان متلاطم در یک کانال پرداختند. شکل (۵) نشان می دهد که نتایج مدل دینامیکی لاگرانژی به نتایج شبیه سازی عددی مستقیم نزدیک تر است و نسبت به مدل های دیگر عملکرد بهتری نشان می دهد [۵۱].



شکل ۵ مقایسه عملکرد مدل های ویسکوزیته گردابی سازگار با دیواره (WALE)، اسماگورینسکی دینامیکی (DSMAG)، یک معادله ای (DKSGS) و دینامیکی لاگرانژی (DLAG) در شبیه سازی جریان متلاطم در یک کانال [۵۱]

در سال ۲۰۱۶ مدل سازی جریان رادیواکتیو متلاطم در تانک همزن دار توسط مالک و همکارانش با استفاده از روش اسماگورینسکی بهبود یافته برشی^۱ انجام شد. این مدل با دقت کافی قادر به مدل سازی جریان متلاطم در نزدیکی دیواره است و تنش برشی میانگین ناشی از ناهمسانگردی جریان را نیز در نظر می گیرد. علاوه بر این، در مقایسه با مدل اسماگورینسکی استاندارد هزینه محاسباتی کمتری دارد. مدل اسماگورینسکی بهبود یافته ی برشی مانند مدل اسماگورینسکی استاندارد است با این تفاوت که ویسکوزیته متلاطم بر اساس معادله (۴۰) بدست می آید [۵۲]:

$$\nu_t = C_s \Delta^2 (|\bar{S}| - |\overline{S}|) \quad (40)$$

با و همکاران یک مدل دینامیکی لغزشی دیواره برای شبیه سازی گردابه های بزرگ جریان متلاطم روی صفحه تخت و داخل کانال در نزدیکی دیواره ارائه کردند. آن ها از مدل

⁴ Local dynamic gradient Smagorinsky model

⁵ Stanford University

⁶ Non-Boussinesq subgrid-scale model

¹ Shear improved Smagorinsky model

² Local least-squares

³ Singularity

۴- نتیجه گیری

در این پژوهش مدل های ویسکوزیته گردابی مورد استفاده در روش شبیه سازی گردابه های بزرگ بررسی و روند تغییرات و پیشرفت آنها مورد مطالعه قرار گرفت. با توجه به مطالعات انجام شده می توان به این نتیجه رسید که ثابت بودن ضریب اسماگورینسکی در مدل استاندارد اسماگورینسکی علت دقت پایین این مدل است و باعث می شود این مدل قادر به پیش بینی ویسکوزیته گردابی در نزدیکی مرزها نباشد. بنابراین در مطالعات بیشتر مدل اسماگورینسکی دینامیکی برای رفع این موضوع پیشنهاد شد. ضریب اسماگورینسکی در مدل اسماگورینسکی دینامیکی به صورت دینامیکی نسبت به زمان و مکان تغییر می کند، بنابراین می تواند شرایط ویسکوزیته گردابی در مرزها را ارضا کند. اما این مدل فقط برای جریان هایی با حداقل یک راستای همگن قابل استفاده است. به همین دلیل پژوهشگران با بررسی بیشتر، مدل اسماگورینسکی دینامیکی موضعی را ارائه کردند که معایب دو مدل قبلی را رفع می کرد. اما ضریب اسماگورینسکی در این مدل در صورت عدم اعمال میانگین گیری به مقادیر بزرگی می رسد که باعث ناپایداری عددی می شود. در نهایت مدل اسماگورینسکی دینامیکی با ضرایب وابسته به مقیاس مطرح شد. مدل اسماگورینسکی دینامیکی با ضرایب وابسته به مقیاس با اینکه معایب سایر مدل های قبلی را ندارد و بیشترین دقت را دارا است، اما هزینه محاسبات این مدل با توجه به اینکه ضریب اسماگورینسکی در این مدل طبق مقیاس های جریان در طول شبکه محاسباتی تغییر می کند بیشتر از دیگر مدل ها است. اما در این بین محققان با اصلاحات مختلف در مدل های ویسکوزیته گردابی سعی در افزایش دقت و پایداری آن دارند. برای مثال استفاده از میانگین گیری لاگرانژی در مدل دینامیکی وابسته به مقیاس لاگرانژی و انجام اصلاحات بر مدل های قبلی از این موارد است. نقش چرخش ساختارهای جریان متلاطم با ارائه مدلی با ساختار زیرشبکه ای غیرخطی در محاسبه ویسکوزیته گردابی در نظر گرفته شد و این عبارت غیرخطی منجر به بهبود پیش بینی ناهمسانگردی تنش رینولدز شد. جایگزینی مستقیم تنسورهای نرخ کرنش حل شده در مدل اصلی اسماگورینسکی با تنسور گرادیان سرعت حل شده موضعی، موارد شناسایی شده تکین ضریب اسماگورینسکی را حذف کردند و پایداری مدل را بهبود بخشیدند. در مدل اسماگورینسکی با ضریب تنسور دینامیکی فرض می شود که تنش زیرشبکه لزوما

شوند، فرض متناسب بودن تنش ساختارهای زیرشبکه ای با نرخ کرنش ساختارهای حل شده است. درحالی که نتایج عددی نشان می دهد تنش ساختارهای زیرشبکه با نرخ کرنش ساختارهای حل شده همبستگی ضعیفی دارند. با اینکه روش دینامیکی نسبت به روش اسماگورینسکی استاندارد دقیق تر است، اما این روش نیز، خطای ذاتی تمام مدل های زیر شبکه ای بوزینسک را برطرف نمی کند. بنابراین آگروال و همکاران یک رابطه دینامیکی جدید برای مدل اسماگورینسکی پیشنهاد کردند. این مدل مبتنی بر ضریب تنسوری است و فرض متناسب بودن تنش ساختار زیرشبکه و نرخ کرنش ساختارهای حل شده را کاهش می دهد. این مدل، که به عنوان مدل اسماگورینسکی با ضریب تنسور دینامیکی^۱ شناخته می شود، در شبیه سازی جریان های متلاطم همگن و جریان متلاطم در کانال ها با اعداد رینولدز بالا آزمایش شده است. نتایج این مدل نشان می دهد که تنش های رینولدز الزامات سازگاری معادلات حاکم بر روش شبیه سازی گردابه های بزرگ را برآورده می کنند و در جریان آرام و در مرزهای جامد ناپدید می شوند و رفتار درستی در ناحیه نزدیک دیواره دارند. در برخی از مدل های غیربوزینسکی قبلی مشکلاتی در ارائه عبارت اتلاف انرژی جنبشی متلاطم مشاهده می شد، اما طبق این مدل می توان نرخ اتلاف را به طور معقول با استفاده از ضرایب دینامیکی ارائه کرد. تنش رینولدز در این مدل مطابق زیر تعریف می شود:

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{kk} = -(C_{ik} S_{kj} + C_{jk} S_{ki}) |S| \Delta^2 \quad (43)$$

این مدل شامل نه ضریب مستقل است:

$$C_{11} = C_{22} = C_{33}; C_{ij} = -C_{ji} (i \neq j) \quad (44)$$

در نهایت از طریق مفهوم تنش متلاطم طبق تساوی جرمانو، می توان این نه ضریب را به چهار ضریب مستقل کاهش داد و به معادله زیر رسید:

$$L_{ij} = C_{ik} \Delta^2 M_{kj} + C_{jk} \Delta^2 M_{ki} \quad (45)$$

مقایسه نتایج مدل اسماگورینسکی با ضریب تنسور دینامیکی با نتایج شبیه سازی عددی مستقیم و داده های تجربی، دقت بهبود بیشتر این مدل نسبت به مدل اسماگورینسکی دینامیکی را نشان می دهد.

هزینه محاسباتی با این مدل تا ۱۵ درصد بیشتر از مدل اسماگورینسکی دینامیکی است [۵۵].

¹ Dynamic tensor-coefficient Smagorinsky model

ρ	دانسیته
ν	ویسکوزیته سینماتیکی
ν_t	ویسکوزیته گردابی
$\bar{\Omega}_{ij}$	تنسور چرخش کرنش فیلتر شده
τ_{ij}	تنسور تنش متلاطم
τ_{kk}	تنش همسانگرد

۵- مراجع

- [1] C. Kleinstreuer, *Modern fluid dynamics*. Springer, 2018.
- [2] S. Banerjee, "Compressible turbulence in space and astrophysical plasmas: Analytical approach and in-situ data analysis for the solar wind," Paris 11, 2014.
- [3] M. Eckert, *Arnold Sommerfeld: Science, Life and Turbulent Times 1868-1951*. Springer Science & Business Media, 2013.
- [4] M. Oskouhi and K. Esmaili, "A Historical Review of Turbulence Flow Modeling and Simulation in Hydraulics," (in Persian), *Journal of Water and Sustainable Development*, vol. 5, no. 2, pp. 49-60, 2019, doi: <https://doi.org/10.0.86.51/JWSD.V5I2.68927>.
- [5] O. A. Doronina, "Turbulence Model Development Using Approximate Bayesian Computation," University of Colorado at Boulder, 2020.
- [6] B. E. Launder and D. B. Spalding, "The numerical computation of turbulent flows," in *Numerical prediction of flow, heat transfer, turbulence and combustion*: Elsevier, 1983, pp. 96-116.
- [7] L. N. Azadani and A. E. Staples, "Large-eddy simulation of turbulent barotropic flows in spectral space on a sphere," *Journal of the Atmospheric Sciences*, vol. 72, no. 5, pp. 1727-1742, 2015, doi: <https://doi.org/10.1175/JAS-D-14-0183.1>.
- [8] P. Sagaut, *Large eddy simulation for incompressible flows: an introduction*. Springer Science & Business Media, 2005.
- [9] E. Balaras, C. Benocci, and U. Piomelli, "Finite-difference computations of high Reynolds number flows using the dynamic subgrid-scale model," *Theoretical and computational fluid dynamics*, vol. 7, no. 3, pp. 207-216, 1995, doi: <https://doi.org/10.1007/BF00312363>.
- [10] A. Scotti and C. Meneveau, "A fractal model for large eddy simulation of turbulent flow," *Physica D: Nonlinear Phenomena*, vol. 127, no. 3-4, pp. 198-232, 1999, doi: [https://doi.org/10.1016/S0167-2789\(98\)00266-8](https://doi.org/10.1016/S0167-2789(98)00266-8).

متناسب با تنسور نرخ کرنش نیست. نتایج نشان داد که علاوه بر افزایش دقت، مشکلاتی که مدل های زیرشبکه ای بوزینسک در ارائه عبارت اتلاف انرژی جنبشی متلاطم دارند برطرف شد. با اینکه محققان تاکنون مدل های مختلفی با دقت قابل قبول برای مطالعه جریان متلاطم به روش شبیه سازی گردابه های بزرگ ارائه کرده اند اما با توجه به پیچیدگی و رفتار غیرقابل پیش بینی این جریان مطالعات و بررسی برای رسیدن به مدلی جامع تر با پایداری و دقتی بیشتر همچنان ادامه دارد.

علائم انگلیسی

C	ثابت مدل تابع ساختار
C_{ij}	ضرایب تنسوری دینامیکی
C_s	ضریب اسمگورینسکی
C_w	ثابت مدل سازگار با دیواره
\bar{F}_2	تابع ساختار سرعت مرتبه دوم
f_m	تابع پایداری
f_n	تابع تصحیح
f_s	تابع میرایی
G	تابع فیلتر
i	مشخصه مختصاتی
j	مشخصه مختصاتی
k	انرژی جنبشی در مقیاس زیرشبکه بر اساس فیلتر شبکه محاسباتی
K	انرژی جنبشی در مقیاس زیرشبکه بر اساس فیلتر آزمون
L_{ij}	تنسور لئونارد
M_{ij}	معادل مفهوم تنش رینولدز در مدل اسمگورینسکی دینامیکی
N_{ij}	معادل مفهوم تنش رینولدز در مدل اسمگورینسکی دینامیکی با ضرایب وابسته به مقیاس
n	شاخص سیال غیرنیوتنی
P	فشار
Q	تابع خطای مربعات
r	مشخصه مکانی
Re	عدد رینولدز
R_i	عدد ریچاردسون
\bar{S}_{ij}	تنسور نرخ کرنش فیلتر شده
$ \bar{S} $	اندازه نرخ کرنش
T_{ij}	تنسور تنش زیر فیلتر آزمون
T_{kk}	تنش زیر فیلتر آزمون همسانگرد
t	زمان
u	سرعت
x	مکان
علائم یونانی	
β	نسبت ضریب اسمگورینسکی در فیلتر آزمون به فیلتر شبکه محاسباتی
δ_{ij}	تابع دلتا دیراک
Δ	اندازه فیلتر

- flamelet generated manifold," *Thermal Science and Engineering Progress*, vol. 40, p. 101795, 2023, doi: <https://doi.org/10.1016/j.tsep.2023.101795>.
- [22] A. R. Brown, J. Hobson, and N. Wood, "Large-eddy simulation of neutral turbulent flow over rough sinusoidal ridges," *Boundary-Layer Meteorology*, vol. 98, no. 3, pp. 411-441, 2001, doi: <https://doi.org/10.1023/A:1018703209408>.
- [23] P. Carlotti, "Two-point properties of atmospheric turbulence very close to the ground: Comparison of a high resolution LES with theoretical models," *Boundary-layer meteorology*, vol. 104, no. 3, pp. 381-410, 2002, doi: <https://doi.org/10.1023/A:1016544705265>.
- [24] J. Gullbrand and F. K. Chow, "The effect of numerical errors and turbulence models in large-eddy simulations of channel flow, with and without explicit filtering," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 495, pp. 323-341, 2003, doi: <https://doi.org/10.1017/S0022112003006268>.
- [25] M. Calaf, C. Meneveau, and J. Meyers, "Large eddy simulation study of fully developed wind-turbine array boundary layers," *Physics of fluids*, vol. 22, no. 1, 2010, doi: https://doi.org/10.1007/978-94-007-2482-2_38.
- [26] F. Attarzadeh, S. R. Khodashenas, and A. N. Ziaei, "Numerical Modeling over a Labyrinth Side Weirs by Using Large Eddy Simulation method (LES)," (in persian), *Iranian Journal of Irrigation & Drainage*, vol. 14, no. 1, pp. 286-300, 2020, doi: <https://dorl.net/dor/20.1001.1.20087942.1399.14.1.25.8>.
- [27] T. Ohta and M. Miyashita, "DNS and LES with an extended Smagorinsky model for wall turbulence in non-Newtonian viscous fluids," *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, vol. 206, pp. 29-39, 2014, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2014.02.003>.
- [28] P. Gnamboe, P. Orlandi, M. Ould-Rouiss, and X. Nicolas, "Large-eddy simulation of turbulent pipe flow of power-law fluids," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 54, pp. 196-210, 2015, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2015.05.004>.
- [29] M. Germano, U. Piomelli, P. Moin, and W. H. Cabot, "A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model," *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, vol. 3, no. 7, pp. 1760-1765, 1991, doi: <https://doi.org/10.1063/1.857955>.
- [30] O. Métais and M. Lesieur, "Spectral large-eddy simulation of isotropic and stably stratified turbulence," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 239, pp. 325-375, 1992, doi: <https://doi.org/10.1017/S002225750000561>.
- [11] F. K. Chow, R. L. Street, M. Xue, and J. H. Ferziger, "Explicit Filtering and Reconstruction Turbulence Modeling for Large-Eddy Simulation of Neutral Boundary Layer Flow," (in English), *Journal of the Atmospheric Sciences*, vol. 62, no. 7, pp. 2058-2077, 01 Jul. 2005, 2005, doi: <https://doi.org/10.1175/JAS3456.1>.
- [12] J. Bardina, J. Ferziger, and W. Reynolds, "Improved subgrid-scale models for large-eddy simulation," in *13th fluid and plasmadynamics conference*, 1980, p. 1357, doi: <https://doi.org/10.2514/6.1980-1357>.
- [13] P. J. Mason and D. J. Thomson, "Stochastic backscatter in large-eddy simulations of boundary layers," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 242, pp. 51-78, 1992, doi: <https://doi.org/10.1017/S0022112092002271>.
- [14] F. G. Schmitt, "About Boussinesq's turbulent viscosity hypothesis: historical remarks and a direct evaluation of its validity," *Comptes Rendus Mécanique*, vol. 335, no. 9-10, pp. 617-627, 2007, doi: <https://doi.org/10.1016/j.crme.2007.08.004>.
- [15] R. A. Clark, *Evaluation of Subgrid-Scale Turbulence Models Using a Fully Simulated Turbulent Flow*. Stanford University, 1977.
- [16] J. Smagorinsky, "General circulation experiments with the primitive equations: I. The basic experiment," *Monthly weather review*, vol. 91, no. 3, pp. 99-164, 1963, doi: <https://doi.org/10.1175/1520-0493>.
- [17] J. W. Deardorff, "A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 41, no. 2, pp. 453-480, 1970, doi: <https://doi.org/10.1017/S0022112070000691>.
- [18] D. Lilly, "NCAR MANUSCRIPT 70-182," 1970, doi: <https://doi.org/10.1029/EO052i006pIU332>.
- [19] U. Schumann, "Subgrid scale model for finite difference simulations of turbulent flows in plane channels and annuli," *Journal of computational physics*, vol. 18, no. 4, pp. 376-404, 1975, doi: [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(75\)90093-5](https://doi.org/10.1016/0021-9991(75)90093-5).
- [20] W. Wenquan, Z. Lixiang, Y. Yan, and G. Yakun, "Finite Element Analysis of Turbulent Flows Using LES and Dynamic Subgrid-Scale Models in Complex Geometries," *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2011, 2011, doi: <https://doi.org/10.1155/2011/712372>.
- [21] E. S. Joe and D. A. Perumal, "Combustion modelling of sequential combustion in steam-methane reformation (SMR) furnace using adiabatic

- [41] C. Meneveau and T. S. Lund, "The dynamic Smagorinsky model and scale-dependent coefficients in the viscous range of turbulence," *Physics of fluids*, vol. 9, no. 12, pp. 3932-3934, 1997, doi: <https://doi.org/10.1063/1.869493>.
- [42] F. Porté-Agel, C. Meneveau, and M. B. Parlange, "A scale-dependent dynamic model for large-eddy simulation: application to a neutral atmospheric boundary layer," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 415, pp. 261-284, 2000, doi: <https://doi.org/10.1023/B:BOUN.0000020353.03398.20>.
- [43] J. Kleissl, V. Kumar, C. Meneveau, and M. B. Parlange, "Numerical study of dynamic Smagorinsky models in large-eddy simulation of the atmospheric boundary layer: Validation in stable and unstable conditions," *Water resources research*, vol. 42, no. 6, 2006, doi: <https://doi.org/10.1029/2005WR004685>.
- [44] Y.-T. Wu and F. Porté-Agel, "Large-eddy simulation of wind-turbine wakes: evaluation of turbine parametrisations," *Boundary-layer meteorology*, vol. 138, pp. 345-366, 2011, doi: <https://doi.org/10.1007/s10546-010-9569>.
- [45] E. Bou-Zeid, C. Meneveau, and M. Parlange, "A scale-dependent Lagrangian dynamic model for large eddy simulation of complex turbulent flows," *Physics of fluids*, vol. 17, no. 2, 2005, doi: <https://doi.org/10.1063/1.1839152>.
- [46] G. Efstathiou, R. Plant, and M.-J. Bopape, "Simulation of an evolving convective boundary layer using a scale-dependent dynamic Smagorinsky model at near-gray-zone resolutions," *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, vol. 57, no. 9, pp. 2197-2214, 2018, doi: <https://doi.org/10.1175/JAMC-D-17-0318.1>.
- [47] F. Nicoud and F. Ducros, "Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient tensor," *Flow, turbulence and Combustion*, vol. 62, no. 3, pp. 183-200, 1999, doi: <https://doi.org/10.1023/A:1009995426001>.
- [48] E. B. H. Kaviani, "Using large eddy simulation to investigate the effect of changing the flow angle in acoustic calculations," (in persian), *12th Int. Conf. on Acoustics and Vibrations*, 2022, doi: <https://civilica.com/doc/1611154>.
- [49] V. M. Sharafabadi and M. Fathali, "Comparison of effects of four subgrid-scale turbulence models in large eddy simulation of a large wind farm," (in persian), *Journal of Mechanical Science and Technology*, pp. 1-11, 2023, doi: <https://doi.org/10.1007/s12206-023-0420-y>.
- pp. 157-194, 1992, doi: <https://doi.org/10.1017/S0022112092004361>.
- [31] M. Nouroollahi, "Modified Structure Function Model Based on Coherent Structures," (in persian), *International Journal of Engineering*, vol. 26, no. 5, pp. 523-532, 2013, doi: <https://doi.org/10.5829/idosi.ije.2013.26.05b.09>.
- [32] D. K. Lilly, "A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method," *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, vol. 4, no. 3, pp. 633-635, 1992, doi: <https://doi.org/10.1063/1.858280>.
- [33] S. Khani and M. L. Waite, "Large eddy simulations of stratified turbulence: the dynamic Smagorinsky model," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 773, pp. 327-344, 2015, doi: <https://doi.org/10.1017/jfm.2015.249>.
- [34] H. S. Yoon, S. Balachandar, and M. Y. Ha, "Large eddy simulation of flow in an unbaffled stirred tank for different Reynolds numbers," *Physics of fluids*, vol. 21, no. 8, 2009, doi: <https://doi.org/10.1063/1.3210776>.
- [35] N. Kianvashrad and D. Knight, "Large Eddy Simulation of Hypersonic Turbulent Boundary Layers," *Fluids*, vol. 6, no. 12, p. 449, 2021, doi: <https://doi.org/10.3390/fluids6120449>.
- [36] W.-W. Kim and S. Menon, "A new dynamic one-equation subgrid-scale model for large eddy simulations," in *33rd aerospace sciences meeting and exhibit*, 1995, p. 356, doi: <https://doi.org/10.2514/6.1995-356>.
- [37] D. Carati, S. Ghosal, and P. Moin, "On the representation of backscatter in dynamic localization models," *Physics of Fluids*, vol. 7, no. 3, pp. 606-616, 1995, doi: <https://doi.org/10.1063/1.868585>.
- [38] S. Ghosal, T. S. Lund, P. Moin, and K. Akselvoll, "A dynamic localization model for large-eddy simulation of turbulent flows," *Journal of fluid mechanics*, vol. 286, pp. 229-255, 1995, doi: <https://doi.org/10.1017/S0022112095000711>.
- [39] V. Gravemeier, "A consistent dynamic localization model for large eddy simulation of turbulent flows based on a variational formulation," *Journal of Computational Physics*, vol. 218, no. 2, pp. 677-701, 2006, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2006.03.001>.
- [40] A. A. S. Parvar, H. R. Anbarloui, M. A. Parvar, "Turbulent flow simulation with large eddy simulation (LES) approach and Smagorinsky (SM) and local dynamic (LDSM) subgrid models in stair geometry," (in persian), *The 22nd Annual Int. Conf. on Mech. Engineering*, 2014, doi: <https://civilica.com/doc/277468>.

- [53] H. J. Bae, A. Lozano-Durán, S. T. Bose, and P. Moin, "Dynamic slip wall model for large-eddy simulation," *Journal of fluid mechanics*, vol. 859, pp. 400-432, 2019, doi: <https://doi.org/10.1017/jfm.2018.838>.
- [54] W. Rozema, H. J. Bae, and R. W. Verstappen, "Local dynamic gradient Smagorinsky model for large-eddy simulation," *Physical Review Fluids*, vol. 7, no. 7, p. 074604, 2022, doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.7.074604>.
- [55] R. Agrawal, M. P. Whitmore, K. P. Griffin, S. T. Bose, and P. Moin, "Non-Boussinesq subgrid-scale model with dynamic tensorial coefficients," *Physical Review Fluids*, vol. 7, no. 7, p. 074602, 2022, doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.7.074602>.
- [50] Q. H. M. Safarzadeh, H. Pasdar Shahri, "Investigating the accuracy of subgrid models in modeling internal rotating fire by large eddy simulation," (in persian), *Fuel and Combustion*, 2020, doi: <https://civilica.com/doc/1386457>.
- [51] W.-w. Zhao, F.-c. Zhou, G.-q. Fan, and D.-c. Wan, "Assessment of subgrid-scale models in wall-modeled large-eddy simulations of turbulent channel flows," *Journal of Hydrodynamics*, pp. 1-10, 2023, doi: <https://doi.org/10.1007/s42241-023-0039-6>.
- [52] S. Malik *et al.*, "Shear improved Smagorinsky model for large eddy simulation of flow in a stirred tank with a Rushton disk turbine," *Chemical Engineering Research and Design*, vol. 108, pp. 69-80, 2016, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cherd.2016.02.035>.