

تحلیل میکرومکانیکی خواص موثر کامپوزیت های زمینه پلیمری حاوی ذرات کروی پیزوالکتریک و نانولوله های کربنی

چکیده: در این مقاله از رویکرد میکرومکانیکی موری-تاناکا برای محاسبه خواص الاستیک و پیزوالکتریک کامپوزیت هیبریدی با زمینه ی پلی آمید و تقویت شده با ذرات پیزوالکتریک تیتانات زیرکونات سرب و نانولوله ی کربنی استفاده شده است. مدل سازی شامل دو مرحله است که ابتدا اثر توزیع نانولوله ی کربنی در زمینه ی پلی آمید محاسبه شده و در مرحله ی بعدی از نتایج به دست آمده برای انجام محاسبات اضافه کردن ذرات پیزوالکتریک استفاده شده است. مدل با نتایج آزمایشگاهی و مطالعات پیشین اعتبار سنجی شده است. افزایش کسر حجمی ذرات پیزوالکتریک باعث افزایش مدول های الاستیک، مدول های برشی و ثوابت پیزوالکتریک می شود. مدل سازی برای حالت پخش یکنواخت و غیر یکنواخت نانولوله های کربنی انجام شده است. نتایج نشان می دهد با افزودن نانولوله ی کربنی، مدول های الاستیک و ثوابت پیزوالکتریک افزایش می یابند. همچنین تجمع نانولوله های کربنی باعث کاهش این مدول ها خواهد شد.

واژه های راهنما: میکرومکانیک، موری-تاناکا، پیزوالکتریک، نانولوله ی کربنی، کامپوزیت هیبریدی

محمد کاظم

حسنزاده اقدم*

استادیار،

دانشکده فنی و مهندسی شرق

گیلان،

دانشگاه گیلان، رودسر-واجارگاه

یاسین کرامتی

دانشجوی دکتری

رضا انصاری

استاد،

دانشکده مهندسی مکانیک،

دانشگاه گیلان، رشت

مقاله علمی پژوهشی

دریافت: ۱۴۰۱/۰۷/۱۷

پذیرش: ۱۴۰۱/۱۰/۲۸

Mohammad Kazem
Hassanzadeh-
Aghdam*

Assistant Professor,
Faculty of Technology
and Engineering, East of
Guilan, University of
Guilan, Rudsar-Vajargah

Yasin Keramati
Ph.D. Student

Reza Ansari
Professor,
Faculty of Mechanical
Engineering, University
of Guilan, Rasht

Micromechanical analysis of effective properties of polymer matrix composites containing piezoelectric spherical particles and carbon nanotubes

Abstract: In this article, the Mori-Tanaka micromechanical approach is used to obtain the elastic and piezoelectric properties of a hybrid composite with a polyamide matrix and reinforced with piezoelectric particles of lead zirconate titanate and carbon nanotubes. Modeling consists of two steps, first, the effect of carbon nanotube distribution in the polyamide matrix is calculated, In the next step, the obtained results were used to calculate the addition of piezoelectric particles. The model has been validated with experimental results and previous studies. the increase in the volume fraction of piezoelectric particles causes an increase in the elastic and shear moduli and piezoelectric constants. Modeling for uniform and non-uniform distribution of carbon nanotubes has been done. The results show that by adding carbon nanotubes, the elastic moduli and piezoelectric constants increase. Also, the agglomeration of carbon nanotubes reduces these modules.

Keywords: Micromechanics, Mori-Tanaka, Piezoelectric, Carbon nanotubes, Hybrid composite

۱- مقدمه

کامپوزیت‌های پیزوالکتریک سبب می‌شود که کامپوزیتی با خواص پیزوالکتریکی و با ویژگی‌های فوق‌العاده نانو لوله‌ی کربنی داشته باشیم. از این رو کامپوزیت‌های تقویت‌شده با نانو لوله‌ی کربنی مورد توجه ویژه قرار گرفته‌اند [۱۶]. وقتی یکی از تقویت‌کننده‌ها در ابعاد نانو و دیگری در ابعاد میکرو باشد کامپوزیت ساخته شده، کامپوزیت هیبریدی نامیده می‌شود [۱۷]. بدیهی است که چنین کامپوزیت‌هایی در فن‌آوری هوانوردی و فضانوردی، خودروسازی، مکانیک، عمران، صنایع دریایی، معماری و مهندسی پزشکی و بسیاری دیگر از صنایع مدرن مورد توجه هستند [۱۸]، [۱۹]. اعتقاد بر این است که خواص منحصر بفرد نانولوله‌ی کربنی، عصر جدیدی را در دنیای مواد به ویژه در زمینه پلیمرهای رسانا و نانوکامپوزیت‌های مبتنی بر نانو لوله‌ی کربنی گشوده است. از آن زمان، انواع مختلفی از تکنیک‌ها برای کامپوزیت‌های هیبریدی تقویت شده با ذرات میکرو مقیاس حاوی نانو لوله‌های کربنی با هدف ساخت مواد پیشرفته جدید با خواص چند منظوره توسعه یافته است [۸]، [۱۰]، [۱۹].

حقگو و همکاران [۲۰] اثرات نسبت ابعاد، کسر حجمی و حالت تجمع را روی خاصیت رسانندگی الکتریکی کامپوزیت هیبریدی با زمینه پلیمری متشکل از نانو لوله کربنی و فیبر کربن با جهت‌گیری تصادفی را بررسی کردند. حسین‌پور و قاسمی [۲۱] تاثیر تجمع و نسبت ابعاد نانو لوله‌ی کربنی بر روی فشار و تنش خزشی طولانی مدت را برای کامپوزیت پوسته‌ی استوانه‌ای چند مقیاسه‌ی با زمینه‌ی پلیمری بررسی کردند. آن‌ها از روش هالپین-تسای^۱ و موری-تاناکا^۲ برای مدلسازی خود استفاده کردند و همچنین قسمت‌های دارای تجمع نانو ذرات را بصورت فازهای کروی در نظر گرفتند. حسن زاده اقدم و همکاران [۲۲] با استفاده از رویکرد میکرومکانیکی چند مرحله‌ای سلول واحد، خاصیت الاستیک کامپوزیت پلیمری تقویت شده با الیاف کربن تک جهته حاوی نانو لوله‌ی کربنی را بررسی کردند و نشان دادند با افزودن نانو لوله‌ی کربنی به کامپوزیت مدول الاستیک عرضی افزایش می‌یابد ولی روی مدول الاستیک طولی تاثیری ندارد. گودارا و ماهاتو [۲۳] به بررسی تاثیر وجود یا عدم وجود فاز میانی بین نانو لوله‌ی کربنی و پلی‌آمید در کامپوزیت هیبریدی تقویت شده با الیاف پیزوالکتریک پرداختند. آن‌ها از چند مرحله روش موری-تاناکا برای انجام مدلسازی خود استفاده کردند و نتیجه گرفتند که در نظر گرفتن فاز میانی تاثیر بسیار کمی در ضریب الاستیک طولی دارد و همچنین با در نظر گرفتن فاز میانی خواص الاستیک عرضی کمی افزایش می‌یابد. حسن‌زاده و

به دلیل توانایی مواد پیزوالکتریک در تبدیل انرژی الکتریکی و مکانیکی به یکدیگر، این مواد، گزینه مناسبی برای استفاده در حسگرها و عملگرها هستند. برای برخی از کاربردها، لازم است از مواد کامپوزیتی استفاده شود که در آن یک یا چند جزء دارای خواص پیزوالکتریک باشند [۱]، [۲]. خواص و رفتارهای الکترومکانیکی کلی کامپوزیت‌های پیزوالکتریک به شدت تحت تاثیر خواص و رفتار اجزای تشکیل دهنده آن است [۳]. کامپوزیت‌های زمینه پلیمری تقویت شده با ذرات پیزوالکتریک، سختی، سفتی و ضریب پیزوالکتریک بالای سرامیک‌های پیزوالکتریک را با انعطاف پذیری و چگالی کم پلیمرها ترکیب می‌کنند. این ترکیب، باعث می‌شود که این کامپوزیت‌ها برای اجزای ساختاری و عملکردی سیستم‌های میکروالکترومکانیکی مناسب شوند [۴]، [۵]. کامپوزیت‌های پیزوالکتریک به اشکال مختلفی از جمله الیاف سرامیکی پیزوالکتریک یا ذرات تعبیه شده در یک زمینه پلیمری ساخته شده‌اند [۲].

در طول دو دهه گذشته، نانو کامپوزیت‌های پلیمری به سرعت مورد توجه قرار گرفتند و محققان را در سراسر جهان به خود جذب کردند. تحقیقات اخیر در حال انجام روی نانو کامپوزیت‌های پلیمری نشان می‌دهد که این دسته از مواد می‌توانند بهبود قابل توجهی در مقایسه با کامپوزیت‌های معمولی ایجاد کنند [۶]. از زمان کشف نانو لوله‌ی کربنی توسط ایچیمادا [۷] در سال ۱۹۹۱ به دلیل خواص چشمگیری همچون استحکام استثنایی (۱۰-۱۰۰ برابر بیشتر از فولاد)، مدول یانگ بالا (حدود ۱ تراپاسکال)، چگالی کم، قابلیت تحمل تغییر شکل‌های بزرگ بدون شکستگی، قابلیت فوق‌العاده برای بازگشت به ساختار اصلی بعد از تغییر شکل و رسانندگی الکتریکی و گرمایی عالی، توجه جامعه علمی و همچنین صنعت را به خود جلب کرده است [۸]، [۹]، [۱۰]، [۱۱]. و همچنین می‌تواند تقویت‌کننده‌ای ایده آل برای طیف مختلفی از کامپوزیت‌ها در نظر گرفته شود [۱۲]، [۱۳]. کامپوزیت‌های تقویت شده توسط نانو مواد، به عنوان مثال، نانو لوله‌های کربنی و گرافن‌ها، خواص مکانیکی، حرارتی و الکتریکی بیشتری را در مقایسه با خواص فیزیکی مواد زمینه خود نشان داده‌اند [۱۴]. کاربرد نانو لوله‌ها به عنوان قوی‌ترین یا سخت‌ترین عناصر در دستگاه‌های نانومقیاس انگیزه‌ای قوی برای تحقیق در زمینه‌ی کامپوزیت‌های شامل نانو لوله‌ی کربنی است [۱۵]. استفاده از نانو لوله‌ی کربنی در

² Mori-Tanaka¹ Halpin-Tsai

بالعکس اشاره کرد [۲۹-۳۱]. می‌دانیم در عمل، توزیع یکنواخت نانو لوله‌ی کربنی کاری بسیار سخت است و در کامپوزیت‌های واقعی همیشه مقداری تجمع در نانو لوله‌های کربنی مشاهده می‌شود، به همین دلیل اثرات تجمع نانو لوله‌های کربنی بر خواص الاستیک و پیزوالکتریک کامپوزیت هوشمند حاوی نانو لوله‌ی کربنی نیز مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به دانش نویسندگان تا الان خواص کامپوزیت هیبریدی پیزوالکتریک با تقویت کننده به شکل ذرات و نانو لوله‌های کربنی با استفاده از روش موری-تاناکا بررسی نشده است.

۲- مدل‌سازی

۲-۱- مدل موری-تاناکا برای کامپوزیت پیزوالکتریک

روابط ساختاری برای مواد خطی پیزوالکتریک به صورت زیر است [۱]، [۲]، [۳۲]:

$$\sigma_{ij} = C_{ijmn} \varepsilon_{mn} + e_{nij} E_n \quad (1)$$

$$D_i = e_{imn} \varepsilon_{mn} - k_{in} E_n \quad (2)$$

که σ_{ij} ، ε_{ij} ، E_i ، D_i ، C_{ijkl} ، e_{ijk} و k_{ij} به ترتیب تانسور تنش، تانسور کرنش، بردار میدان الکتریکی، بردار جابجایی الکتریکی، تانسور سفتی الاستیک، تانسور پیزوالکتریک و تانسور گذردهی هستند. همچنین با توجه به قانون گاوس^۱ تعادل الاستیک، معادلات کرنش-جابجایی و میدان الکتریکی-پتانسیل می‌توانیم متغیرهای الاستیک و الکتریکی را با هم ترکیب کرده و آن‌ها را در یک معادله به صورت زیر بیاوریم:

$$\Sigma_{ij} = \tilde{C}_{ijMn} Z_{Mn}$$

که در آن، متغیرها بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\Sigma_{ij} = \begin{cases} \sigma_{ij} & J = 1, 2, 3 \\ D_i & J = 4 \end{cases}$$

$$\tilde{C}_{ijMn} = \begin{cases} C_{ijmn} & J, M = 1, 2, 3 \\ e_{nij} & J = 1, 2, 3; M = 4 \\ e_{imn} & J = 4; M = 1, 2, 3 \\ -k_{in} & J, M = 4 \end{cases}$$

$$Z_{Mn} = \begin{cases} \varepsilon_{mn} & M = 1, 2, 3 \\ E_n & M = 4 \end{cases}$$

همکاران [۲۴] به بررسی خواص الاستیک و پیزوالکتریک کامپوزیت پلیمری تقویت شده با الیاف پیزوالکتریک یک طرفه حاوی نانو لوله‌ی کربنی با جهت‌گیری تصادفی پرداختند. آن‌ها از روش میکرومکانیکی مبتنی بر مدل موری-تاناکا استفاده کردند و خواص الکترومکانیکی کامپوزیت مورد نظر را محاسبه کردند. آن‌ها ثابت کردند با افزودن نانو لوله‌ی کربنی به کامپوزیت پلیمری تقویت شده با الیاف پیزوالکتریک می‌توان خواص کلی الکترومکانیکی آن را ارتقا داد. در مطالعات گذشته اثرات اضافه کردن نانو لوله‌ی کربنی روی کامپوزیت با تقویت کننده‌ی پیزوالکتریک در حالت ذره‌ای بررسی نشده است.

در حالت کلی روش‌های میکرومکانیکی یک هدف مهم را دنبال می‌کنند و آن پیش بینی خواص ماده کامپوزیتی است وقتی که خواص اجزای تشکیل دهنده آن معلوم باشد. تلاش‌های زیادی برای توسعه مدل‌هایی برای مرتبط کردن خواص الکترومکانیکی مواد کامپوزیتی با خواص الکترومکانیکی اجزای جداگانه انجام شده است [۱]، [۲۵] چون در برخی از کاربردها خواص الاستیک و برشی و همچنین ثابت پیزوالکتریک خاصی مورد نیاز است و با پیش‌بینی این خواص می‌توان در مورد کاربردهای احتمالی کامپوزیت ساخته شده اظهار نظر نمود. از مدل‌های میکرومکانیکی مانند مدل سلول واحد، مدل موری-تاناکا، مدل خودسازگار، جهت استخراج خواص موثر کامپوزیت‌ها استفاده می‌شود [۲۶]. چارچوب کلی این روش‌ها تخمین‌هایی را برای طیف وسیعی از اندازه‌ها، هندسه‌ها و جهت‌گیری‌ها ارائه می‌کنند و هر یک از این روش‌ها دارای اشکالاتی در ارتباط با دقت و راحتی محاسباتی هستند [۱، ۲۷]. روش موری-تاناکا یکی از روش‌های پیشنهادی برای پیش‌بینی خواص مکانیکی مؤثر مواد کامپوزیتی مختلف است، همچنین این روش برای کامپوزیت‌های تقویت شده با نانو لوله‌ی کربنی، استفاده شده است [۱۴]، [۲۸].

در این مقاله از رویکرد میکرومکانیکی مبتنی بر مدل موری-تاناکا استفاده شده است. مدل مورد بررسی، کامپوزیت پلیمری تقویت شده با ذرات کروی پیزوالکتریک و نانو لوله کربنی با جهت‌گیری تصادفی است که خواص الاستیک و پیزوالکتریک آن محاسبه شده است. از کاربردهای چنین کامپوزیت‌هایی که دارای مواد پیزوالکتریک^(۵) همچنین مواد نانو هستند می‌توان به استفاده در صنایع مختلف و بخصوص ساخت حسگرها و محرک‌ها و کنترل ارتعاش سازه و همچنین در برداشت کننده‌های انرژی به دلیل خاصیت (تولید) انرژی الکتریکی به انرژی مکانیکی و

¹ Gauss's law

روند کل مدلسازی در شکل (۱) نشان داده شده است که شامل دو مرحله است که مرحله اول محاسبات مربوط به توزیع نانو لوله‌ی کربنی در زمینه پلیمری است که قبل از محاسبات مربوط به اضافه کردن مواد دارای خواص پیزوالکتریک، انجام شده است. وقتی توزیع نانو لوله‌ی کربنی کاملاً بصورت جهت گیری تصادفی باشد، آنگاه کامپوزیت حاصل دارای خاصیت همسانگرد خواهد بود و مدول‌های حجمی و برشی آن از روابط زیر محاسبه می‌شوند [۱۴]:

$$K = K_m + \frac{c_r(\delta_r - 3K_m\alpha_r)}{3(c_m + c_r\alpha_r)} \quad (۱۵)$$

$$G = G_m + \frac{c_r(\eta_r - 2G_m\beta_r)}{2(c_m + c_r\beta_r)} \quad (۱۶)$$

که K و G مدول حجمی و برشی نانو کامپوزیت و K_m و G_m مدول حجمی و برشی زمینه پلیمری و c_r و c_m کسر حجمی نانو لوله‌ی کربنی و زمینه پلیمری است. مقادیر K_m و G_m به سادگی از روابط زیر محاسبه می‌شود.

$$K_m = \frac{E_m}{3(1 - 2\nu_m)} \quad (۱۷)$$

$$G_m = \frac{E_m}{2(1 + \nu_m)} \quad (۱۸)$$

که E_m و ν_m به ترتیب مدول الاستیک و ضریب پواسون زمینه پلیمری همسانگرد می‌باشند. ضرایب α_r ، β_r ، δ_r و η_r که در معادلات (۱۵) و (۱۶) استفاده شده اند بصورت زیر تعریف می‌شوند.

$$\alpha_r = \frac{3(K_m + G_m) + k_r - l_r}{3(G_m + k_r)} \quad (۱۹)$$

$$\beta_r = \frac{1}{5} \left\{ \frac{4G_m + 2k_r + l_r}{3(G_m + k_r)} + \frac{4G_m}{G_m + p_r} + \frac{2[G_m(3K_m + G_m) + G_m(3K_m + 7G_m)]}{G_m(3K_m + G_m) + m_r(3K_m + 7G_m)} \right\} \quad (۲۰)$$

$$\delta_r = \frac{1}{3} \left[n_r + 2l_r + \frac{(2k_r + l_r)(3K_m + 2G_m - l_r)}{G_m + k_r} \right] \quad (۲۱)$$

نمایش معادله (۳) در حالت ماتریسی بصورت زیر خواهد شد [۱]:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{31} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{32} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{33} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & -k_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 & 0 & -k_2 & 0 \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (۷)$$

طبق روابط مبتنی بر روش موری-تاناکا برای بدست آوردن خواص کامپوزیت با استفاده از خواص اجزاء تشکیل دهنده آن از رابطه زیر استفاده می‌شود [۳۳]:

$$\tilde{C}^c = \tilde{C}^m + \nu_r(\tilde{C}^r - \tilde{C}^m)B$$

که \tilde{C}^c ، \tilde{C}^m ، \tilde{C}^r و به ترتیب ماتریس مدول الکترواستیک کامپوزیت، زمینه و تقویت کننده هستند و ν_r کسر حجمی تقویت کننده می‌باشد. برای محاسبه مقادیر A و B از روابط زیر استفاده خواهد شد:

$$B = A[v_m I + \nu_r A]^{-1} \quad (۹)$$

$$A = [I + P(\tilde{C}^m)^{-1}(\tilde{C}^r - \tilde{C}^m)]^{-1} \quad (۱۰)$$

در اینجا I ماتریس همانی، ν_m کسر حجمی زمینه و مقادیر B به عنوان ماتریس غلظت پیزوالکتریک و A به عنوان ماتریس غلظت پیزوالکتریک رقیق شناخته می‌شود [۳۳]. ماتریس P اشلیبی است که برای تقویت کننده به شکل ذره ای بصورت زیر تعریف می‌شود [۳۴]، [۳۵]:

$$P_{1111} = P_{2222} = P_{3333} = \frac{7 - 5\nu_m}{15(1 - \nu_m)} \quad (۱۱)$$

$$P_{1122} = P_{2233} = P_{3311} = \frac{5\nu_m - 1}{15(1 - \nu_m)} \quad (۱۲)$$

$$P_{1212} = P_{2323} = P_{3131} = \frac{4 - 5\nu_m}{15(1 - \nu_m)} \quad (۱۳)$$

$$P_{4141} = P_{4242} = P_{4343} = \frac{1}{3} \quad (۱۴)$$

که ν_m ضریب پواسون زمینه می‌باشد.

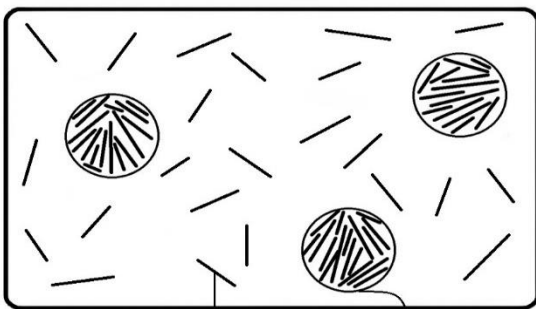
۲-۲- توزیع نانو لوله‌ی کربنی در زمینه پلیمر

ذرات پرکننده و زمینه پلیمری ایجاد کند که باعث تقویت خواص مکانیکی زمینه پلیمری می‌شود [۱۳]. با این حال، سفتی خمشی کم نانو لوله‌های کربنی (به دلیل قطر کوچک و مدول الاستیک پایین در جهت شعاعی) و نسبت ابعاد بالای آنها منجر به تجمع آنها در یک ماتریس پلیمری می‌شود [۱۸]، [۱۹]. در توزیع تصادفی با افزایش کسر حجمی و به دلیل نیروهای جاذبه و اندروالسی بین نانولوله‌ها، تجمع اتفاق می‌افتد که به شدت خواص فیزیکی و مکانیکی ماده را کم می‌کند [۱۲]، [۱۹]. مورفولوژی معمولی کامپوزیت تقویت شده با نانو لوله‌ی کربنی تجمع نانو لوله‌های کربنی را بصورت کاملاً آشکار نشان داده است [۳۶]. این تجمع‌ها توزیع یکنواخت ندارند به طوری که در برخی مناطق غلظت نانو لوله‌ی کربنی کمتر و در برخی مناطق غلظت آن بیشتری است [۱۶]، [۱۸]. درک تأثیرات چنین ویژگی‌هایی از طریق مدل سازی محاسباتی و نظری برای طراحی و تجزیه و تحلیل نانوکامپوزیت های تقویت شده با نانو لوله‌ی کربنی در کاربردهای مختلف حیاتی است [۱۴].

در این بخش از رویکردی میکرومکانیکی برای مدلسازی تأثیر تجمع استفاده خواهیم کرد. برای این کار دو ناحیه که یکی با تمرکز بالای نانو لوله‌ی کربنی و ناحیه دیگر با توزیع پراکنده نانو لوله‌ی کربنی است، در نظر می‌گیریم (شکل ۲). بدیهی است این دو ناحیه دارای خواص متفاوت از هم خواهند بود. محیط‌های متمرکز بصورت کروی فرض می‌شود. با تعریف بالا کل حجم نانو لوله‌های کربنی بصورت زیر تعریف می‌شود [۱۸]:

$$V_r = V_r^{inc} + V_r^m \quad (25)$$

که V_r^{inc} حجم نانو لوله‌ی کربنی در نواحی با غلظت بالا، V_r^m حجم نانو لوله‌ی کربنی با توزیع پراکنده در زمینه و V_r حجم کل نانو لوله‌های کربنی است.



شکل ۲ تجمع بعضی از نانو لوله‌های کربنی در زمینه پلیمری و مدلسازی آن با فاز کره‌های متمرکز

شکل ۲ تجمع بعضی از نانو لوله‌های کربنی در زمینه پلیمری و مدلسازی آن با فاز کره‌های متمرکز

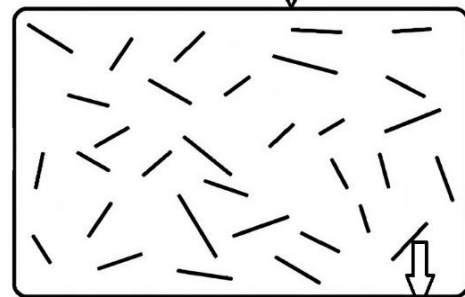
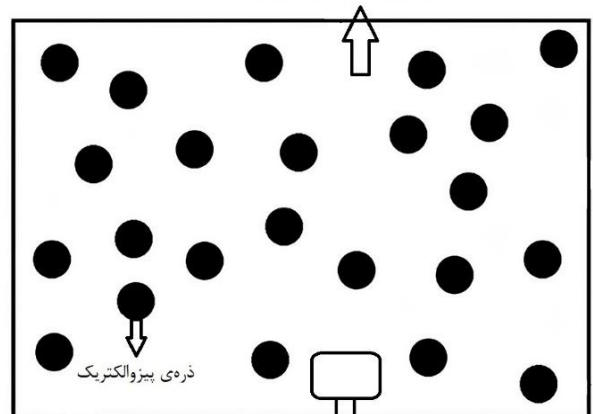
$$\eta_r = \frac{1}{5} \left[\frac{2}{3} (n_r - l_r) + \frac{8G_m p_r}{G_m + p_r} + \frac{8m_r G_m (3K_m + 4G_m)}{3K_m (m_r + G_m) + G_m (7m_r + G_m)} + \frac{2(k_r - l_r)(2G_m + l_r)}{3(G_m + k_r)} \right] \quad (22)$$

که n_r ، l_r ، k_r ، m_r و p_r ثابت الاستیسیته‌ی هیل هستند. در نهایت مدول الاستیسیته و ضریب پواسون موثر نانو کامپوزیت از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$E = \frac{9KG}{3K + G}$$

$$\nu = \frac{3K - 2G}{6K + 2G}$$

زمینه‌ی پلیمری حاوی نانو لوله‌ی کربنی



نانو لوله‌ی کربنی

شکل ۱ توزیع نانو لوله‌های کربنی در زمینه پلیمری و اضافه کردن ذرات پیزوالکتریک به آن

برای به دست آوردن خواص مورد نظر برای یک کامپوزیت تقویت شده با نانو لوله‌ی کربنی، ذرات نانو باید به طور یکنواخت در زمینه پراکنده شوند [۱۹]. پراکندگی یکنواخت ذرات نانو با زمینه‌ی پلیمری میتواند سطح مشترک بسیار بزرگی بین نانو

$$G_{out} = G_m + \frac{c_r(1-\zeta)(\eta_r - 2G_m\beta_r)}{2[1-\xi - c_r(1-\zeta) + c_r(1-\zeta)\beta_r]} \quad (34)$$

ماتریس اشلیبی برای کامپوزیت با تقویت کننده‌هایی کروی شکل مانند بخش ۲-۱ بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$S_{1111} = S_{2222} = S_{3333} = \frac{7 - 5v_{out}}{15(1 - v_{out})} \quad (35)$$

$$S_{1122} = S_{2233} = S_{3311} = \frac{5v_{out} - 1}{15(1 - v_{out})} \quad (36)$$

$$S_{1212} = S_{2323} = S_{3131} = \frac{4 - 5v_{out}}{15(1 - v_{out})} \quad (37)$$

که v_{out} ضریب پواسون قسمت خارجی کره‌ها است که به سادگی از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$v_{out} = \frac{3K_{out} - 2G_{out}}{6K_{out} + 2G_{out}} \quad (38)$$

سرانجام مدول حجمی و برشی نانو کامپوزیت با در نظر گرفتن تأثیر تجمع نانو لوله‌ی کربنی توسط روابط زیر بدست می‌آیند:

$$K = K_{out} \left[1 + \frac{\xi \left(\frac{K_{in}}{K_{out}} - 1 \right)}{1 + \left(\frac{1 + v_{out}}{3(1 - v_{out})} \right) (1 - \xi) \left(\frac{K_{in}}{K_{out}} - 1 \right)} \right] \quad (39)$$

$$G = G_{out} \left[1 + \frac{\xi \left(\frac{G_{in}}{G_{out}} - 1 \right)}{1 + \left(\frac{2(4 - 5v_{out})}{15(1 - v_{out})} \right) (1 - \xi) \left(\frac{G_{in}}{G_{out}} - 1 \right)} \right] \quad (40)$$

۳- نتایج و بحث

در ابتدای این بخش به بررسی اعتبارسنجی مدلسازی این مقاله پرداخته می‌شود. برای این منظور در دو مرحله محاسبات اعتبارسنجی خواهد شد. مرحله اول اعتبارسنجی، مربوط به توزیع نانو لوله‌های کربنی در پلیمر خواهد بود. برای انجام اعتبارسنجی از خواص پلی استایرن استفاده می‌شود که مدول الاستیک آن برابر ۱/۹ گیگاپاسکال و ضریب پواسون آن برابر ۰/۳ در نظر گرفته می‌شود و همچنین خواص نانو لوله‌ی کربنی توسط ثوابت الاستیسیته‌ی هیل بصورت n_r برابر ۴۵۰ گیگاپاسکال، k_r برابر ۳۰ گیگاپاسکال، m_r و p_r برابر ۱ گیگاپاسکال و l_r برابر ۱۰ گیگاپاسکال در نظر گرفته شده است [۱۸]. جهت گیری نانو لوله‌های کربنی به صورت تصادفی است و به همین دلیل بعد

دو پارامتر ξ و ζ برای توصیف تجمع بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\xi = \frac{V_{inc}}{V} \quad (26)$$

$$\zeta = \frac{V_r^{inc}}{V_r} \quad (27)$$

که V_{inc} حجم نواحی کروی با غلظت بالا و V حجم کل نانو کامپوزیت است. وقتی ξ برابر ۱ باشد یعنی نانو لوله‌های کربنی بصورت یکنواخت در زمینه توزیع شده‌اند و وقتی ζ برابر ۱ باشد یعنی همه‌ی نانو لوله‌های کربنی بصورت متمرکز در نواحی کروی خواهند بود. کسر حجمی متوسط نانو لوله‌ی کربنی بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$c_r = \frac{V_r}{V} \quad (28)$$

کسر حجمی نانو لوله‌ی کربنی در داخل قسمت های متمرکز کره‌ای و در زمینه به ترتیب توسط روابط زیر نشان داده می‌شود:

$$\frac{V_r^{inc}}{V_{inc}} = \frac{c_r \zeta}{\xi} \quad (29)$$

$$\frac{V_r^m}{V - V_{inc}} = \frac{c_r(1 - \zeta)}{1 - \xi} \quad (30)$$

کامپوزیت تقویت شده با نانو لوله‌ی کربنی به‌عنوان یک سیستم متشکل از اجزای کروی شکل که در یک زمینه هیبریدی تعبیه شده‌اند، در نظر گرفته شده است. هر دو جز زمینه و قسمت های کروی حاوی نانو لوله‌ی کربنی هستند. ابتدا سفتی الاستیک مؤثر اجزای کروی و زمینه تخمین زده شده است و سپس ویژگی کلی کامپوزیت محاسبه می‌شود. با استفاده از روش موری- تاناکا و با همان فرض جهت گیری تصادفی و همسانگرد عرضی بودن نانو لوله‌های کربنی مدول حجمی و برشی را برای هر دو قسمت داخل و بیرون کره‌ها محاسبه می‌کنیم که بصورت خلاصه توسط روابط زیر بیان می‌شود [۱۸].

$$K_{in} = K_m + \frac{(\delta_r - 3K_m\alpha_r)c_r\zeta}{3(\xi - c_r\zeta + c_r\zeta\alpha_r)} \quad (31)$$

$$K_{out} = K_m + \frac{c_r(\delta_r - 3K_m\alpha_r)(1 - \zeta)}{3[1 - \xi - c_r(1 - \zeta) + c_r(1 - \zeta)\alpha_r]} \quad (32)$$

$$G_{in} = G_m + \frac{c_r\zeta(\eta_r - 2G_m\beta_r)}{2(\xi - c_r\zeta + c_r\zeta\beta_r)} \quad (33)$$

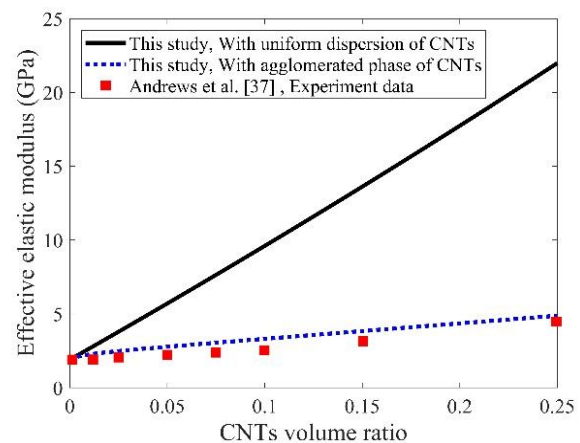
است که در کسر حجمی ۰/۵ اتفاق افتاده است. دلیل این خطا می‌تواند در فرآیند استخراج خواص ماده کامپوزیتی به روش عددی و تحلیلی باشد.

جدول ۱ خواص الاستیک و پیزوالکتریک پلی آمید و PZT-7A [۱]

ذرات PZT-7A	زمینه‌ی پلی آمید	خاصیت
۱۴۸	۸/۱	C_{11} (GPa)
۷۶/۲	۵/۴	C_{12} (GPa)
۷۴/۲	۵/۴	C_{13} (GPa)
۱۴۸	۸/۱	C_{22} (GPa)
۷۴/۲	۵/۴	C_{23} (GPa)
۱۳۱	۸/۱	C_{33} (GPa)
۲۵/۴	۱/۴	C_{44} (GPa)
۲۵/۴	۱/۴	C_{55} (GPa)
۳۵/۹	۱/۴	C_{55} (GPa)
۹/۲	.	e_{15} (C/m ²)
-۲/۱	.	e_{31} (C/m ²)
-۲/۱	.	e_{32} (C/m ²)
۹/۵	.	e_{33} (C/m ²)

در نمودارهای شکل ۵ تأثیر افزودن نانو لوله‌ی کربنی بر خواص الاستیک و پیزوالکتریک کامپوزیت های پیزوالکتریک مورد بحث قرار گرفته است. نمودارهای (۵-الف) تا (۵-ت) مدول الاستیک و برشی کامپوزیت هیبریدی با زمینه‌ی پلی آمید را در دو حالت طولی و عرضی بر حسب کسر حجمی ذرات تقویت کننده‌ی پیزوالکتریک از جنس PZT-7A نشان می‌دهند. کسر حجمی ذرات از ۰ تا ۰/۵ در نظر گرفته شده است. نتایج برای چهار کسر حجمی نانو لوله‌ی کربنی ۰/۰، ۰/۱، ۰/۳ و ۰/۵ استخراج شده است. همانطور که از نمودار می‌توان دریافت افزودن نانو لوله‌های کربنی به کامپوزیت موجب افزایش مدول الاستیک و برشی در هر دو حالت طولی و عرضی شده است که از دلایل این افزایش می‌توان به زیاد بودن مدول های نانو لوله‌ی کربنی نسبت به زمینه و همچنین سطح تماس زیاد بین نانو لوله‌های کربنی و زمینه اشاره کرد. به عنوان مثال مدول الاستیک طولی کامپوزیت هیبریدی در نمودار شکل ۵-الف در کسر حجمی ۰/۲ ذرات تقویت کننده، بدون اضافه کردن ذرات نانو حدود ۵/۶

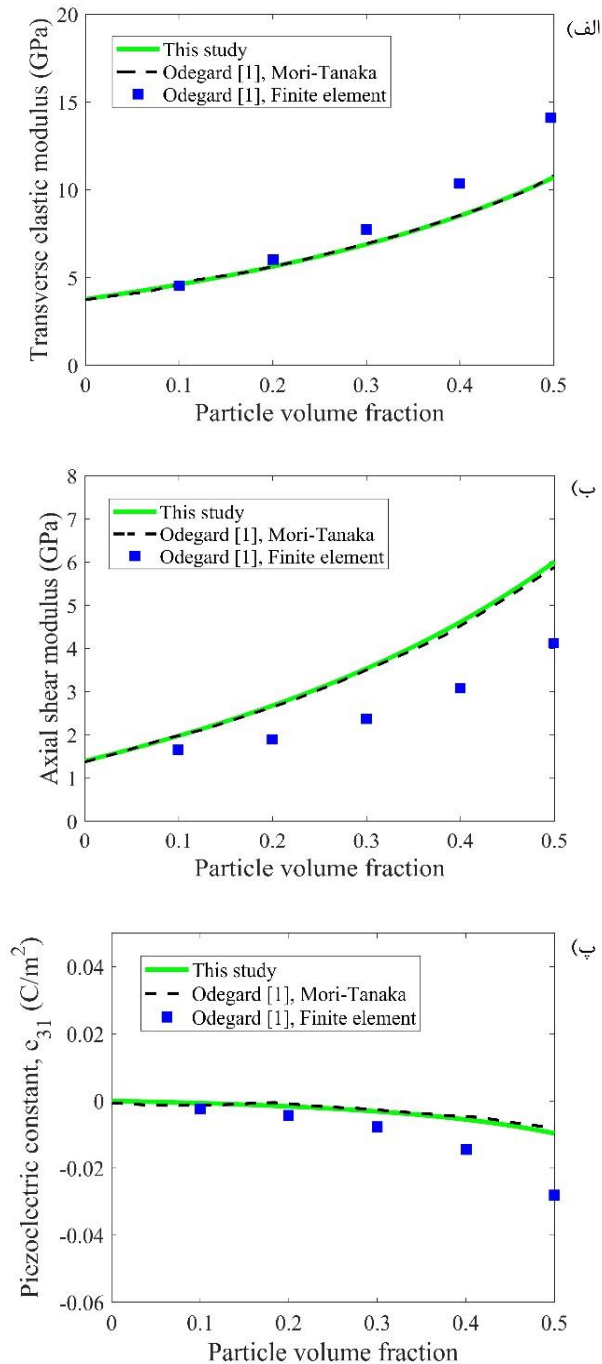
از پخش شدن در زمینه، خواص پلیمر در همه‌ی جهت ها یکسان افزایش می‌یابد و فقط یک مدول الاستیک موثر تعریف می‌شود. مدول موثر الاستیک بر حسب کسر حجمی نانو لوله‌ی کربنی در دو حالت توزیع یکنواخت و توزیع همراه با تجمع نانو لوله‌های کربنی در شکل (۳) رسم شده است. همچنین داده‌های مربوط به آزمایش اندروز و همکاران [۳۷] در این شکل نشان داده شده است. از این نمودار نتیجه گیری می‌شود که در حالت پخش یکنواخت مدول موثر بیشتر از نتایج آزمایش است اما نتایج مربوط به محاسبات همراه با تجمع که با χ برابر ۰/۹ و ξ برابر ۰/۱ انجام شده است به خوبی با نتایج داده های آزمایش تطابق دارد.



شکل ۳ مدول الاستیک موثر در دو حالت توزیع یکنواخت و دارای تجمع نانو لوله‌های کربنی و مقایسه با داده‌های آزمایش [۳۷]

مرحله‌ی دوم اعتبارسنجی که مربوط به محاسبات مدل‌سازی میکرومکانیکی موری-تاناکا برای کامپوزیت پیزوالکتریک است در نمودارهای (۴) نشان داده شده است. محاسبات این مقاله برای مدول الاستیک عرضی، مدول برشی طولی و ثابت پیزوالکتریک e_{31} با نتایج محاسبات اجزای محدود و موری-تاناکای مقاله اودگارد و همکاران [۱] مقایسه شده است. زمینه از جنس پلی آمید و ذرات تقویت کننده‌ی پیزوالکتریک از جنس تیتانات زیرکونات سرب یا همان PZT-7A در نظر گرفته شد که خواص آن ها در جدول (۱) آورده شده است. این مقایسه نشان می‌دهد که نتایج به خوبی منطبق بر محاسبات روش موری-تاناکای مقاله اودگارد و همکاران است و همچنین تا حد قابل قبولی با نتایج روش اجزای محدود تطابق دارد. در کسر حجمی های بالا مقداری تفاوت در نتایج دیده می‌شود به عنوان مثال حداکثر خطا در بخش مدول الاستیک عرضی ۳۱ درصد

از پخش نانو ذرات با درصد نانو لوله‌ی کربنی ۳٪ با هم مقایسه شده است. که حالت اول همان پخش یکنواخت و بدون تجمع است و حالت دوم شامل فاز های کروی از تجمع نانو لوله‌های کربنی است و برای مدلسازی آن ζ برابر ۰/۹ و ξ برابر ۰/۱ در نظر گرفته شده است.



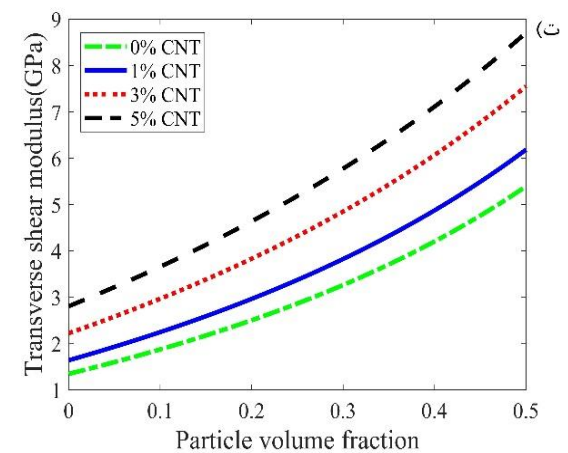
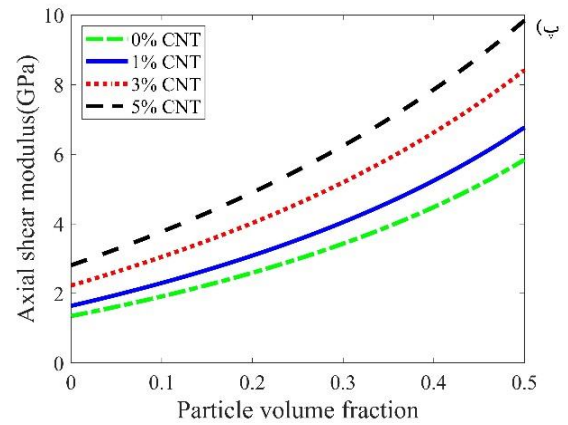
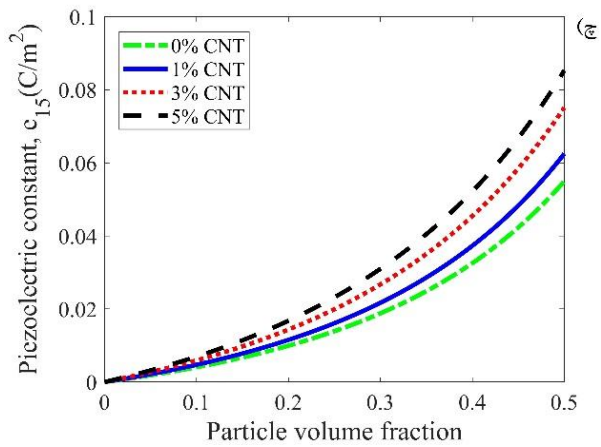
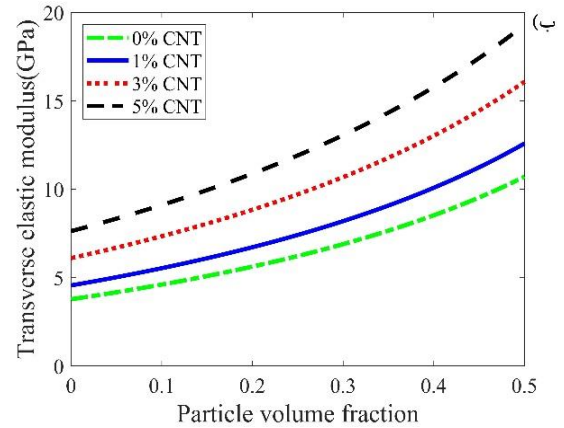
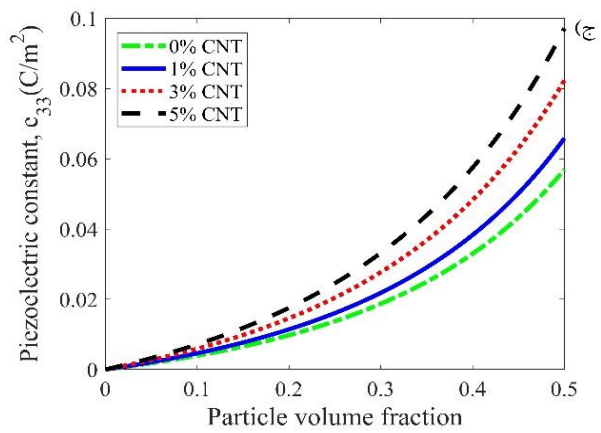
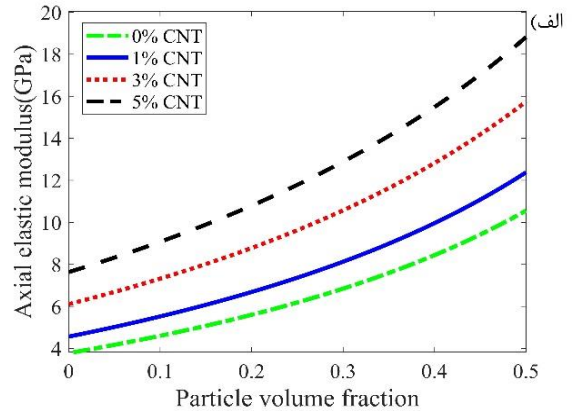
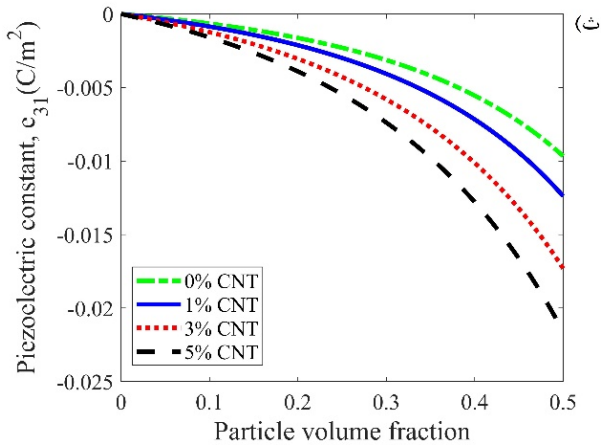
نمودار ۴ تغییرات الف) مدول الاستیک عرضی ب) مدول برشی طولی پ) ثابت پیزوالکتریک برحسب کسر حجمی ذرات تقویت کننده و مقایسه آن با محاسبات به روش‌های موری-تاناکا و اجزای محدود

اودگارد [۱]

گیگاپاسکال است، اما با افزودن ۵٪ نانو لوله‌ی کربنی این عدد به حدود ۱۰/۸ گیگاپاسکال می‌رسد. از این مثال عددی متوجه می‌شویم که افزودن ۵٪ نانو لوله‌ی کربنی به کامپوزیت باعث افزایش حدود ۹۳ درصدی مدول الاستیک می‌شود. در حالت پخش یکنواخت نانو لوله‌ی کربنی هرچقدر کسر حجمی نانو لوله‌ی کربنی افزایش بیشتری داشته باشد، باعث افزایش بیشتر مدول الاستیک و برشی خواهد شد. همچنین از این نمودارها به سادگی قابل فهم است که با افزایش کسر حجمی ذرات تقویت کننده‌ی پیزوالکتریک مدول الاستیک و برشی در هر دو حالت طولی و عرضی افزایش می‌یابد، چون با توجه به داده‌های آورده شده در جدول (۱) مشخص است که خواص مکانیکی ذرات تقویت کننده بیشتر از زمینه می‌باشد.

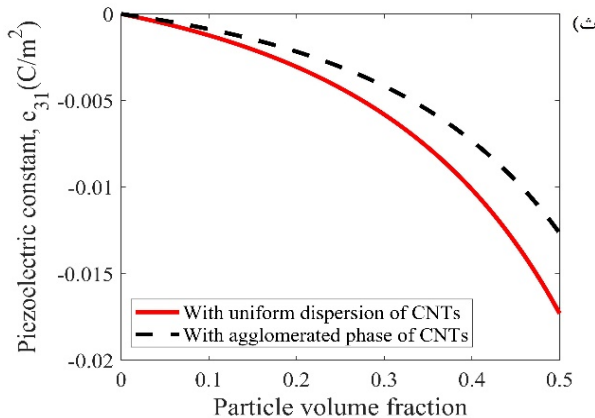
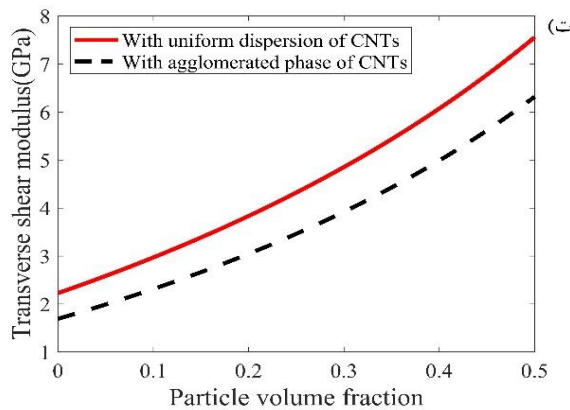
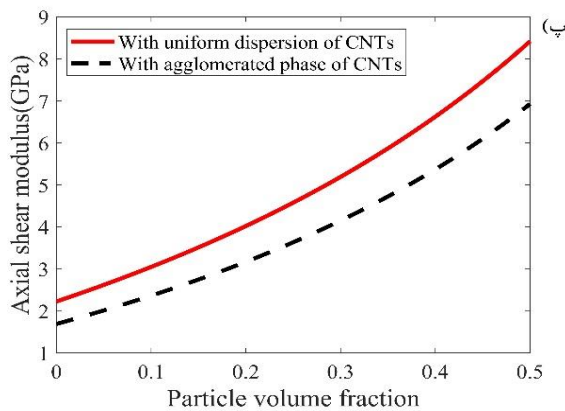
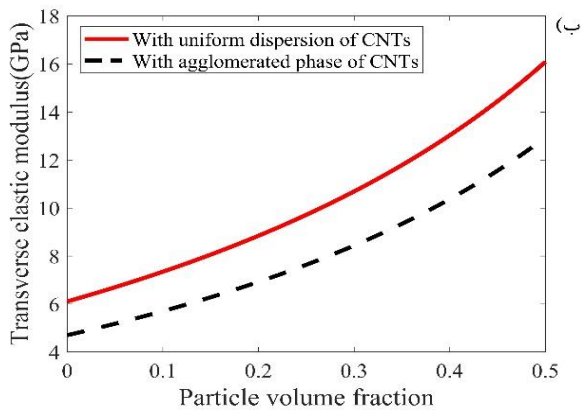
نمودارهای (۵-ث) تا (۵-چ) ثوابت پیزوالکتریک e_{33} ، e_{31} و e_{15} این کامپوزیت هیبریدی را برحسب کسر حجمی ذرات تقویت کننده پیزوالکتریک نشان می‌دهند. باز هم کسر حجمی ذرات تقویت کننده پیزوالکتریک از ۰ تا ۰/۵ در نظر گرفته شده است و همچنین نتایج برای چهار کسر حجمی نانو لوله‌ی کربنی ۰٪، ۱٪، ۳٪ و ۵٪ استخراج شده است. در هر سه نمودار مشاهده می‌شود که افزودن نانو لوله‌ی کربنی موجب افزایش مقدار ثابت پیزوالکتریک کامپوزیت هیبریدی شده است و هر چقدر کسر حجمی نانو لوله‌ی اضافه شده، بیشتر باشد، افزایش ثابت پیزوالکتریک نیز بیشتر خواهد بود، چون با افزودن نانو لوله‌ی کربنی خواص مکانیکی زمینه بهبود می‌یابد و با توجه به کویل بودن معادلات این افزایش خواص مکانیکی سبب افزایش خواص پیزوالکتریک کامپوزیت هیبریدی با افزودن ذرات پیزوالکتریک خواهد شد. به عنوان مثال در نمودار (۵-ث) در کسر حجمی ۰/۴ از ذرات تقویت کننده پیزوالکتریک و بدون اضافه کردن ذرات نانو، ثابت پیزوالکتریک e_{31} برابر ۰/۰۵۷- کولن بر متر مربع است، اما با افزودن ۵٪ نانو لوله‌ی کربنی به کامپوزیت این عدد به ۰/۱۳۰- کولن بر متر مربع می‌رسد، که از نظر مقدار، افزایش حدود ۱۲۸٪ را نشان می‌دهد. همچنین در هر سه نمودار مشخص است که مقادیر ثوابت پیزوالکتریک کامپوزیت هیبریدی با افزایش کسر حجمی تقویت کننده پیزوالکتریک افزایش می‌یابد که امری بدیهی است، چون تا قبل از افزودن ذرات پیزوالکتریک مشخص است که تمام ثوابت پیزوالکتریک باید صفر باشد و با افزایش کسر حجمی ماده پیزوالکتریک به تدریج به خواص پیزوالکتریک کامپوزیت هیبریدی افزوده خواهد شد.

در نمودارهای (۶) تاثیر پراکندگی و تجمع نانو لوله‌های کربنی بر خواص الاستیک و پیزوالکتریک این کامپوزیت هیبریدی مورد بررسی قرار گرفته است. برای این منظور دو حالت



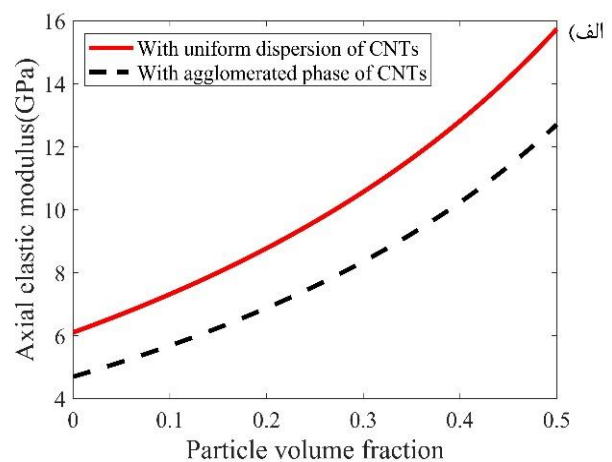
نمودار ۵ تاثیر کسر حجمی نانو لوله‌ی کربنی روی الف) مدول الاستیک طولی ب) مدول الاستیک عرضی پ) مدول برشی طولی ت) مدول برشی عرضی ث) ثابت پیزوالکتریک e_{31} ج) ثابت پیزوالکتریک e_{33} چ) ثابت پیزوالکتریک e_{15}

نمودارهای (الف-۶) تا (ت-۶) مدول الاستیک و برشی کامپوزیت هیبریدی را در دو حالت طولی و عرضی بر حسب کسر حجمی



ذرات تقویت کننده پیزوالکتریک نشان می‌دهند. کسر حجمی ذرات تقویت کننده از ۰ تا ۰/۵ در نظر گرفته شده است. این نمودارها به خوبی نشان می‌دهند که با تجمع نانو لوله‌های کربنی مدول الاستیک و برشی کامپوزیت هیبریدی کاهش می‌یابند، دلیل اصلی این کاهش خواص، کمتر شدن سطح تماس نانو لوله‌ی کربنی با زمینه پلیمری است. به عنوان مثال در نمودار (۶-الف) در کسر حجمی ۰/۲ ذرات تقویت کننده، مدول الاستیک طولی از عدد ۸/۸ گیگاپاسکل در حالت پخش یکنواخت به عدد ۶/۹ گیگاپاسکل در حالت همراه با تجمع رسیده است که کاهش حدود ۲۲٪ را نشان می‌دهد.

نمودارهای (۶-ث) تا (۶-چ) ثوابت پیزوالکتریک e_{33} ، e_{31} و e_{15} کامپوزیت هیبریدی را برحسب کسر حجمی ذرات تقویت کننده پیزوالکتریک نشان می‌دهند. کسر حجمی ذرات تقویت کننده از ۰ تا ۰/۵ در نظر گرفته شده است. در این نمودارها نیز به خوبی تاثیر مخرب تجمع نانو ذرات مشهود است که باعث کاهش مقدار ثوابت پیزوالکتریک کامپوزیت هیبریدی شده است. چون با افزایش تجمع نانو لوله‌های کربنی خواص مکانیکی زمینه کاهش می‌یابد و با توجه به کوپل بودن معادلات این کاهش خواص مکانیکی سبب کاهش خواص پیزوالکتریک کامپوزیت هیبریدی خواهد شد. به عنوان مثال عددی در نمودار (۶-ث) ثابت e_{31} در کسر حجمی ۰/۴ ذرات تقویت کننده، از عدد $-۰/۰۱۰$ کولن بر متر مربع به عدد $-۰/۰۰۷$ کولن بر متر مربع رسیده است که از نظر مقدار با کاهش حدود ۳۰٪ همراه بوده است.



کربنی باعث افت مدول الاستیک و برشی و همچنین باعث کاهش مقادیر ثوابت پیزوالکتریک می‌شود.

از این پژوهش نتیجه گیری می‌شود که با افزودن ذرات نانو مانند نانو لوله‌های کربنی به کامپوزیت پیزوالکتریک می‌توان خواص پیزوالکتریک را افزایش داد و با این افزایش در خواص و ثوابت پیزوالکتریک می‌توان در ساخت حسگرها و ابزارهای تبدیل انرژی استفاده نمود. بیشترین تاثیر در افزایش خواص الاستیک و پیزوالکتریک زمانی حاصل می‌شود که نانو لوله‌ها کاملاً یکنواخت در زمینه‌ی پلیمری پخش شده باشند و دارای بیشترین سطح تماس با پلیمر باشند.

روش میکرومکانیکی موری-تاناکا می‌تواند روش مناسبی برای تعیین خواص الاستیک و پیزوالکتریک کامپوزیت هیبریدی باشد حتی زمانی که یکی از مواد بکار رفته در کامپوزیت در حالت نانو باشد با داشتن خواص موثر آن می‌توان از این روش با دقت خوبی استفاده نمود.

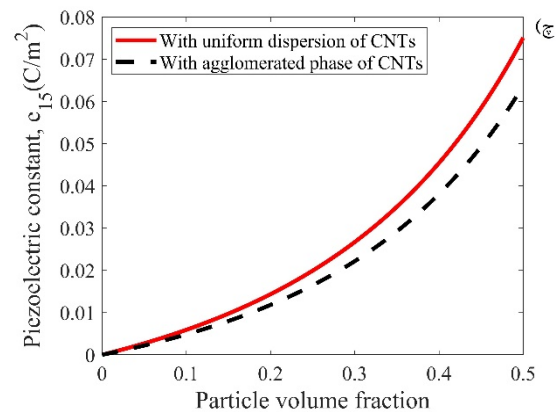
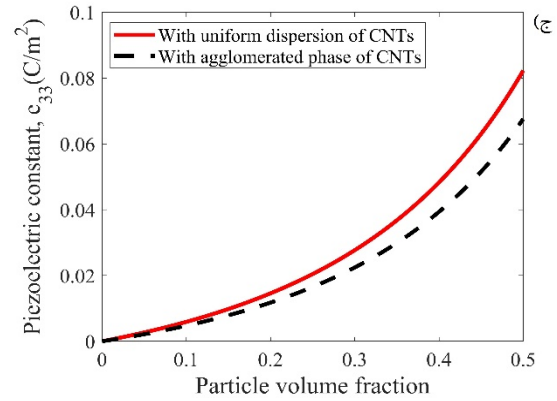
۵- فهرست علائم و اختصارات

علائم انگلیسی

A	ماتریس غلظت پیزوالکتریک رقیق
B	ماتریس غلظت پیزوالکتریک
C_{ijkl}	تانسور سفتی الاستیک
\tilde{C}	ماتریس مدول الکتروالاستیک
c	کسر حجمی
D_i	بردار جابجایی الکتریکی
E	مدول الاستیک
E_i	بردار میدان الکتریکی
e_{ijk}	تانسور پیزوالکتریک
G	مدول برشی
I	ماتریس همانی
K	مدول حجمی
k	ثابت الاستیسیته‌ی هیل
k_{ij}	تانسور گذردهی
l	ثابت الاستیسیته‌ی هیل
m	ثابت الاستیسیته‌ی هیل
n	ثابت الاستیسیته‌ی هیل
P	ماتریس اشلیبی برای محاسبه‌ی اضافه شدن ذرات پیزوالکتریک
p	ثابت الاستیسیته‌ی هیل
S	ماتریس اشلیبی برای محاسبه‌ی تجمع نانو لوله‌های کربنی
V	حجم محیط‌های تجمع و پخش نانو لوله‌ی کربنی
ν	کسر حجمی
Z	بردار ساخته شده از تانسور کرنش و بردار میدان الکتریکی

علائم یونانی

α	پارامتری جهت ساده سازی معادلات
β	پارامتری جهت ساده سازی معادلات
γ	پارامتری جهت ساده سازی معادلات
δ	پارامتری جهت ساده سازی معادلات



نمودار ۶ تاثیر نحوه‌ی توزیع نانو لوله‌ی کربنی روی الف) مدول الاستیک طولی (ب) مدول الاستیک عرضی (پ) مدول برشی طولی (ت) مدول برشی عرضی (ث) ثابت پیزوالکتریک e_{31} (ج) ثابت پیزوالکتریک e_{33} (چ) ثابت پیزوالکتریک e_{15}

۴- نتیجه گیری

از مدل میکرومکانیکی موری-تاناکا برای بدست آوردن خواص الاستیک و پیزوالکتریک کامپوزیت هیبریدی استفاده شد. این کامپوزیت هیبریدی شامل زمینه‌ی پلی‌امید و تقویت کننده‌ی پیزوالکتریک PZT-7A بود. برای تقویت خواص الاستیک و پیزوالکتریک از نانو لوله‌های کربنی با کسر حجمی حداکثر تا ۵٪ استفاده شد. ابتدا نتایج با داده‌های آزمایشگاهی و مطالعات قبلی اعتبارسنجی شد. افزودن نانو لوله‌های کربنی تاثیر زیادی در بهبود خواص مکانیکی و افزایش مقادیر ثوابت پیزوالکتریک کامپوزیت هیبریدی نشان داد. در حالت پخش یکنواخت نانو لوله هرچقدر درصد نانو لوله‌های کربنی افزایش یابد باعث بهبود خواص الاستیک و پیزوالکتریک کامپوزیت هیبریدی می‌شود. در ادامه تاثیر پخش نانو لوله‌های کربنی شامل توزیع یکنواخت و تجمع آن‌ها بررسی شد. این بررسی نشان داد تجمع نانو لوله‌های

World Journal, Vol. 2014, Article ID 485205, pp. 1-7, (2014). (in Persian فارسی)

- [7] Iijima, S., Helical microtubules of graphitic carbon, *Nature*, Vol. 354(6348), pp. 56-58, (1991).
- [8] Mohd Nurazzi, N., Asyraf, M.M., Khalina, A., Abdullah, N., Sabaruddin, F.A., Kamarudin, S.H., and Sapuan, S.M., Fabrication, functionalization, and application of carbon nanotube-reinforced polymer composite: An overview, *Polymers*, Vol. 13(7), pp. 1047, (2021).
- [9] Pan, J., Bian, L., Zhao, H., and Zhao, Y., A new micromechanics model and effective elastic modulus of nanotube reinforced composites, *Computational Materials Science*, Vol. 113, pp. 21-26, (2016).
- [10] Harris, P.J., Carbon nanotube composites, *International Materials Reviews*, Vol. 49(1), pp. 31-43, (2004).
- [11] Haghighi, S., Ansari, R., and Keramati, Y., A molecular dynamics study on the vibrational behavior of perfect and defective hybrid carbon boron-nitride heteronanotubes, *Diamond and Related Materials*, Vol. 125, Article ID 108990, (2022).
- [12] Rubel, R.I., Ali, M.H., Jafor, M.A., and Alam, M.M., Carbon nanotubes agglomeration in reinforced composites: A review, *AIMS Materials Science*, Vol. 6(5), pp. 756-780, (2019).
- [13] Bal, S., Samal, S.S., Carbon nanotube reinforced polymer composites - a state of the art, *Bulletin of Materials Science*, Vol. 30(4), pp. 379-386, (2007).
- [14] Zhu, F., Park, C., and Jin Yun, G., An extended Mori-Tanaka micromechanics model for wavy CNT nanocomposites with interface damage, *Mechanics of advanced Materials and Structures*, Vol. 28(3), pp. 295-307, (2021).
- [15] Salvétat, J.P., Bonard, J.M., Thomson, N.H., Kulik, A.J., Forro, L., Benoit, W., and Zuppiroli, L., Mechanical properties of carbon nanotubes, *Applied Physics A*, Vol. 69(3), pp. 255-260, (1999).
- [16] Pan, J., and Bian, L., Influence of agglomeration parameters on carbon nanotube composites, *Acta Mechanica*, Vol. 228(6), pp. 2207-2217, (2017).
- [17] Ebrahimi, F., and Dabbagh, A., An analytical solution for static stability of multi-scale hybrid nanocomposite plates, *Engineering with Computers*, Vol. 37(1), pp. 545-559. (2021).
- [18] Shi, D.L., Feng, X.Q., Huang, Y.Y., Hwang, K.C., and Gao, H., The effect of nanotube waviness and agglomeration on the elastic property of carbon nanotube-reinforced composites, *Journal of*

ϵ_{ij}	تانسور کرنش
ζ	پارامتری برای توصیف تجمع
η	ضریب جهت ساده سازی معادلات
ν	ضریب پواسون
ξ	پارامتری برای توصیف تجمع
Σ	بردار ساخته شده توسط تانسور تنش و بردار جایجایی الکتریکی
σ_{ij}	تانسور تنش
زیرنویس ها	
c	کامپوزیت
m	زمینه
r	تقویت کننده
in	داخل
out	بیرون
inc	مربوط به نواحی متمرکز نانو لوله‌ی کربنی
بالانویس ها	
c	شرایط مرجع
m	زمینه
r	تقویت کننده
inc	مربوط به نواحی متمرکز نانو لوله‌ی کربنی

۶- مراجع

- [1] Odegard, G.M., Constitutive modeling of piezoelectric polymer composites, *Acta Materialia*, Vol. 52(18), pp. 5315-5330, (2004).
- [2] Dunn, M.L., and Taya, M., Micromechanics predictions of the effective electroelastic moduli of piezoelectric composites, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 30(2), pp. 161-175, (1993).
- [3] Lin, C.H., and Muliana, A., Micromechanics modeling of hysteretic responses of piezoelectric composites, In *Creep and fatigue in polymer matrix composites*, Woodhead Publishing, pp. 121-155, (2019).
- [4] Mishra, N., Das, K., and Mori-Tanaka, A., based micromechanical model for predicting the effective electroelastic properties of orthotropic piezoelectric composites with spherical inclusions, *SN Applied Sciences*, Vol. 2(7), 1-14, (2020).
- [5] Zhou, Z., Ni, Y., Zhu, S., Tong, Z., Sun, J., and Xu, X. An accurate and straightforward approach to thermo-electro-mechanical vibration of piezoelectric fiber-reinforced composite cylindrical shells, *Composite Structures*, Vol. 207, pp. 292-303. (2019).
- [6] Moghri, M., Madic, M., Omid, M., and Farahnakian, M., Surface roughness optimization of polyamide-6/nanoclay nanocomposites using artificial neural network: genetic algorithm approach, *The Scientific*

- [28] Mori, T., Tanaka, K., Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions, *Acta Metallurgica*, Vol. 21(5), pp. 571-574, (1973).
- [29] Tassi, N., Bakkali, A., Fakri, N., Azrar, L., and Aljinaidi, A., Well conditioned mathematical modeling for homogenization of thermo-electro-mechanical behaviors of piezoelectric composites, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 99, pp. 276-293, (2021).
- [30] Quinsaat, J.E.Q., de Wild, T., Nüesch, F.A., Damjanovic, D., Krämer, R., Schürch, G., and Opris, D. M., Stretchable piezoelectric elastic composites for sensors and energy generators, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 198, Article ID 108211, (2020).
- [31] Hooper, T.E., Roscow, J.I., Mathieson, A., Khanbareh, H., Goetzee-Barral, A.J., and Bell, A.J., High voltage coefficient piezoelectric materials and their applications, *Journal of the European Ceramic Society*, Vol. 41(13), pp. 6115-6129, (2021).
- [32] Della, C.N., and Shu, D., The performance of 1–3 piezoelectric composites with a porous non-piezoelectric matrix, *Acta Materialia*, Vol. 56(4), pp. 754-761, (2008).
- [33] Pakam, N., and Arockiarajan, A., An analytical model for predicting the effective properties of magneto-electro-elastic (MEE) composites, *Computational Materials Science*, Vol. 65, pp. 19-28, (2012).
- [34] Dunn, M.L., Taya, M., An analysis of piezoelectric composite materials containing ellipsoidal inhomogeneities, *Proceedings of the Royal Society of London, Series A: Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 443(1918), pp. 265-287, (1993).
- [35] Li, K., Gao, X.L., and Roy, A.K., Micromechanical modeling of viscoelastic properties of carbon nanotube-reinforced polymer composites, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, Vol. 13(4), pp. 317-328, (2006).
- [36] Prashantha, K., Soulestin, J., Lacrampe, M.F., Krawczak, P., Dupin, G., and Claes, M., Masterbatch-based multi-walled carbon nanotube filled polypropylene nanocomposites: Assessment of rheological and mechanical properties, *Composites Science and Technology*, Vol. 69(11-12), pp. 1756-1763, (2009).
- [37] Andrews, R., Jacques, D., Minot, M., and Rantell, T., Fabrication of carbon multiwall nanotube/polymer composites by shear mixing, *Macromolecular Materials and Engineering*, Vol. 287(6), pp. 395-403, (2002).
- Engineering Material and Technology*, Vol. 126(3), pp. 250-257, (2004).
- [19] Bisheh, H., Rabczuk, T., Wu, N., Effects of nanotube agglomeration on wave dynamics of carbon nanotube-reinforced piezocomposite cylindrical shells, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 187, Article ID 107739, (2020).
- [20] Haghgoo, M., Ansari, R., and Hassanzadeh-Aghdam, M.K., Prediction of electrical conductivity of carbon fiber-carbon nanotube-reinforced polymer hybrid composites, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 167, pp. 728-735, (2019).
- [21] Hosseinpour, K., Ghasemi, A.R., Agglomeration and aspect ratio effects on the long-term creep of carbon nanotubes/fiber/polymer composite cylindrical shells, *Journal of Sandwich Structures and Materials*, Vol. 23(4), pp. 1272-1291, (2021).
- [22] Hassanzadeh-Aghdam, M.K., Ansari, R., and Darvizeh, A., Multi-stage micromechanical modeling of effective elastic properties of carbon fiber/carbon nanotube-reinforced polymer hybrid composites, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, Vol. 26(24), pp. 2047-2061, (2019).
- [23] Godara, S.S., Mahato, P.K., Effect of interphase between CNT and polyimide on the elastic and piezoelectric properties of hybrid smart nanocomposites, *Materials Today: Proceedings*, Vol. 21, pp. 1144-1148, (2020).
- [24] Hasanzadeh, M., Ansari, R., Hassanzadeh-Aghdam, M.K., Evaluation of effective properties of piezoelectric hybrid composites containing carbon nanotubes, *Mechanics of Materials*, Vol. 129, pp. 63-79, (2019).
- [25] Ansari, R., Hassanzadeh, M. K., Effects of regular and random distribution of silica nanoparticles on the thermo-elastic and viscoelastic properties of polymer nanocomposites-Micromechanics-based analysis, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15(1), pp. 99-107, (2015). (in Persian فارسی)
- [26] Ansari Khalkhali, R., Hassanzadeh Aghdam, M.K., Mashkor, A., Study on the percolation behavior of the mechanical properties of nanoparticle reinforced polymer nanocomposites using three-dimensional micromechanical modeling, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15(6), pp. 376-382, (2015). (in Persian فارسی)
- [27] Li, Z., Ye, J., Liu, L., Cai, H., He, W., Cai, G., and Wang, Y., Evaluation of piezoelectric and mechanical properties of the piezoelectric composites with local damages, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, Vol. 29(23), pp. 3429-3446. (2022).