

اثر تحریک مد عرضی بر ناپایداری احتراق ترموآکوستیکی

احسان بهزاد^{۱*}، رضا ابراهیمی^۲

^۱ دانشجوی دکتری، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

^۲ استاد، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

*مسئول مکاتبات: ehsanbehzad.aca@gmail.com

چکیده

واژگان کلیدی

ناپایداری احتراق
موتور توربین گاز
مدهای عرضی
شبیه‌سازی عددی

در بسیاری از مدل‌های توسعه داده شده برای پیش‌بینی ناپایداری احتراق در موتورهای توربینی، مدهای عرضی در نظر گرفته نمی‌شوند. اما در محفظه‌های حلقوی به دلیل قابل مقایسه بودن عرض در برابر طول، مدهای عرضی با اهمیت می‌شوند. در موتورهای توربین گاز پدیده غالب ناپایداری احتراق از نوع ترموآکوستیکی است که در صورت وقوع می‌تواند باعث افزایش دما روی دیواره‌ها، افت بازده، افزایش آلاینده‌ها و از بین رفتن کنترل سیستم پیشران شود. با توجه به اهمیت این موضوع، در این تحقیق مهم‌ترین مراجعی که تاکنون موضوع ناپایداری احتراق را با توجه به این نوع مدها بررسی نموده‌اند، مورد بحث قرار خواهند گرفت. در ادامه نیز کلیات یک روش نوین سه مرحله‌ای مبتنی بر حل عددی LES، محاسبه تابع پاسخ شعله (FTF) و سپس استفاده از این تابع در حلگر آکوستیکی هلمهولتز ارائه خواهد شد تا با استفاده از آن بتوان پدیده ناپایداری احتراق ترموآکوستیکی را با هزینه محاسباتی مناسب شبیه‌سازی نمود.

تاریخچه مقاله

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۱۰/۱۹

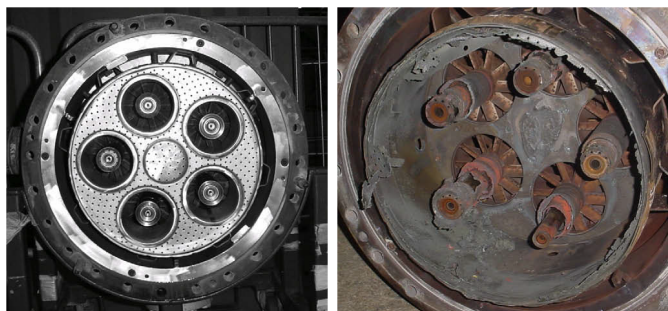
تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۴/۱۶

۱ مقدمه

مستعد ناپایداری احتراق می‌کند [۴].

در موتورهای توربین گاز پدیده غالب ناپایداری احتراق از نوع ترموآکوستیکی است (شکل ۲). با توجه به این موضوع در این تحقیق نیز تمرکز اصلی بر ناپایداری ترموآکوستیکی خواهد بود.

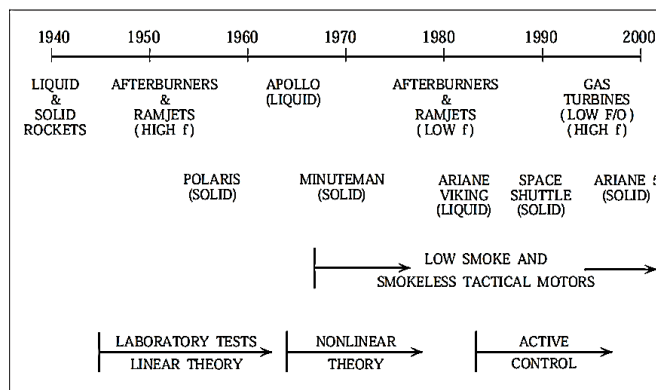
بررسی پدیده ناپایداری احتراق به بیش از ۱۵۰ سال پیش بازمی‌گردد که ریچک^۱ اولین مشاهدات مربوط به نوسانات آکوستیکی براساس تحریک دمایی را ثبت نمود [۱]. در تاریخچه بررسی پدیده ناپایداری احتراق از سال ۱۹۴۰ تاکنون به صورت شماتیک در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۲: چند نمونه از آسیب‌های وارد شده بر محفظه احتراق موتورهای توربین گاز [۱].

توصیف این پدیده به دلیل همگیر بودن واکنش‌های شیمیایی، توربولانس جریان، آزادسازی حرارت و انتشار امواج آکوستیکی تا حدودی دشوار است؛ اما می‌توان آن را با یک مثال ساده توصیف کرد: اگر در یک لوله نوسانات آکوستیکی توسط گرادیان‌های دمایی تهییج شوند (شکل ۳)، ناپایداری از نوع ترموآکوستیکی است. این پدیده ممکن است عواقب خطرناکی برای موتور مثل افزایش دما روی دیواره، افت بازده، افزایش آلاینده‌ها، از بین رفتن کنترل سیستم پیشران و ... داشته باشد.

در واقع حلقه^۲ ایجادکننده پدیده ناپایداری ترموآکوستیکی را می‌توان به صورت کلاسیک به سه مرحله کلی تقسیم‌بندی کرد: ابتدا نوسانات در سرعت

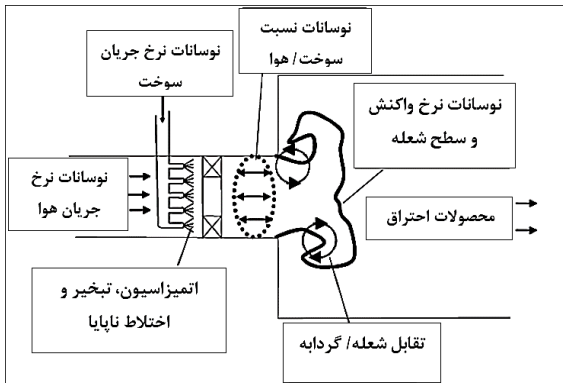


شکل ۱: بررسی ناپایداری احتراق در طی سالیان گذشته [۲].

این ترتیب زمانی، براساس تحقیقات کیولیک^۲ [۲] گردآوری شده است. در دهه ۱۹۹۰ سازندگان محفظه‌های احتراق موتورهای توربین گاز موظف شدند که طراحی را به گونه‌ای انجام دهند که NO_x ایجاد شده کاهش یابد [۳]. مولکول‌های NO_x در توربین‌های گازی به صورت عمده توسط نواحی دما بالای محفظه شکل می‌گیرند. یکی از روش‌ها برای کاهش NO_x ، عملکرد محفظه تحت شرایط رقیق سوزی است و این موضوع محفظه را

¹Rijke ²Culick ³loop

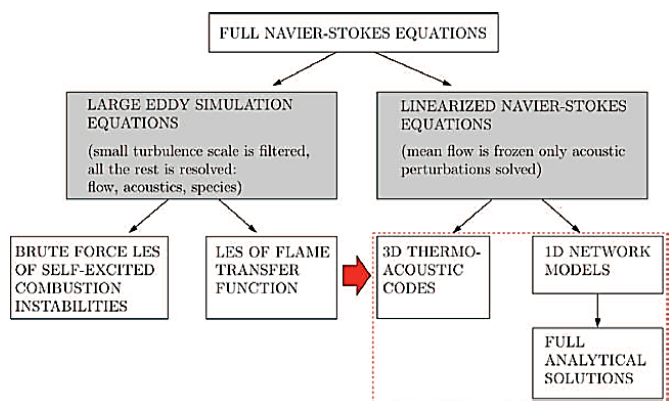
یا متغیرهای ترمودینامیکی یک نوسان در نرخ آزادسازی حرارت به وجود می‌آورند. سپس نوسانات حرارت، نوسانات آکوستیکی را تهییج می‌کنند و در نهایت نوسانات آکوستیکی، نوسانات متغیرهای ترمودینامیکی و سرعت را به وجود آورده و حلقه تکمیل می‌شود [۵].



شکل ۵: مکانیزم‌های جریان و شعله که می‌توانند باعث ایجاد ناپایداری احتراق شوند [۳].

اولین دسته‌بندی که تنها حالت مورد استفاده تا سال ۲۰۰۰ بود، کدهای تحلیلی ترموآکوستیکی ناپایداری احتراق^۷ است (که در اینجا کد TA نامیده می‌شوند) که در آنها شعله شبیه‌سازی نمی‌شود ولی توسط FTF یا FDF جایگزین می‌شود [۶-۸]. FDF از طریق یک سری معادلات خطی ساده‌سازی شده ناویر-استوکس محاسبه می‌شود؛ جریان اصلی بی‌حرکت^۸ فرض می‌شود و شبیه‌سازی‌ها برای نوسانات خطی مطلوب هستند [۹-۱۳].

هدف از ارائه دسته دوم روش‌ها در واقع محاسبه مستقیم دینامیک شعله با استفاده از LES است [۱۴-۱۶]. این روش هزینه‌ی بیشتری دارد و در آن باید بر مشکلات پیچیده‌ای مثل شرایط مرزی، پارامترهای شیمیایی، توربولانس و ... فائق آمد. روش‌های مذکور در شکل ۶ به صورت شماتیک نشان داده شده‌اند [۱۷].

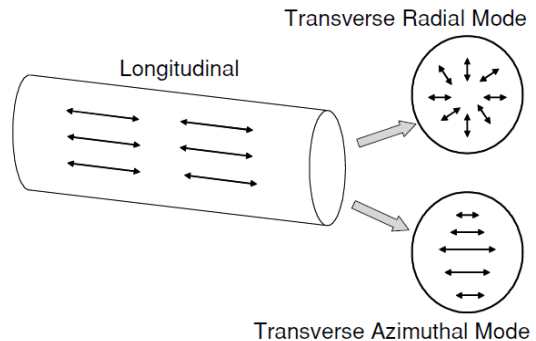


شکل ۶: روش‌های عددی شبیه‌سازی ناپایداری احتراق [۱۷].

۴ پیشینه تحقیق

تاکنون برای مدل‌سازی و بررسی پدیده ناپایداری احتراق روش‌های مختلفی مانند مدل‌سازی تحلیلی، شبیه‌سازی عددی، آزمون‌های تجربی و ... ارائه شده است. اما با توجه به اینکه در تحقیق حاضر تاکید بر بررسی اثر تحریک

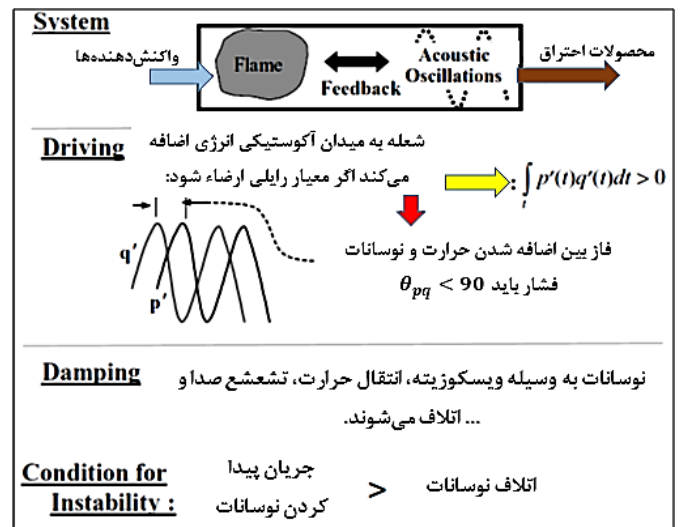
شکل ۳: یک نمونه از ناپایداری ناشی از وجود شعله دورن یک لوله دو سر باز و مدهای شعاعی، طولی و جانبی تحریک شده درون آن [۳].



شکل ۴: خلاصه شرایط مورد نیاز برای وقوع ناپایداری احتراق در موتورهای توربین گازی (معیار رایلی) [۳].

۲ معیار وقوع ناپایداری احتراق

شرایط مورد نیاز برای وقوع ناپایداری احتراق در موتورهای توربین گاز را می‌توان مطابق شکل ۴ بیان نمود. این شرایط به معیار رایلی معروف است.



شکل ۴: خلاصه شرایط مورد نیاز برای وقوع ناپایداری احتراق در موتورهای توربین گازی (معیار رایلی) [۳].

همچنین می‌توان مکانیزم‌های شناسایی شده که منجر به ایجاد ناپایداری در توربین‌های گاز می‌شوند را به صورت شکل ۵ دسته‌بندی نمود.

۳ روش‌های بررسی ناپایداری ترموآکوستیکی

برای بررسی پدیده ناپایداری احتراق می‌توان از روش‌های آنالیز عددی و شبیه‌سازی ناپایداری احتراق، مدل زمان تأخیر^۴، استفاده از تابع گرین^۵ برای محاسبه پایداری خطی، استفاده از روش گالریکین^۶ و بررسی به صورت آزمایشگاهی استفاده نمود. چون در این تحقیق، تاکید اصلی بر بررسی

⁴time-lag ⁵Green's function ⁶Galerkin's method ⁷thermo-acoustic analytical codes ⁸frozen

مد عرضی بر ناپایداری احتراق ترموآکوستیکی است، از این رو تنها تحقیقات به روز و مهم مبتنی بر مدهای طولی بررسی خواهند شد و بررسی اصلی پیشینه مبتنی بر مدهای عرضی خواهد بود.

۱.۴ روش های مبتنی بر مدل سازی تحلیلی

امرت^۹ و همکاران (۲۰۱۶) [۱۸] با استفاده از مدل شبکه و به صورت تحلیلی نشان دادند که مجموع مدهای موجود در محفظه احتراق در هنگام ناپایداری مدهای ترموآکوستیکی و مدهای ذاتی ترموآکوستیکی^{۱۰} (ITA) است. در واقع می توان اینگونه بیان کرد که نوعی ناپایداری وجود دارد که در آن شعله های پیش مخلوط (با وجود غیر بازخوردی بودن شرایط مرزی) می توانند نشان دهند که ناپایداری ترموآکوستیکی وجود ندارد؛ اما در واقع به دلیل تولید امواج آکوستیکی در بالادست بر اثر نوسانات حرارتی یک نوع مود ITA وجود دارد که خود می تواند باعث ایجاد ناپایداری شود. این نوع خاص تاکنون چندان مورد بررسی قرار نگرفته است و بسیار به شرایط مرزی و امپدانس اعمالی در آنها حساس است. بیگونگیاری^{۱۱} و همکاران (۲۰۱۶) [۱۹] یک روش سریع برای پیش بینی ناپایداری احتراق ارائه کرده اند که مبتنی بر عملکرد همزمان شبیه سازی عددی تابع گرین یک بعدی است. تمرکز اصلی در این روش شرایط و دامنه نوساناتی است که در طی آن ناپایداری حاصل می شود. این روش بر روی یک محفظه چرخشی اعمال شده است. شعله با استفاده از یک تابع FDF که از شبیه سازی سه بعدی حاصل شده، مدل سازی می شود. پیش بینی پایداری با نتایج حاصل از شبیه سازی سه بعدی مقایسه شده است. مزیت این روش در آن است که هزینه های سنگین شبیه سازی (به دلیل وجود تابع گرین) توسط این روش به کمترین مقدار می رسد.

۲.۴ روش های مبتنی بر آزمون های تجربی

لیوین^{۱۲} (۲۰۰۲) [۲۰] بیان می کند که سرعت جریان ورودی به محفظه احتراق نقش بسیار اساسی جهت تعیین دامنه نوسانات ناپایداری ایفاء می کند. او مشاهده کرد که بیشینه دامنه فشار نرمالایز شده با سرعت جریان متناسب است. قسمت بعدی تحقیق ایشان بررسی ارتباط بین فرکانس ناپایداری و دامنه نوسانی فشار در شرایط ناپایدار می باشد. وی به طور تجربی نشان داد که فرکانس ناپایداری متناسب با سرعت متوسط ورودی جریان به محفظه احتراق است. صادقی (۲۰۰۹) [۲۱] دینامیک شعله های چرخشی را به صورت تجربی مورد بررسی قرار داد. در این تحقیق رفتار شعله های کم چرخش با تغییر نسبت هم آرزوی (۸/۶ - ۰/۰)، تغییر سرعت متوسط جریان (۵/۵ - ۵/۳ متر بر ثانیه) و فرکانس تحریک آکوستیکی بررسی شده است. برای بیان کمی تغییرات شکل شعله، از سه پارامتر طول، ارتفاع جدایش و زاویه رأس شعله استفاده شده است.

ریاضی (۲۰۱۰) [۲۲] پایداری شعله های پیش مخلوط در موتورهای توربینی را مورد بررسی قرار داد. یکی از اهداف این تحقیق مطالعه در خصوص حد و میزان رفیق کردن سوخت و هوا است که باعث مستعد شدن

۳.۴ روش های مبتنی بر شبیه سازی عددی

در کلیه مقالات نگاشته شده توسط لیوین (۱۹۹۸-۲۰۰۱) [۵، ۲۳-۲۵] در مورد فرایندهای احتراقی با نسبت اختلاط سوخت به هوای فقیر، عامل اصلی نوسانات نرخ حرارت آزاد شده در محفظه احتراق، نوسانات نسبت سوخت به هوا اعلام شده است. نوسانات موجود در نسبت اختلاط سوخت به هوا به سمت پائین دست جریان، محلی که احتراق در آن انجام می شود، هدایت می شوند در آنجا کوپلینگ بین نوسانات ناشی از انرژی حرارتی آزاد شده با آکوستیک محفظه باعث ایجاد ناپایداری احتراق می شود. این مکانیزم در مقالات فوق به نام مکانیزم نوسانات نسبت تعادل معرفی شده است. در ارتباط با این مکانیزم ارائه شده فرض می شود که فشار نوسانی آکوستیکی در محفظه احتراق ابتدا باعث ایجاد نوسانات دبی جرمی در سیستم و سپس به طور مشخص بر متغیرهای جریان از قبیل درجه حرارت و دانسیته تأثیر می گذارد.

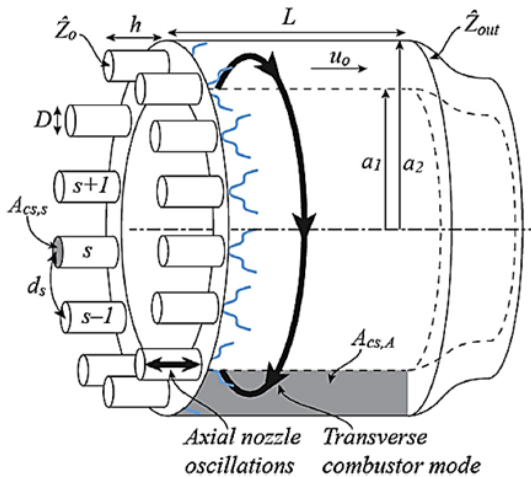
روکس و همکاران (۲۰۰۵) [۲۶] بطور مؤثر سهم ساختارهای بزرگ توربولانسی در جرم، ممتوم و انرژی را یافتند. نتایج آنها شامل مقایسه تأثیر نسبتهای سوخت به هوای مختلف و بررسی اثر اختلاط ناقص بر ناپایداری احتراق به روش LES می باشد.

لیوراشو^{۱۳} (۲۰۱۷) [۱] ناپایداری را برای یک محفظه آزمایشگاهی و سپس صنعتی مورد بررسی قرار داده اند. در این مطالعه پاسخ نوسانات شعله به نوسانات آکوستیک با استفاده از شبیه سازی URANS انجام شده است که برای فرکانس های پائین از دقت خوبی برخوردار است. تهیه فرکانس ها در بازه وسیع و با دامنه های متفاوت انجام شده است. تابع توصیف شعله^{۱۴} توسط مدل های مناسب توزیع زمان تأخیر تقریب زده شد. برای هر دو وسیله مورد استفاده ابعاد مقطع عرضی در مقایسه با طول موج آکوستیکی کوچک است. بنابراین از یک مدل شبکه^{۱۵} برای مطالعه همگیری احتراق-آکوستیک در فرکانس های پائین استفاده شده است. کارهای زیادی برای آنالیز ترموآکوستیکی در دامنه فرکانسی انجام شده است که از همین روش مدل شبکه بهره برده اند و کارهای کمتری براساس دامنه زمان^{۱۶} انجام شده است. شبیه سازی براساس دامنه زمانی بر روی سیستم های ترموآکوستیکی ساده مثل لوله ریجک [۲۷، ۲۸]، وسایل آزمایشگاهی مثل [۲۹-۳۱] و یا تجهیزات آزمایشی صنعتی مانند مرجع [۳۲] انجام شده است.

پوینسوت^{۱۷} و همکاران (۲۰۰۸-۲۰۱۷) [۱۷، ۳۳، ۳۴] موضوع

⁹Emmert ¹⁰Intrinsic thermos acoustic ¹¹Bigongiari ¹²Lieuwen ¹³Lurashev ¹⁴Flame describing function (FDF) ¹⁵Network model ¹⁶time-domain ¹⁷Poinsot

گرفته شوند. ولی در محفظه‌هایی مانند موشک‌ها، مدهای غالب طولی هستند [۳۶]. در مواردی تفاوت‌های رفتاری بین مدهای عرضی و طولی وجود دارد. برای مثال مدهای طولی اغتشاشات متقارن را در طول شعله تهییج می‌کنند و این بدان معناست که دامنه اغتشاشات آکوستیکی، در تمامی موقعیت‌های جانبی اطراف شعله ثابت می‌ماند که این قضیه برای مدهای عرضی صادق نیست و نوسانات آکوستیکی غیرمتقارن می‌شوند.



شکل ۸: یک محفظه احتراق حلقوی تحت اثر مدهای عرضی ناپایداری احتراق [۳۶].

نوسانات آکوستیکی عرضی به عنوان مدهای غالب عمل می‌کنند و در واقع این نوع فرکانس‌ها هستند که فرکانس کل را تنظیم می‌کنند. بررسی‌های صورت گرفته در زمینه تحریک ناپایداری احتراق با توجه به مدهای عرضی را می‌توان به سه بخش مدل‌سازی تحلیلی، شبیه‌سازی عددی و تست‌های تجربی تقسیم بندی کرد. مراجعی که تا سال ۲۰۱۸ در این زمینه تحقیقاتی انجام داده‌اند، در ادامه بررسی خواهند شد.

در جدول ۱ و جدول ۲ به صورت خلاصه تحقیقات انجام شده در زمینه ناپایداری احتراق ناشی از مدهای عرضی (تا سال ۲۰۱۵) ارائه شده است. در جدول ۱ که مربوط به تست‌های تجربی است، مشخصات شعله، بازه فرکانس‌های مورد بررسی در تست، نام نویسندگان و ابزار مورد استفاده برای داده‌برداری ارائه شده است. در جدول ۲ نیز که مربوط به شبیه‌سازی عددی و مدل‌های تحلیلی است، بعد از مدل، روش مورد استفاده و همچنین نام نویسندگان ارائه شده است. با توجه به دو جدول ذکر شده می‌توان مشاهده نمود که تحقیقات جامعی در زمینه بررسی ناپایداری احتراق ناشی از مدهای عرضی صورت گرفته است.

از این رو در ادامه نیاز است که مهم‌ترین این مقالات و هم چنین مراجع به‌روزتر (که متناسب با هدف این تحقیق نیز هستند) انتخاب شده و به صورت مفصل‌تر بررسی شوند. از جمله افرادی که در زمینه ناپایداری احتراق ناشی از مدهای عرضی تحقیقات تجربی، تحلیلی و عددی مفصلی انجام داده‌اند، آکانر^{۲۲}، لیوین و همکاران [۳۶-۴۲] (۲۰۱۱-۲۰۱۸) هستند. تحقیقات مذکور مبتنی بر بستر آزمون مورد استفاده در شکل ۹ انجام شده است. با استفاده از این ساختار، اثر نوسانات آکوستیکی عرضی بر روی شکل شعله خروجی از نازل مورد بررسی قرار گرفته است.

ناپایداری احتراق را در چندین مقاله جامع مورد بررسی قرار داده‌اند. در این مقالات تقریباً تمامی چالش‌ها و مشکلات پیش‌رو محققان که مانع از بررسی کامل پدیده ناپایداری می‌شوند و موضوعاتی که تاکنون در بررسی ناپایداری چندان دخیل نشده‌اند اما از اهمیت بالایی برخوردارند به صورت کامل بررسی شده است. از جمله مهم‌ترین مفاهیمی که در این مقالات بررسی شده مشکلات مربوط به تعمیم نتایج مربوط به بستر آزمونهای آزمایشگاهی به محفظه احتراق‌های واقعی، نحوه مدل‌سازی کوپلینگ بین انتقال حرارت روی دیواره و ناپایداری احتراق، بررسی و کشف مدهای آکوستیکی ذاتی^{۱۸}، پایداری هیدرودینامیکی جریان‌های چرخشی و دو شاخه شدن شعله بر اثر ناپایداری و موضوع امیدانس در شرایط مرزی ورودی و خروجی است.

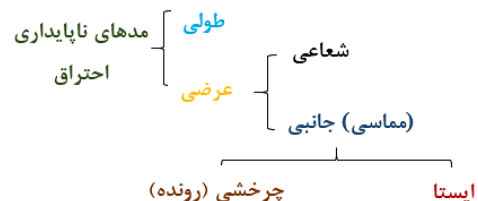
پایان‌نامه نگارش شده توسط فاریسکو^{۱۹} (۲۰۱۶) [۳۵] نیز یکی از مراجع مهم در زمینه بررسی اثر امیدانس بر ناپایداری احتراق است. در این تحقیق مفهوم امیدانس ناشی از توربین نازل (در خروجی محفظه احتراق) و اثر بازخورد آن در تقویت ناپایداری احتراق بررسی شده است.

تا این قسمت از پیشینه تحقیق، منابعی مورد بررسی قرار گرفتند که پارامترهای مختلف مؤثر بر ناپایداری احتراق را به صورت طولی مورد بررسی قرار داده‌اند. اما در سال‌های اخیر و با فراگیرتر شدن استفاده از محفظه‌های حلقوی^{۲۰} در توربین‌های گازی با ابعاد صنعتی، عواملی جدید باعث به وجود آمدن ناپایداری احتراق شده است که در تحقیقات گذشته چندان مورد بررسی قرار نگرفته‌اند. این عوامل در واقع ناشی از اثرگذاری مدهای عرضی^{۲۱} در رفتار ترموآکوستیکی محفظه است. مدهای عرضی معمولاً در فرکانس‌های بالا (۱۰۰۰-۳۰۰۰ هرتز و بالاتر) رخ می‌دهند؛ ولی فرکانس‌های مدهای طولی خیلی پایین‌تر است (در حدود ۵۰-۵۰۰ هرتز). پس وقوع مدهای عرضی می‌توانند برای محفظه بسیار خطرناک باشند [۲].

در ادامه توضیحاتی پیرامون موضوع اثر مدهای عرضی در ناپایداری احتراق موتورهای توربین گازی و همچنین فرایندهای کلیدی که این نوسانات را کنترل می‌کنند (مثل همگیری با ناپایداری‌های هیدرودینامیکی و اثرات آزادسازی حرارت) انجام خواهد شد.

۴.۴ تحقیقات صورت گرفته با لحاظ کردن مدهای عرضی

مهم‌ترین مدهایی که بر ناپایداری احتراق اثر دارند را می‌توان به صورت کلی مطابق شکل ۷ دسته‌بندی کرد:



شکل ۷: دسته‌بندی انواع مدهای مؤثر بر ناپایداری احتراق موتورهای توربین گازی [۳۶].

مدهای طولی در راستای جریان و مدهای عرضی (شکل ۸) در راستای عمود بر جریان هستند. مدهای عرضی در صورتی که عرض محفظه در مقایسه با طول آن قابل ملاحظه باشد (مثل محفظه‌های حلقوی)، باید در نظر

¹⁸Intrinsic ¹⁹Farisco ²⁰annular ²¹transverse ²²O'connor

جدول ۱: تحقیقات تجربی صورت گرفته در زمینه بررسی ناپایداری احتراق (مبتنی بر مدهای عرضی) [۳۶].

Combustor geometry	Flame characteristics	Frequency range (Hz)	Authors	Measurements
Rectangular	Bluff-body stabilized Premixed	3500-4500	Rogers and Marble	Pressure, Visible imaging, Schlieren
Rectangular	Bluff-body stabilized Premixed	4000	Kaskan and Noreen	Pressure, Visible imaging
Rectangular	Bluff-body stabilized Premixed	1800-5400	Bias	Pressure, Visible imaging
Cylindrical	Bluff-body stabilized Partially premixed	3300-3500	Blackshear et al.	Pressure
Cylindrical tube	Swirl stabilized Premixed	2000-3500	Sattelmayer and coworkers	Pressure, Mie scattering, PIV chemiluminescence
High aspect ratio, rectangular transverse forcing facility	Swirl stabilized Premixed	400-1800	O'Connor and coworkers	Pressure, PIV, OH PDF, Visible imaging
High aspect ratio rectangular transverse forcing facility	Swirl stabilized Premixed/partially premixed	400-1200	Malanoski and coworkers	PIV, CH [*] chemiluminescence
High aspect ratio, rectangular transverse forcing facility	Bluff-body stabilized Partially premixed	450	Emerson et al	PIV, Luminescence
Transverse and axial forcing facility	Swirl stabilized Premixed	0-200	Hauser and coworkers	Pressure, CTA chemiluminescence
High aspect ratio rectangular transverse forcing facility	Bluff-body stabilized Premixed	10-1100	Lespinasse and coworkers	Pressure, Mie scattering, PIV
Transverse and axial forcing facility	Swirl stabilized Premixed	0-200	Saurabh and Paschereit	Pressure, PIV, Luminescence
Annular combustor	Swirl stabilized Premixed	1700-1800	Worth and Dawson	Pressure, OH [*] chemiluminescence, OH PUF
Annular combustor	Swirl stabilized Premixed	0-2500	Bourgouin and coworkers (103,1041)	Pressure, Luminescence
Annular combustor	Rijke tubes	0-2000	Moeck and Paschereit (105,1061)	Pressure

جدول ۲: تحقیقات عددی و تحلیلی در زمینه بررسی ناپایداری احتراق (مبتنی بر مدهای عرضی) [۳۶].

Model output	dimension	Method	Authors
Non-linear stability	2D	Normal mode/Galerkin	Maslen and Moore
Mode identification	1D	Normal mode/Galerkin	Ghirardo and Juniper
Non-linear instability	2D	Normal mode Galerkin	Bumley and Culick
Linear stability	3D	Normal mode/Galerkin	Sensiau et al
Mode identification	2D	Normal mode/Galerkin	Politke and coworkers
Non-linear stability	2D	Normal mode Galerkin	Yang and Culick
Mode identification	2D	Normal mode Galerkin	Krebs and coworkers
Non-linear stability	3D	Finite element	Pankiewitz and Sartelmayer
Mode identification	3D	Finite element	Nicoud and coworkers
Mode identification	3D	Finite element	Campa and coworkers
Linear and non-linear stability, mode identification	3D	Normal mode/Galerkin	Schuermans and coworkers
Linear stability	2D	Normal mode/Galerkin	Parmentier et al
Linear stability	3D	Normal mode/Galerkin	You et al
Linear stability	3D	Normal mode/Galerkin	Dowling and Stow
Flame dynamics/Instability identification	3D	Level-set/normal mode	Graham and Dowling
Flame dynamics	3D	Level-set	Acharya and coworkers
Flame dynamics	2D	URANS	Lee and Cant
Flame dynamics/Instability identification	3D	LES/normal mode	Staffelbach and coworkers
Flame dynamics	3D	LES	Fureby and coworkers
Flame dynamics	3D	LES	Zellhuber and coworkers
Flame dynamics	3D	LES	Selle et al
Flame dynamics	3D	LES	Martin et al

اما برای بررسی اثر مدهای عرضی از یک تابع متفاوت استفاده می‌شود. در این تابع اثر مدهای عرضی و طولی، نسبت تعادل و نوسانات ناپایداری‌های جریان در نظر گرفته شده است. میزان آزادسازی حرارت نیز از ضرب تابع تبدیل در نوسانات سرعت مرجع (برای این حالت سرعت نوسانی عرضی) حساب می‌شود:

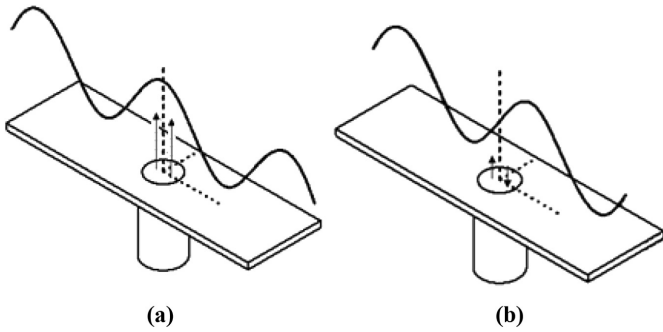
$$q' = [F_T + F_{TL} + (F_{T\omega} + F_{TL}F_{L\omega})F_\omega]u'_{Ta} \quad (4)$$

تابع تبدیل در این حالت شامل اثرگذاری مستقیم مد عرضی (F_T)، اثر مدهای عرضی بر ایجاد مدهای طولی (F_{TL} و F_L)، اثر مد عرضی بر ناپایداری جریان و ایجاد گردابه ($F_{T\omega}$ و F_ω)، اثر مد عرضی بر ناپایداری جریان و ایجاد گردابه (F_{TL} و $F_{T\omega}$ و F_ω)، اثر مدهای عرضی بر طولی و سپس بر نسبت تعادل (F_ϕ و F_{TL}) و در نهایت اثر مد عرضی بر طولی و سپس گردابه و سپس نسبت تعادل ($F_{W\phi}$ و F_{TL}) و $F_{L\omega}$ و F_ϕ می‌باشد.

در این تابع تبدیل (F_{TL}) به صورت زیر حساب می‌شود:

$$F_{TL} = \frac{u'_{La}(f_s \cdot \sigma)}{u'_{Ta}(f_s \cdot \sigma)} \quad (5)$$

از این رو مشاهده می‌شود که با در نظر گرفتن مدهای عرضی کل فرایند محاسبه تابع تبدیل عوض می‌شود. در واقع اعمال این نوع مدها در دامنه حل باعث می‌شود که علاوه بر اثر مستقیم مدهای عرضی بر پاسخ شعله، مدهای طولی خروجی از نازل (شکل ۱۱)، جریان سیال (دنباله‌ها، گردابه‌ها و لایه برشی) و نسبت تعادل نیز تحت تأثیر قرار بگیرند.

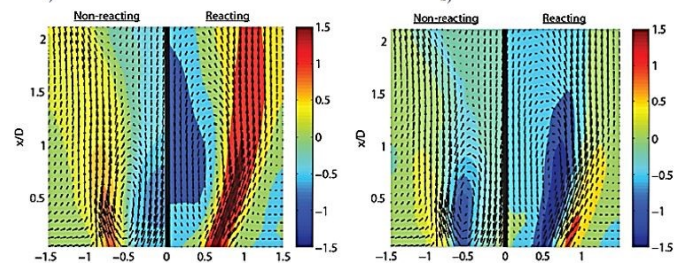
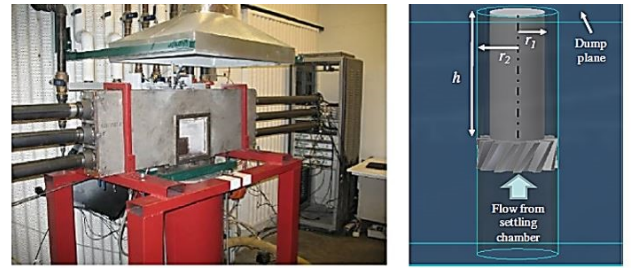


شکل ۱۱: اثر مدهای اعمالی عرضی بر مدهای طولی خروجی از نازل.

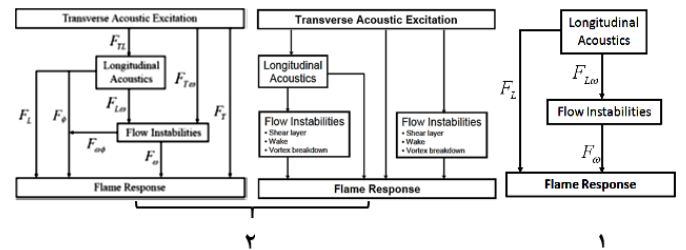
در تحقیقات لسپیناز^{۲۸} و همکاران [۴۳] با استفاده از بستر آزمون شکل ۱۲ اثر مدهای عرضی بر شعله‌های V شکل مورد بررسی قرار گرفته است. در این تحقیق با استفاده از تغییر فاز بین دو بلندگو که در دو طرف محفظه اعمال شده است، پاسخ شعله خروجی از نازل برای دو حالت گره فشار (شکم سرعت) و شکم فشار (گره سرعت) بررسی شد.

مشعل مذکور در راستای محور X قابلیت جابجایی دارد و از این رو اثرات نقاط مختلف میدان آکوستیکی عرضی بر روی عملکرد این مشعل قابل مشاهده است. نرخ جریان جرمی عمودی خروجی از مشعل، عدم تقارن جت و شعله، خروجی‌های CH* که نشان دهنده میزان آزادسازی حرارت هستند، اثرات گردابه‌ها و خاموش شدن شعله بر اثر همگیری بین مدهای اعمالی و موقعیت مشعل، در این تحقیق بررسی شد.

مهم‌ترین نتایج این تحقیقات مربوط به این موضوع است که با وجود مدهای عرضی، نحوه اثرپذیری امواج از مدهای مختلف (یعنی تنها اعمال مدهای طولی- حالت ۱ شکل ۱۰) با حالت ۲ جایگزین می‌شود.



شکل ۹: هندسه مورد استفاده و نتایج حاصل شده از تست تجربی توسط آکانر، لیوین و همکاران [۳۶-۴۲].



شکل ۱۰: اثرات مدهای آکوستیکی طولی (۱) و عرضی (۲) بر پاسخ شعله [۳۶].

برای توضیح تفاوت‌های بین این دو شکل باید از مفهوم تابع تبدیل شعله^{۲۳} استفاده شود. تابع تبدیل شعله در واقع بررسی‌کننده اثر نوسانات آکوستیکی طولی و عرضی، نوسانات نسبت تعادل و نوسانات ناپایداری‌های جریان (گردابه‌ها) بر شعله است. این تابع در حالت عادی با F_{norm} نمایش داده می‌شود:

$$F_{norm} = \frac{q'(f_s)}{\frac{q}{u'_{ref}(f_s)}} \quad (1)$$

در این رابطه u'_{ref} ، سرعت نوسانی در نقطه مرجع (دهانه خروجی چرخاننده) است. همچنین در این رابطه در واقع میزان آزادسازی حرارت از ضرب سرعت مرجع (برای این حالت سرعت نوسانی طولی) در تابع تبدیل محاسبه می‌شود:

$$q' = F u'_{ref} \quad (2)$$

که مطابق شکل ۱۰ این تابع تبدیل شامل اثرات مستقیم نوسانات طولی (F_L) و اثرات ناشی از نوسانات طولی بر ناپایداری‌های جریان^{۲۴} (ساختار گردابه‌ها^{۲۵}، لایه برشی^{۲۶} و دنباله‌ها^{۲۷} $F_{L\omega}$ و F_ω) است.

$$q' = (F_L + F_{L\omega} F_\omega) u'_{La} \quad (3)$$

²³Flame Transfer Function (FTF)

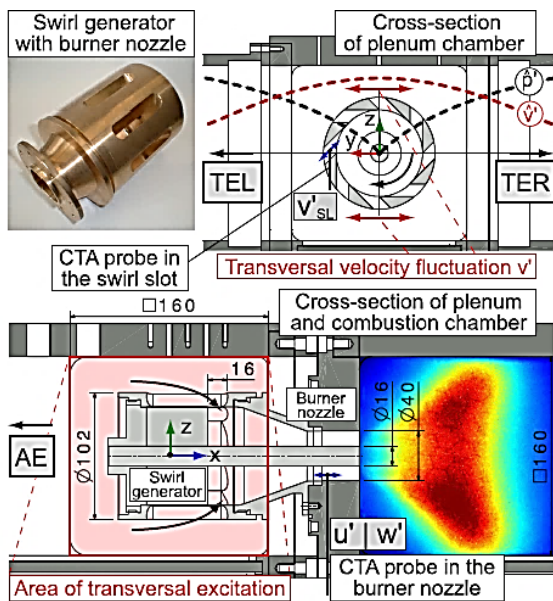
²⁴flow instabilities

²⁵vortex structural

²⁶shear layer

²⁷wake

²⁸Lespinaz



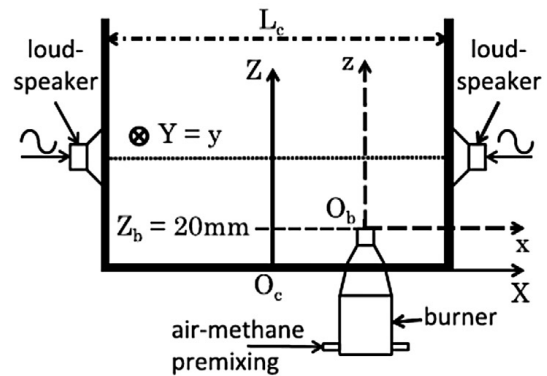
شکل ۱۴: بستر آزمون ساخته شده توسط هاووزر و همکاران برای بررسی ناپایداری مبتنی بر مدهای عرضی، طولی و ترکیب طولی-عرضی [۴۵، ۴۶].

با بررسی نتایج مشخص شده است که با اعمال مدهای عرضی یک ناحیه با شدت OH^* بالاتر در محفظه احتراق ایجاد می‌شود که با فرکانس تهییج دچار چرخش می‌شود. همچنین شعله به شدت از حالت تقارنی (که با اعمال مدهای طولی شعله متقارن است) خارج شده است. با استفاده از روش PIV برای جریان هم‌دما، نتیجه گرفته شده است که تهییج عرضی دما باعث تقویت چرخش و در نتیجه توزیع سرعت غیرمتقارن در نازل خروجی و محفظه احتراق خواهد شد.

هرتوک^{۳۲} و همکاران [۴۷] پدیده ناپایداری ترموآکوستیکی فرکانس بالا (در مدهای عرضی) را در یک محفظه احتراق استوانه‌ای بررسی کرده‌اند که به وسیله چرخش سوئیچرلر پایداری آن تامین می‌شود. در این تحقیق مدل اول ناپایداری‌های ترموآکوستیکی عرضی خودتهییج شده در بستر آزمایشگاهی شکل ۱۵ مورد بررسی قرار گرفته است. با استفاده از آنالیز تصویری فازی پدیده، مشخص شده است که با به وجود آمدن این نوع ناپایداری شعله جابجا شده و نرخ سوزش در ناحیه پرفشار افزایش یافته است. همچنین در این تحقیق اثر زاویه دیفیوزر و ترکیب تعادلی بر محدوده پایداری و موقعیت شعله بررسی شده است.

محدوده رایلی یک هندسه سه‌بعدی براساس FTF (که FTF از نتایج تجربی حاصل شده است) محاسبه شده است. دو مدل متفاوت که همگیری بین شعله و آکوستیک را بررسی می‌کند در این میدان حل اعمال شد. وابستگی دامنه مد عرضی توسط یک مدل عددی محاسبه شده که توزیع دمایی درون محفظه را در مدل لحاظ می‌کند. در نهایت با مقایسه محدوده رایلی در نقاط عملکردی یک رابطه حاصل شده است که محدوده پایداری را برای این هندسه خاص نشان می‌دهد.

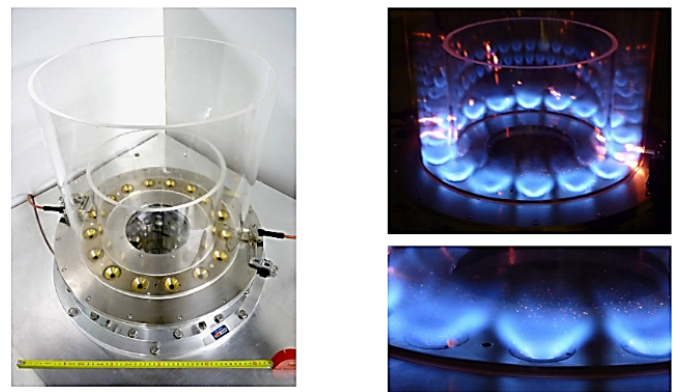
استافلباخ^{۳۳}، پوینسوت و همکاران (۲۰۰۹) [۴۸-۵۱] مدهای جانبی خود تقویت شونده درون یک محفظه احتراق حلقوی را با استفاده از تحلیل عددی مورد بررسی قرار داده‌اند (شکل ۱۶).



شکل ۱۲: بستر آزمون مورد استفاده توسط لسپیناز و همکاران [۴۳].

بوگوئین^{۲۹} و همکاران [۴۴] ناپایداری‌های خود تحریک شده 3° را در یک محفظه احتراق (شکل ۱۳) حلقوی با توجه به مدهای عرضی و طولی مورد بررسی قرار داده‌اند.

در محفظه احتراق مذکور از ۱۶ انژکتور چرخشی استفاده شد که جریان خروجی از آنها وارد دو لوله حلقوی (از جنس کوارتز) می‌شوند که متصل به هوای اتمسفریک است.



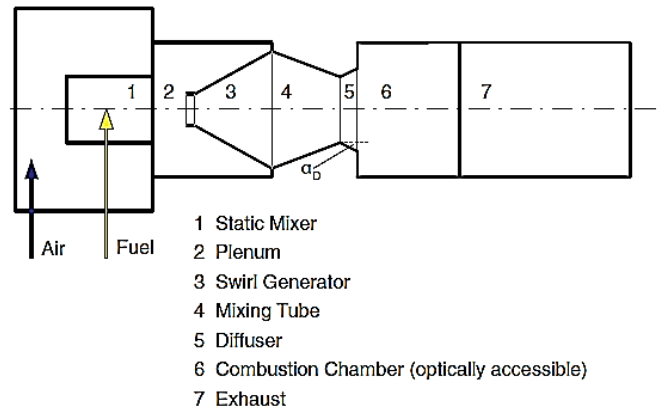
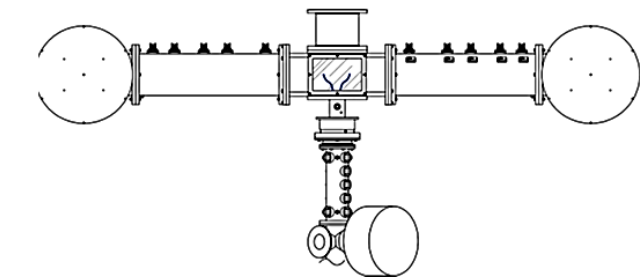
شکل ۱۳: محفظه احتراق حلقوی و نتایج حاصل از تست تجربی توسط بوگوئین و همکاران [۴۴].

در این تحقیق یک مدل تحلیلی توسعه داده شد که براساس آن فرکانس‌های مشخصه طولی و عرضی قابل بررسی هستند. نتایج این مدل تطابق مناسبی با نتایج آزمایش دارد. سپس با استفاده از عکس برداری سرعت بالا کوپلینگ نرخ حرارت و مدهای آکوستیکی بررسی شد و مشخص شد که اولین مد جانبی عامل اصلی ناپایداری است که با تغییر زمان در طول محفظه در حال چرخش است.

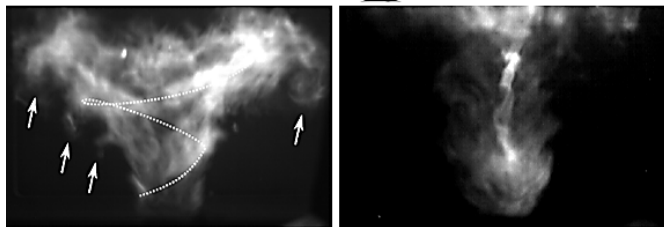
یکی از مهم‌ترین بستر آزمون‌های ساخته شده برای بررسی ناپایداری احتراق مبتنی بر مدهای عرضی مربوط به تحقیق هاووزر^{۳۱} و همکاران [۴۶، ۴۵] است. ابتدا هاووزر نشان داد که مطالعه ناپایداری احتراق در محفظه‌های حلقوی بدون در نظر گرفتن مدهای عرضی باعث می‌شود که نتایج ناکافی حاصل شوند [۴۵]. از این‌رو برای بررسی اثر مدهای عرضی بستر آزمون شکل ۱۴ طراحی و ساخته شد. البته در این بستر آزمون مدها به صورت صرفاً عرضی، صرفاً طولی و همچنین ترکیب دو حالت طولی-عرضی قابل اعمال هستند.

²⁹Bougouin ³⁰self-excited ³¹Hauser ³²Hertweck ³³Staffelbach

گرفته نشده است.



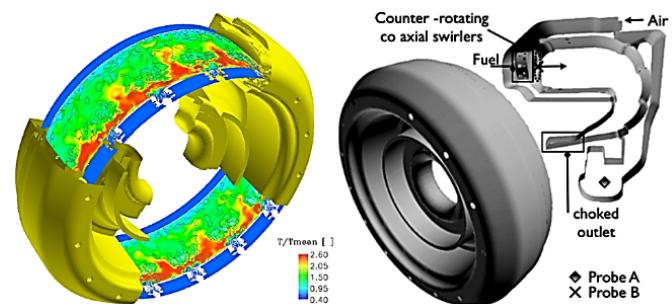
شکل ۱۵: محفظه احتراق حلقوی مورد استفاده توسط هرتوک و همکاران برای بررسی پدیده ناپایداری ترموآکوستیکی فرکانس بالا (در مدهای عرضی) [۴۷].



شکل ۱۷: بستر آزمون و دینامیک شعله حاصل از تست تجربی توسط سائوراب و همکاران [۵۲، ۵۳].

بایوارهیم^{۳۵}، پوینسوت و همکاران (۲۰۱۴-۲۰۱۵) [۵۴-۵۶] تحقیقات جامعی را پیرامون ناپایداری‌های ناشی از مدهای ترموآکوستیکی جانبی در محفظه‌های حلقوی انجام داده‌اند. تحقیقات مذکور بیشتر بر مبنای ارائه روش‌های تحلیلی و عددی و صحت‌سنجی با نتایج تجربی بوده است. برای مثال در [۵۶، ۵۵] یک روش تحلیلی (یک‌بعدی، فرض ماخ صفر، با وجود چندین مشعل و فرض کوتاه بودن طول شعله در مقابل طول موج آکوستیکی) برای محاسبه مدهای جانبی مربوط به کوپلینگ شعله/آکوستیک در محفظه‌های حلقوی ارائه داده‌اند (شکل ۱۸). روش مذکور برای مدل‌سازی ناپایداری احتراق در یک محفظه با چهار مشعل استفاده شده است و نتایج با یک حلگر سه‌بعدی هلمهولتز مقایسه شده‌اند. نتایج نشان می‌دهند که این ابزار تحلیلی ساده می‌تواند مدها را به خوبی پیش‌بینی کند. در مرجع [۵۴] یک روش مهم برای بررسی ناپایداری‌های جانبی ارائه شده است. در ابتدا از LES برای محاسبه تابع FDF استفاده شده است. محاسبه FDF باید با نهایت دقت انجام شود چون حتی با ایجاد تغییرات جزئی، پیش‌بینی مدهای محفظه دچار خطای محسوس می‌شود. در ادامه از FDF به عنوان ورودی یک حلگر آکوستیکی استفاده شده است تا محدوده پایداری محفظه به خوبی پیش‌بینی شود.

همچنین اثرات محدوده مدهای جانبی (مربوط به محفظه حلقوی با ۱۲-۱۸ مشعل)، شرایط مرزی حرارتی و نوع سوخت (متان یا اتیلن) با استفاده از LES بررسی شده است. نتایج تحلیل عددی نشان می‌دهند که محفظه حلقوی با استفاده از متان پایدار است در صورتی‌که با اتیلن منجر به ایجاد مدهای جانبی ناپایداری می‌شود که این نتایج در تست تجربی نیز مشاهده شده است. قابل ذکر است که در این تحقیق مد اجباری که با استفاده از آن FDF محاسبه شده است، به صورت طولی (فرکانس ۱۸۰۰ هرتز که از نتایج تست تجربی حاصل شده است) در دامنه حل اعمال شده است، چون مکانیزم اصلی که باعث ناپایداری احتراق جانبی می‌شود (در صورت قرار گرفتن شعله روی گره فشاری)، کم و زیاد شدن نرخ جریان جرمی عبوری



شکل ۱۶: هندسه و نتایج حاصل شده برای بررسی مدهای جانبی خود تقویت شده با استفاده از شبیه‌سازی عددی توسط پوینسوت و همکاران [۴۸-۵۱].

در اکثر بسترهای آزمایشگاهی آکادمیک از یک مشعل استفاده شده و به صورت غالب تنها مدهای طولی در آنها بررسی می‌شود؛ ولی در این تحقیق چون شبیه‌سازی عددی برای یک محفظه حلقوی با ۱۵ مشعل انجام شده است، مدهای عرضی خودتهییج‌شده نیز ایجاد شده‌اند. این شبیه‌سازی با موازی کردن هفتصد CPU و برای یک محفظه احتراق کامل مربوط به موتور توربین گاز یک هلیکوپتر انجام شده است. روش LES قابلیت این را دارد که این نوع ناپایداری‌های خودتهییج‌شده را به خوبی محاسبه کند و نتایج (RMS نوسانات فشار و کانتورهای میدان‌های جریان) نشان می‌دهند که این نوع مدها توسط جمع آثار مدهای چرخشی با دامنه‌های متفاوت مشخصه‌بندی می‌شوند. این مدهای چرخشی نرخ جریان عبوری از ۱۵ مشعل و نوسان شعله را کم و زیاد می‌کنند. نتایج تحقیقات LES آنها نشان داد که اولین اثر مدهای چرخشی این است که جریان جرمی طولی عبوری از هر مشعل دچار تپش می‌شود. سائوراب^{۳۴} و همکاران (۲۰۱۲-۲۰۱۸) [۵۲، ۵۳] برای بررسی اثر مدهای عرضی، طولی و ترکیبی عرضی- طولی بر ناپایداری احتراق یک بستر آزمون را مطابق شکل ۱۷ طراحی کرده‌اند. البته تمرکز اصلی در این تحقیق بر روی اثر مدهای عرضی بر پاسخ شعله بوده است. تفاوت این بستر آزمون با تحقیق هاووزر و همکاران [۴۵، ۴۶] در این است که مدهای اعمالی عرضی در شکل ۱۷ دقیقاً روی شعله اعمال شده‌اند؛ در صورتی‌که برای شکل ۱۴ مدهای عرضی روی ناحیه قبل از ورود به محفظه اعمال شده‌اند. در واقع در هندسه شکل ۱۴ اثرات مدهای اعمالی عرضی با در نظر گرفتن اثرات سوئیرلر و بالادست آن اعمال شده است و برای شکل ۱۷ این اثرات در نظر

³⁴Saurabh ³⁵Bauerheim

در ادامه هر یک از این مراحل به تفصیل بررسی خواهند شد. برای مدل‌سازی احتراق پیش مخلوط مغشوش با توجه به تحقیقات پوینسوت و همکاران [۵۷] سه نوع رژیم فلیملت^{۳۶} راکتور کاملاً آمیخته (WSR^{۳۷}) و شعله ضخیم شده دینامیکی (DTF^{۳۸}) با توجه به عدد دام‌کهلر (D_a) و عدد کارلوویچ (K_a) وجود خواهد داشت. مدل توصیه شده برای شبیه‌سازی شعله‌های پیش مخلوط در مرجع [۵۷] DTF است که در ادامه مشخصات آن بررسی خواهد شد. هدف از مدل DTF این است که به صورت مصنوعی^{۳۹} شعله را ضخیم‌تر کند تا اندازه کوچک‌ترین سایر شبکه LES بتواند آن را به شکل مناسب دربرگیرد و در این فرایند ضخیم‌تر کردن شعله با این هدف است که سایر پارامترها مثل سرعت شعله ثابت باقی بماند. براساس تئوری شعله پیش مخلوط آرام یک‌بعدی، این ضخیم‌تر کردن به وسیله ضرب کردن دیفیوژن مولکولی و حرارتی در یک فاکتور F حاصل می‌شود؛ در حالی که نرخ واکنش تقسیم بر همین فاکتور F می‌شود.

به دلیل تغییر در نسبت ضخامت شعله و مقیاس طول مغشوش، یک تغییر ناخواسته در همگیری شعله-توربولانس ایجاد می‌شود. برای از بین بردن اثر اینکه چین‌خوردگی شعله^{۴۰} با تقریب قبلی کم در نظر گرفته می‌شود، یک تابع بازدهی E با استفاده از Ξ (فاکتور چین‌خوردگی) باید لحاظ شود تا سرعت شعله را افزایش دهد که در واقع باعث افزایش چین‌خوردگی شعله می‌شود. Ξ فاکتوری است که نسبت سطوح شعله حل شده به کل را در حجم فیلترشده نشان می‌دهد، یا به طور ویژه بیان‌کننده نسبت سرعت شعله مغشوش به آرام است. مدل‌سازی این فاکتور می‌تواند اثر زیادی بر نتایج حاصل از شبیه‌سازی داشته باشد [۵۷].

در مرجع [۵۷] فاکتور ضخیم‌سازی شعله (F) توسط یک رویکرد دینامیکی بررسی خواهد شد. در این رویکرد، مقدار ماکزیمم دو تابع برای نشان گذاشتن بر روی موقعیتی که ضخیم‌تر کردن شعله باید اتفاق بیفتد، استفاده می‌شود:

$$F = \max(F_1 \cdot F_2) \quad (6)$$

در این رابطه

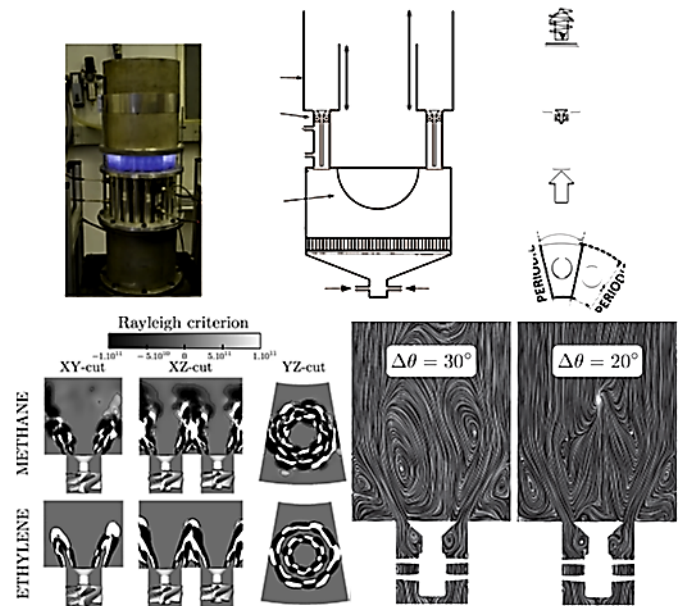
$$F_1 = \frac{16\Delta^2 \nabla_{H_2O}}{\delta_L^2 Y_{H_2O}} + 1 \quad (7)$$

$$F_2 = \left(\frac{\Delta}{\delta_L} - 1 \right) \tanh \left(\frac{RR}{RR_{max}} \right) + 1 \quad (8)$$

که RR نرخ آزادسازی حرارتی موضعی و RR_{max} ماکزیمم نرخ آزادسازی حرارت است. برای شبیه‌سازی جریان احتراقی می‌توان از معادلات LES ارائه شده در مراجع [۵۸-۶۲] استفاده نمود. معادلات مورد استفاده برای میدان جریان احتراقی براساس معادلات ناویر-استوکس سه‌بعدی فیلترشده فاوهر^{۴۱} با معادلات انتقال نسبت جرمی خواهد بود. توضیحات مربوط به این پارامترها در مرجع [۶۰] و [۶۲] ارائه شده است. تا این قسمت معادلات LES مورد بحث قرار گرفت.

برای شبیه‌سازی کامل پدیده ناپایداری احتراق در محفظه موتورهای توربین گاز می‌توان از رویکرد خودتهییج استفاده کرد که در آن کل هندسه

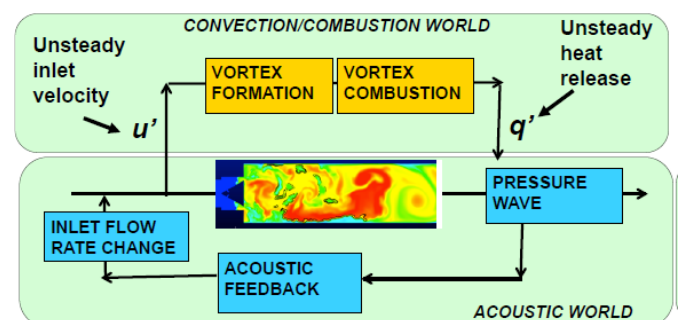
از آنژکتورهاست و مد عرضی اعمال نشده است. دلیل این‌کار به قرار گرفتن شعله بر روی گره فشاری برمی‌گردد که در نتیجه مد عرضی اثری بر محدوده پایداری نخواهد داشت.



شکل ۱۸: هندسه مورد استفاده و نتایج حاصل از تحلیل عددی توسط بایواهم، پوینسوت و همکاران [۵۴].

۵ فرایند شبیه‌سازی LES، محاسبه FDF و استفاده از این تابع در حلگر آکوستیکی

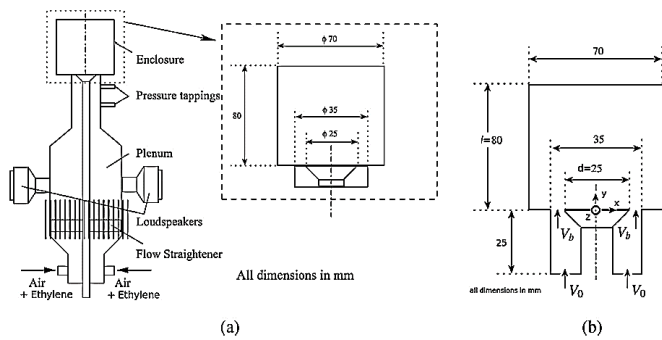
در ادامه کلیات یک روش سه مرحله‌ای مورد بررسی قرار خواهد گرفت که با استفاده از آن می‌توان ناپایداری احتراق در موتورهای توربین گازی را با وجود مدهای عرضی و طولی شبیه‌سازی نمود. در مرحله اول براساس شبیه‌سازی عددی LES، میدان جریان احتراقی حل می‌شود. سپس از داده‌های مربوط به نرخ آزادسازی حرارت برای تعیین پارامتر FDF استفاده خواهد شد و در نهایت از این پارامتر در حلگر آکوستیکی سه‌بعدی هلمهولتز استفاده می‌شود تا محدوده پایداری در محفظه مذکور مشخص شود. این نوع حل که به صورت مجزا ساختار دینامیکی شعله و میدان آکوستیک حل می‌گردد، باعث کاهش هزینه محاسباتی می‌شود. شماتیک روند برقراری ارتباط بین حلگر آکوستیکی و LES در شکل ۱۹ نشان داده شده است.



شکل ۱۹: روند برقراری ارتباط بین حلگرهای آکوستیکی و LES.

³⁶Flamelet ³⁷Well Stirred Reactor ³⁸Dynamically Thickened Flame ³⁹Artificial ⁴⁰Flame wrinkling ⁴¹Favre filtered

n و ϕ اثر دارند. هزینه محاسباتی محدوده مذکور (اندازه مش در حدود ۳-۴ میلیون سلول) به مراتب کمتر از حل کامل یک محفظه واقعی (در حدود ۳۱ میلیون مش) و یا حتی خود هندسه مورد استفاده در بستر آزمون کامل (شکل ۲۰) (در حدود ۱۱ میلیون) است. از این رو و با توجه به کاهش هزینه محاسباتی، استفاده از روند مذکور برای بررسی اثر مدهای مختلف و پارامترهای دلخواه بر ناپایداری احتراق به راحتی قابل انجام است. تاکنون رویکردهای متفاوتی برای بررسی پارامتر نرخ آزادسازی حرارت ارائه شده است که یکی از معتبرترین این رویکردها مدل زمان تأخیر کروکو است. این مدل یک بعدی است و بیان می‌دارد که نرخ آزادسازی کلی حرارت در زمان t ، متناسب با یک زمان تأخیر از سرعت آکوستیکی در نقطه مرجع x_{ref} است که معمولاً در دهانه مشعل لحاظ می‌شود:



شکل ۲۰: (a) هندسه واقعی و (b) هندسه مورد استفاده در شبیه‌سازی [۶۳، ۶۴].

$$Q(t) = \int_{\Omega} q_{\lambda}(t) d\Omega = S_{ref} \frac{\Upsilon p_0}{\Upsilon - 1} n u_{\lambda}(x_{ref} t - \tau) \quad (9)$$

N نماینده میزان تأثیر نوسانات سرعت بر نوسانات آزادسازی حرارتی شعله، τ بیان‌کننده تأخیر زمانی بین اعمال نوسانات سرعت، S_{ref} مساحت مقطع عرضی در دهانه مشعل و u_{λ} مولفه سرعت در راستای x جریان اصلی است. τ پارامتری است که از رابطه $\omega \tau = \phi$ و $\omega = 2\pi f$ ، پارامتر ϕ (فاز بین نوسانات سرعت و آزادسازی حرارت در ناحیه شعله) را حساب می‌کند که شرط زمانی مربوط به رابطه رایلی با آن قابل بررسی است. نکته مهم مربوط به پارامتر FDF و نحوه محاسبه آن است. تابع FDF از حل LES حاصل می‌شود و در معادله هلمهولتز به عنوان ترم منبع q_{λ} نرخ آزادسازی حرارت استفاده خواهد شد تا با توجه به کوپلینگ بین میدان نوسانات فشار و نرخ آزادسازی حرارت، ناپایداری ترموآکوستیکی در هندسه مذکور قابل تحلیل باشد. به دلیل استفاده از این پارامتر در فضای فرکانسی حلگر آکوستیکی، باید این پارامتر به فرم فرکانسی (فاز و بهره) استخراج شود. برای محاسبه تابع FDF از رابطه (۱۰) استفاده می‌شود [۶۴]:

$$\begin{aligned} FDF(\omega, |u'|) &= \frac{Q'(x, y, z, \omega, |u'|)}{Q(x, y, z, \omega, |u'|)} \\ &= \frac{u'(x, y, z, \omega, |u'|)}{\bar{u}(x, y, z, \omega, |u'|)} \\ &= n(x, y, z, \omega, |u'|) e^{i\phi(x, y, z, \omega, |u')} \quad (10) \end{aligned}$$

در این رابطه u' و \bar{u} به ترتیب سرعت نوسانات و میانگین در نقطه مرجع هستند [۶۷]. همانگونه که از این رابطه مشاهده می‌شود، تابع FDF

با تمامی جزئیات باید مدل‌سازی شود. اما این رویکرد بسیار پرهزینه است. برای مثال حل عددی LES یک محفظه احتراق کامل طبق مراجع [۵۱] و [۵۴]، نیاز به هفتصد CPU موازی شده و ۳۱ میلیون مش است. با توجه به این موضوع بررسی اثر تغییرات یک پارامتر در ناپایداری احتراق یک محفظه، به دلیل هزینه‌بر بودن تکرار LES تقریباً ناممکن است. از این رو نیاز است که ابزاری به وجود بیاید که قدرت آنالیز ناپایداری ترموآکوستیکی در یک میدان جریان واکنشی را با کم‌ترین هزینه محاسباتی فراهم آورد.

در مراجع [۶۳، ۶۴] روشی ارائه شده است که با استفاده از آن میدان احتراقی و ساختار دینامیک شعله از LES و میدان آکوستیکی از حلگر سه‌بعدی هلمهولتز به صورت مستقل از یکدیگر حل شده و سپس نتایج این دو با یکدیگر کوپل خواهند شد. به منظور بررسی ناپایداری احتراق در یک محفظه احتراق توربین گاز، پس از ثابت شدن نتایج تحلیل احتراقی باید از طریق نوسانات سرعت، نسبت تعادل و ... یک اختلال در میدان آکوستیکی به وجود بیاید. اگر حالت خودتهییج در محفظه مورد بررسی قرار گیرد، چون کل دامنه با تمامی جزئیات هندسی، افت‌ها، شرایط مرزی واقعی، اختلالات سرعت و نسبت تعادل و ... در میدان حل قرار می‌گیرد، محفظه می‌تواند به خودی خود و از طریق همگیری بین اختلالات و نرخ آزادسازی حرارت دچار ناپایداری شود. اما این موضوع بسیار هزینه‌بر است. از این رو با ارائه مفهوم پارامتر FDF (که در واقع مبتنی بر رابطه $n - \tau$ کروکو [۶۵] است) سعی می‌شود که تنها با توجه به یک قطاع از یک محفظه کامل حلقوی (شامل یک مشعل) و با به دست آوردن پارامترهای n و زمان تأخیر ناشی از مدهای اعمالی و نرخ حرارت آزاد شده، ناپایداری احتراق مورد بررسی قرار گیرد و به کل محفظه تعمیم یابد. این مفهوم برای محفظه‌های آزمایشگاهی نیز به طور کامل قابل پیاده‌سازی است؛ چون معمولاً ابعاد و هزینه محاسباتی آنها در همان حدود یک قطاع از محفظه واقعی است.

پس از تحلیل عددی نیاز است که نتایج حاصل شده برای بررسی پدیده ناپایداری احتراق (در واقع کوپلینگ آکوستیک با دینامیک شعله) به وسیله یک ابزار آکوستیکی آنالیز شوند. حل LES تنها می‌تواند برای فرکانس‌های اعمال شده بیان کند که محفظه ناپایدار است. اما دلیل ناپایداری، نحوه کنترل آن و مدهای مشخصه محفظه را نمی‌تواند بیان کند. از این رو استفاده از ابزار آکوستیکی لازم خواهد بود. با توجه به مراجع [۶۳، ۶۴، ۶۶] مناسب‌ترین روش استفاده از حلگر سه‌بعدی هلمهولتز با رویکرد حل FEM به عنوان حلگر آکوستیکی خواهد بود. در ادامه مشخصات این حلگر و نحوه کوپلینگ آن با نتایج LES بررسی خواهد شد. از تحلیل عددی نتایج حاصل می‌شود که از آنها به عنوان پارامترهای ورودی به حلگر آکوستیکی استفاده می‌شود. مهم‌ترین این نتایج سرعت مرجع در ورودی به مشعل و همچنین نرخ آزادسازی حرارت (بهره و فاز آزادسازی حرارت) است. پارامتر بهره (n) تنها در نقاطی که واکنش شیمیایی حضور دارد غیر صفر است و برای سایر نقاط صفر می‌شود. با توجه به این موضوع در مراجع [۶۳، ۶۴] رویکرد جدیدی ارائه شده است که بر اساس آن دامنه مربوط به هندسه مورد استفاده در شبیه‌سازی بسیار کوچک‌تر از هندسه واقعی مورد استفاده در تست خواهد بود (شکل ۲۰) و تنها محدوده‌ای را شامل می‌شود که بر محاسبه پارامترهای

⁴²Corocco ⁴³Source term

معادله هلمهولتز برای یک میدان احتراقی به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\nabla \cdot (\bar{c}^2 \nabla \hat{p}) + \omega^2 \hat{p} = i\omega(\gamma - 1)\hat{q}(x) \quad (14)$$

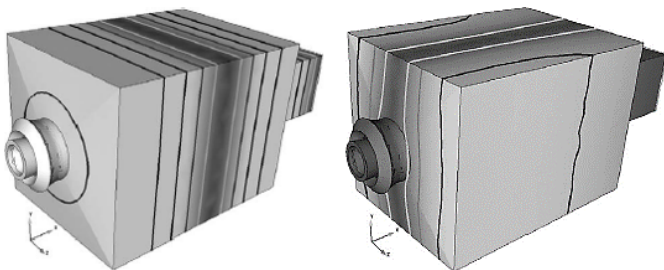
این رابطه در واقع بیان‌کننده نحوه انتشار فشار در یک میدان احتراقی است. در این رابطه، ترم‌های ρ ، C_0 و γ به ترتیب بیان‌کننده سرعت صوت، چگالی و ضریب پلی‌تروپیک هستند. در حلگر مذکور، نیاز است که مقدار $\hat{q}(x)$ مشخص شود که برای محاسبه این پارامتر از FDF استفاده خواهد شد [۶۷]:

$$\hat{q}(x) = G(x.y.z.\omega.|u'|) e^{i\phi(x.y.z.\omega.|u'|)} \frac{u'(x.y.z.\omega.|u'|)}{\bar{u}(x.y.z.\omega.|u'|)} \quad (15)$$

در این رابطه \bar{u} و u' مربوط به میانگین و نوسانات سرعت در نقطه مرجع است که معمولاً در دهانه ورودی محفظه در نظر گرفته می‌شود [۶۶].

به دلیل استفاده حلگر آکوستیکی از روش FEM، تعداد سلول‌های محاسباتی برای حل عددی بسیار کمتر از حالت حل کامل دامنه محاسباتی خواهد بود. پس هزینه محاسباتی این روند (حل مجزای میدان احتراقی و آکوستیکی) با وجود دقت بالا، بسیار کاهش خواهد یافت [۵۹، ۷۳]. دست‌آوردهای نهایی که قرار است از کوپلینگ بین حلگر آکوستیکی و LES حاصل شود عبارت‌اند از:

- تعیین تمامی مدهای مشخصه محفظه برای تمامی بازه‌های فرکانسی.
- تعیین نرخ رشد مدهای آکوستیکی (قسمت حقیقی هر فرکانس نرخ رشد را نشان می‌دهد و با استفاده از آن می‌توان مدهای ناپایا را مشخص کرد). اگر نرخ رشد مد مورد نظر کاهشی باشد، این مد برای ایجاد پدیده ناپایداری خطرناک نیست؛ اما در صورت افزایشی بودن نرخ رشد یک مد خاص، این مد می‌تواند منجر به ناپایداری احتراق شود.
- تعیین نوع و شکل مدهای مشخصه مشابه شکل ۲۲ (طولی، عرضی یا ترکیبی).
- در حل LES با توجه به اینکه فرکانس‌ها به صورت اعمالی به میدان حل وارد می‌شوند، شکل مدهای مشخصه از قبل تعیین می‌شود. ولی در حلگر آکوستیکی، از رویکرد FEM برای گسسته‌سازی هندسه محفظه استفاده می‌شود که با حل معادله هلمهولتز، می‌تواند ساختار و شکل تمامی مدهای محفظه را بررسی کند.



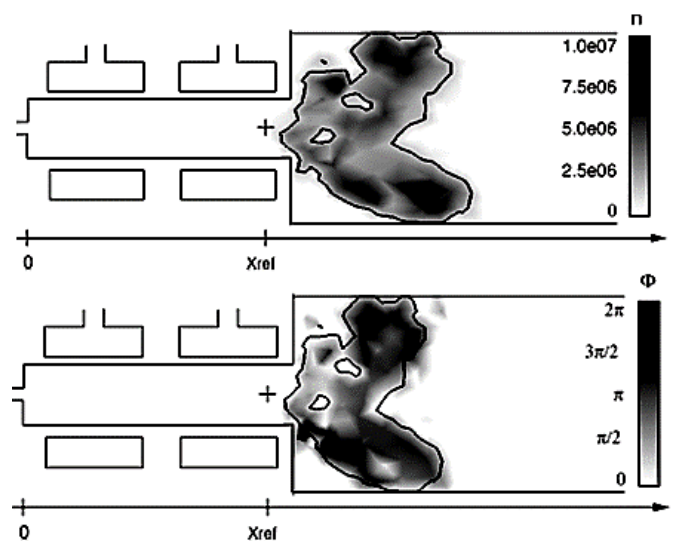
شکل ۲۲: دو مد حاصل شده ترکیبی و طولی از تحلیل آکوستیکی یک محفظه نمونه با استفاده از حلگر هلمهولتز [۶۱].

ارتباط‌دهنده نرخ نوسانات آزادسازی حرارت در مقابل نوسانات سرعت است. این پارامتر تابع مکان، نوسانات سرعت و فرکانس است $(x.y.z.\omega.|u'|)$. برای محاسبه این تابع باید مقادیر n و ϕ طبق رابطه (۱۱) و رابطه (۱۲) محاسبه شوند.

$$n(x.y.z.\omega.|u'|) = \left| \frac{Q(x.y.z.\omega.|u'|)}{\bar{Q}(x.y.z.\omega.|u'|)} \right| \frac{u'(x.y.z.\omega.|u'|)}{\bar{u}(x.y.z.\omega.|u'|)} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \phi(x.y.z.\omega.|u'|) &= \omega\tau(x.y.z.\omega.|u'|) \\ &= \arg \left[\frac{Q'(x.y.z.\omega.|u'|)}{\bar{Q}(x.y.z.\omega.|u'|)} \frac{u'(x.y.z.\omega.|u'|)}{\bar{u}(x.y.z.\omega.|u'|)} \right] \quad (12) \end{aligned}$$

برای مثال، نحوه محاسبه دو پارامتر n و ϕ به وسیله شبیه‌سازی عددی LES در شکل ۲۱ نشان داده شده است.



شکل ۲۱: نحوه محاسبه پارامتر n و ϕ به وسیله شبیه‌سازی عددی LES [۶۶].

با محاسبه FDF می‌توان از نتایج مربوط به فاز و بهره آن به عنوان نرخ آزادسازی حرارت در حلگر آکوستیکی استفاده نمود و مشخصات ترموآکوستیکی سیستم را استخراج کرد. دلیل استفاده از حلگر آکوستیکی به صورت سه‌بعدی نیز به این موضوع برمی‌گردد که ذات مدهای عرضی درون محفظه (برخلاف مدهای طولی) سه‌بعدی است و از این رو نمی‌توان از حلگرهای یک‌بعدی یا دوبعدی برای تحلیل آکوستیکی این نوع مدها استفاده کرد [۶۶، ۶۸-۷۰]. برای حل آکوستیکی میدان جریان، باید از معادله همگن هلمهولتز (رابطه ۱۳)) استفاده شود که مبتنی بر نوسانات فشار درون دامنه حل است [۵۹].

$$\nabla \cdot (\bar{c}^2 \nabla \hat{p}) + \omega^2 \hat{p} = 0 \quad (13)$$

از این رابطه مقادیر مدهای آکوستیکی (دامنه مختلط عبارت فشار) و فرکانس‌های مشخصه (فرکانس زاویه‌ای به صورت عدد مختلط) حاصل می‌شوند [۷۱، ۷۲]. حال نیاز است که معادله هلمهولتز برای یک میدان احتراقی اصلاح شود. با توجه به این موضوع، باید ترم نوسانات آزادسازی حرارت (در اینجا $\hat{q}(x)$) به عنوان یک ترم منبع در معادله موج قرار گیرد.

۶ نتیجه‌گیری

مدهای عرضی به دلیل اینکه عرض و طول محفظه اندازه مشابهی دارند در محفظه‌های حلقوی مدهای غالب هستند. اما در بسیاری از مراجع (مثل تحقیقات موشکی) تنها مدهای طولی در نظر گرفته می‌شوند و بررسی با توجه به مدهای عرضی در سال‌های اخیر و با فراگیرتر شدن محفظه‌های حلقوی اهمیت یافته است. با توجه به این قضیه، هدف اولیه مقاله اثر تحریک مد عرضی و سپس بررسی مراجعی است که ناپایداری احتراق ترموآکوستیکی در موتورهای توربین گاز (با توجه به مدهای عرضی و ترکیبی) را موضوع تحقیقات خود قرار داده‌اند.

نتیجه حاصل از تحقیقات نیز ارائه کلیات یک روش سه مرحله‌ای مبتنی بر LES، محاسبه تابع پاسخ شعله^{۲۴} و سپس استفاده از این تابع در حلگر آکوستیکی سه‌بعدی هلمهولتز است تا با استفاده از آن بتوان پدیده ناپایداری احتراق را شبیه‌سازی نمود. با استفاده از این روش می‌توان تمامی مدهای مشخصه، نوع و شکل مدها و نرخ رشد مدهای آکوستیکی درون محفظه را با هزینه محاسباتی بسیار کمتر از حالت خودتهییج محاسبه نمود. در حالت عادی و استفاده از حلگرهای آکوستیکی یک‌بعدی تنها مدهای طولی قابل شناسایی هستند؛ اما به دلیل ذات سه‌بعدی مدهای عرضی باید از حلگر آکوستیکی سه‌بعدی هلمهولتز استفاده شود که در این تحقیق به این مهم نیز پرداخته شد.

پیشنهاد‌های مربوط به ادامه این تحقیق نیز پیاده‌سازی روش سه مرحله‌ای ارائه‌شده برای یک محفظه احتراق نمونه آزمایشگاهی یا صنعتی است تا با توجه به روند طی شده بتوان بر مشکلات عملی باقی‌مانده برای بررسی ناپایداری احتراق در محفظه‌های حلقوی فائق آمد و یک رویکرد کم‌هزینه برای شبیه‌سازی این موضوع چالش برانگیز ارائه نمود.

مراجع

- [7] Nicoud, Franck, Benoit, Laurent, Sensiau, Claude, and Poinso, Thierry. Acoustic modes in combustors with complex impedances and multidimensional active flames. *AIAA journal*, 45(2):426-441, 2007.
- [8] Pankiewicz, Christian and Sattelmayer, Thomas. Time domain simulation of combustion instabilities in annular combustors. *J. Eng. Gas Turbines Power*, 125(3):677-685, 2003.
- [9] Candel, Sébastien, Durox, Daniel, Ducruix, Sébastien, Birbaud, A-L, Noiray, Nicolas, and Schuller, Thierry. Flame dynamics and combustion noise: progress and challenges. *International Journal of Aeroacoustics*, 8(1):1-56, 2009.
- [10] Cuquel, Alexis, Durox, Daniel, and Schuller, Thierry. Impact of flame base dynamics on the non-linear frequency response of conical flames. *Comptes Rendus Mécanique*, 341(1-2):171-180, 2013.
- [11] Kedia, KS, Altay, HM, and Ghoniem, AF. Impact of flame-wall interaction on premixed flame dynamics and transfer function characteristics. *Proceedings of the Combustion Institute*, 33(1):1113-1120, 2011.
- [12] Ducruix, Sébastien, Durox, Daniel, and Candel, Sébastien. Theoretical and experimental determinations of the transfer function of a laminar premixed flame. *Proceedings of the combustion institute*, 28(1):765-773, 2000.
- [13] Durox, Daniel, Schuller, Thierry, Noiray, Nicolas, and Candel, Sébastien. Experimental analysis of nonlinear flame transfer functions for different flame geometries. *Proceedings of the Combustion Institute*, 32(1):1391-1398, 2009.
- [14] Fureby, Christer. Les of a multi-burner annular gas turbine combustor. *Flow, turbulence and combustion*, 84(3):543-564, 2010.
- [15] Gicquel, Laurent YM, Staffelbach, Gabriel, and Poinso, Thierry. Large eddy simulations of gaseous flames in gas turbine combustion chambers. *Progress in Energy and Combustion Science*, 38(6):782-817, 2012.
- [16] Schmitt, Patrick, POINSOT, Thierry, Schuermans, B, and Geigle, KP. Large-eddy simulation and experimental study of heat transfer, nitric oxide emissions and combustion instability in a swirled turbulent high-pressure burner. *Journal of Fluid Mechanics*, 570:17-46, 2007.
- [17] Poinso, Thierry. Prediction and control of combustion instabilities in real engines. *Proceedings of the Combustion Institute*, 36(1):1-28, 2017.
- [18] Emmert, T, Bomberg, S, Jaensch, S, and Polifke, W. Acoustic and intrinsic thermoacoustic modes of a premixed combustor. *Proceedings of the Combustion Institute*, 36(3):3835-3842, 2017.
- [19] Bigongiari, Alessandra and Heckl, Maria A. A green's function approach to the rapid prediction of thermoacoustic instabilities in combustors. *Journal of Fluid Mechanics*, 798:970-996, 2016.
- [20] Lieuwen, Tim C. Experimental investigation of limit-cycle oscillations in an unstable gas turbine combustor. *Journal of Propulsion and Power*, 18(1):61-67, 2002.
- [۲۱] صادقی، ن. بررسی تجربی دینامیک شعله های چرخشی. پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۸۸.
- [1] Iurashev, D. *Numerical and analytical study of combustion instabilities in industrial gas turbines*. Ph.D. thesis, Università degli Studi di Genova, 2017.
- [2] Culick, FEC. Combustion instabilities in propulsion systems. in *Unsteady combustion*, pp. 173-241. Springer, 1996.
- [3] Lieuwen, Timothy C and Yang, Vigor. *Combustion instabilities in gas turbine engines: operational experience, fundamental mechanisms, and modeling*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2005.
- [4] Huang, Ying and Yang, Vigor. Dynamics and stability of lean-premixed swirl-stabilized combustion. *Progress in energy and combustion science*, 35(4):293-364, 2009.
- [5] Lieuwen, Tim C. *Investigation of combustion instability mechanisms in premixed gas turbines*. Ph.D. thesis, School of Mechanical Engineering, Georgia Institute of Technology, 1999.
- [6] Dowling, Ann P and Stow, Simon R. Acoustic analysis of gas turbine combustors. *Journal of propulsion and power*, 19(5):751-764, 2003.

- [۲۲] ریاضی، ر. بررسی پایداری شعله های پیش مخلوط در موتورهای توربینی. پایان نامه دکترا، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۸۹.
- [37] O'Connor, Jacqueline. Visualization of shear layer dynamics in a transversely forced flow and flame. *Journal of Propulsion and Power*, 31(4):1127–1136, 2015.
- [38] O'Connor, Jacqueline. Disturbance-field decomposition in a transversely forced swirl flow and flame. *Journal of Propulsion and Power*, 33(3):764–775, 2017.
- [39] O'Connor, Jacqueline and Acharya, Vishal. Development of a flame transfer function framework for transversely forced flames. in *ASME Turbo Expo 2013: Turbine Technical Conference and Exposition*. American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, 2013.
- [40] O'Connor, Jacqueline and Lieuwen, Tim. Further characterization of the disturbance field in a transversely excited swirl-stabilized flame. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 134(1):011501, 2012.
- [41] O'Connor, Jacqueline and Lieuwen, Tim. Recirculation zone dynamics of a transversely excited swirl flow and flame. *Physics of fluids*, 24(7):2893–2900, 2012.
- [42] O'Connor, Jacqueline and Lieuwen, Tim. Disturbance field characteristics of a transversely excited burner. *Combustion Science and Technology*, 183(5):427–443, 2011.
- [43] Lespinasse, Florian, Baillot, Françoise, and Boushaki, Toufik. Responses of v-flames placed in an hf transverse acoustic field from a velocity to pressure antinode. *Comptes Rendus Mécanique*, 341(1-2):110–120, 2013.
- [44] Bourgouin, Jean-Francois, Durox, Daniel, Moeck, Jonas P, Schuller, Thierry, and Candel, Sébastien. Self-sustained instabilities in an annular combustor coupled by azimuthal and longitudinal acoustic modes. in *ASME Turbo Expo 2013: Turbine Technical Conference and Exposition*. American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, 2013.
- [45] Hauser, Martin, Lorenz, Manuel, and Sattelmayer, Thomas. Influence of transversal acoustic excitation of the burner approach flow on the flame structure. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 133(4):041501, 2011.
- [46] Hauser, Martin, Wagner, Michael, and Sattelmayer, Thomas. Transformation of transverse acoustic velocity of the burner approach flow into flame dynamics. in *ASME Turbo Expo 2012: Turbine Technical Conference and Exposition*, pp. 803–814. American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, 2012.
- [47] Hertweck, Michael, Berger, Frederik M, Hummel, Tobias, and Sattelmayer, Thomas. Impact of the heat release distribution on high-frequency transverse thermoacoustic driving in premixed swirl flames. *International Journal of Spray and Combustion Dynamics*, 9(3):143–154, 2017.
- [48] Wolf, Pierre, Staffelbach, Gabriel, Balakrishnan, R, Roux, A, and Poinso, Thierry. Azimuthal instabilities in annular combustion chambers. in *Proceedings of the Summer Program*, pp. 259–269. NASA Ames/Stanford Univ. Center for Turbulent Research, 2010.
- [49] Staffelbach, Gicquel, Gicquel, LYM, Boudier, G, and Poinso, Thierry. Large eddy simulation of self excited azimuthal modes in annular combustors. *Proceedings of the Combustion Institute*, 32(2):2909–2916, 2009.
- [23] Lieuwen, Tim and Zinn, Ben T. The role of equivalence ratio oscillations in driving combustion instabilities in low nox gas turbines. in *Symposium (International) on Combustion*, vol. 27, pp. 1809–1816. Elsevier, 1998.
- [24] Lieuwen, Tim and Zinn, Ben. Theoretical investigation of combustion instability mechanisms in lean premixed gas turbines. in *36th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, p. 641, 1998.
- [25] Lieuwen, Tim, Torres, Hector, Johnson, Clifford, and Zinn, Ben T. A mechanism of combustion instability in lean premixed gas turbine combustors. *J. Eng. Gas Turbines Power*, 123(1):182–189, 2000.
- [26] Roux, Sebastien, Lartigue, G, Poinso, Thierry, Meier, U, and Bérat, Claude. Studies of mean and unsteady flow in a swirled combustor using experiments, acoustic analysis, and large eddy simulations. *Combustion and Flame*, 141(1-2):40–54, 2005.
- [27] Sayadi, Taraneh, Le Chenadec, Vincent, Schmid, Peter J, Richecoeur, Franck, and Massot, Marc. Thermoacoustic instability—a dynamical system and time domain analysis. *Journal of Fluid Mechanics*, 753:448–471, 2014.
- [28] Li, Jingxuan and Morgans, Aimee S. Time domain simulations of nonlinear thermoacoustic behaviour in a simple combustor using a wave-based approach. *Journal of Sound and Vibration*, 346:345–360, 2015.
- [29] Dowling, Ann P. Nonlinear self-excited oscillations of a ducted flame. *Journal of fluid mechanics*, 346:271–290, 1997.
- [30] Gentemann, Alexander, Yuen, S, and Polifke, Wolfgang. Influence of boundary reflection coefficient on the system identifiability of acoustic two-ports. in *11th Int. Congress on Sound and Vibration (ICSV), St. Petersburg, Russia*, 2004.
- [31] Luzzato, Charles M and Morgans, Aimee S. The effect of a laminar moving flame front on thermoacoustic oscillations of an anchored ducted v-flame. *Combustion Science and Technology*, 187(3):410–427, 2015.
- [32] Pitsch, Heinz. Large-eddy simulation of turbulent combustion. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 38:453–482, 2006.
- [33] Lamarque, Nicolas and Poinso, Thierry. Boundary conditions for acoustic eigenmodes computation in gas turbine combustion chambers. *AIAA journal*, 46(9):2282–2292, 2008.
- [34] Motheau, Emmanuel, Nicoud, Franck, and Poinso, Thierry. Mixed acoustic–entropy combustion instabilities in gas turbines. *Journal of Fluid Mechanics*, 749:542–576, 2014.
- [35] Farisco, Federica. *Thermo-acoustic characterization of the burner-turbine interface in a can-annular combustor using CFD*. University of Twente, 2016.
- [36] O'Connor, Jacqueline, Acharya, Vishal, and Lieuwen, Timothy. Transverse combustion instabilities: Acoustic, fluid mechanic, and flame processes. *Progress in Energy and Combustion Science*, 49:1–39, 2015.

- [62] Sharifi, V, Kempf, AM, and Beck, C. Large-eddy simulation of acoustic flame response to high-frequency transverse excitations. *AIAA Journal*, 57(1):327-340, 2018.
- [63] Han, Xingsi, Li, Jingxuan, and Morgans, Aimee S. Prediction of combustion instability limit cycle oscillations by combining flame describing function simulations with a thermoacoustic network model. *Combustion and Flame*, 162(10):3632-3647, 2015.
- [64] Han, Xingsi and Morgans, Aimee S. Simulation of the flame describing function of a turbulent premixed flame using an open-source les solver. *Combustion and Flame*, 162(5):1778-1792, 2015.
- [65] Crocco, Lo. Aspects of combustion stability in liquid propellant rocket motors part i: fundamentals. low frequency instability with monopropellants. *Journal of the American Rocket Society*, 21(6):163-178, 1951.
- [66] Martin, Charles Etienne, Benoit, Laurent Jean-Louis, Sommerer, Yannick, Nicoud, Franck, and Poinso, Thierry. Large-eddy simulation and acoustic analysis of a swirled staged turbulent combustor. *AIAA journal*, 44(4):741-750, 2006.
- [67] Silva, Camilo Fernando, Nicoud, Franck, Schuller, Thierry, Durox, Daniel, and Candel, Sébastien. Combining a helmholtz solver with the flame describing function to assess combustion instability in a premixed swirled combustor. *Combustion and Flame*, 160(9):1743-1754, 2013.
- [68] Chen, Xiaoling, Culler, Wyatt, Peluso, Stephen, Santavicca, Domenic, and O'Connor, Jacqueline. Comparison of equivalence ratio transients on combustion instability in single-nozzle and multi-nozzle combustors. in *ASME Turbo Expo 2018: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*. American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, 2018.
- [69] Roux, Sebastien, Lartigue, G, Poinso, Thierry, Meier, U, and Bérat, Claude. Studies of mean and unsteady flow in a swirled combustor using experiments, acoustic analysis, and large eddy simulations. *Combustion and Flame*, 141(1-2):40-54, 2005.
- [70] Taha, Ahmed, Vellakal, Madhu C, and Lu, Quiyue. Combustion instability in gas turbines: A review on analytical, experimental and numerical studies. in *2018 AIAA Aerospace Sciences Meeting*, p. 2129, 2018.
- [71] Schulze, Moritz, Hummel, Tobias, Klarmann, Noah, Berger, Frederik, Schuermans, Bruno, and Sattelmayer, Thomas. Linearized euler equations for the prediction of linear high-frequency stability in gas turbine combustors. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 139(3):031510, 2017.
- [72] Gikadi, Jannis. *Prediction of Acoustic Modes in Combustors using Linearized Navier-Stokes Equations in Frequency Space*. Ph.D. thesis, Technische Universität München, 2014.
- [73] Trefethen, Lloyd N and Bau III, David. *Numerical linear algebra*, vol. 50. Siam, 1997.
- [50] Wolf, Pierre, Staffelbach, Gabriel, Roux, A, Gicquel, L, Poinso, Thierry, and Moureau, V. Massively parallel les of azimuthal thermo-acoustic instabilities in annular gas turbines. *Comptes Rendus Mecanique*, 337(6-7):385-394, 2009.
- [51] Wolf, Pierre, Staffelbach, Gabriel, Gicquel, Laurent YM, Müller, Jens-Dominik, and Poinso, Thierry. Acoustic and large eddy simulation studies of azimuthal modes in annular combustion chambers. *Combustion and Flame*, 159(11):3398-3413, 2012.
- [52] Saurabh, Aditya and Paschereit, Christian Oliver. Premixed flame dynamics in response to two-dimensional acoustic forcing. *Combustion Science and Technology*, 191(7):1184-1200, 2019.
- [53] Saurabh, Aditya and Paschereit, Christian Oliver. Dynamics of premixed swirl flames under the influence of transverse acoustic fluctuations. *Combustion and Flame*, 182:298-312, 2017.
- [54] Bauerheim, Michaël, Staffelbach, Gabriel, Worth, Nick A, Dawson, JR, Gicquel, Laurent YM, and Poinso, Thierry. Sensitivity of les-based harmonic flame response model for turbulent swirled flames and impact on the stability of azimuthal modes. *Proceedings of the Combustion Institute*, 35(3):3355-3363, 2015.
- [55] Bauerheim, Michaël, Cazalens, Michel, and Poinso, Thierry. A theoretical study of mean azimuthal flow and asymmetry effects on thermo-acoustic modes in annular combustors. *Proceedings of the Combustion Institute*, 35(3):3219-3227, 2015.
- [56] Bauerheim, Michael, Parmentier, Jean-François, Salas, Pablo, Nicoud, Franck, and Poinso, Thierry. An analytical model for azimuthal thermoacoustic modes in an annular chamber fed by an annular plenum. *Combustion and Flame*, 161(5):1374-1389, 2014.
- [57] Poinso, Thierry and Veynante, Denis. *Theoretical and numerical combustion*. RT Edwards, Inc., 2005.
- [58] Acharya, Vishal S, Shin, Dong-Hyuk, and Lieuwen, Tim. Premixed flames excited by helical disturbances: Flame wrinkling and heat release oscillations. *Journal of Propulsion and Power*, 29(6):1282-1291, 2013.
- [59] Andreini, Antonio, Facchini, Bruno, Giusti, Andrea, and Turrini, Fabio. Assessment of flame transfer function formulations for the thermoacoustic analysis of lean burn aero-engine combustors. *Energy Procedia*, 45:1422-1431, 2014.
- [60] Shahsavari, Mohammad and Farshchi, Mohammad. Large eddy simulation of low swirl flames under external flow excitations. *Flow, Turbulence and Combustion*, 100(1):249-269, 2018.
- [61] Selle, Laurent, Benoit, Laurent, Poinso, Thierry, Nicoud, Franck, and Krebs, Werner. Joint use of compressible large-eddy simulation and helmholtz solvers for the analysis of rotating modes in an industrial swirled burner. *Combustion and Flame*, 145(1-2):194-205, 2006.