

افزایش کارایی سیستم‌های پیش‌رانش و اترجت در شناورهای تندرو با استفاده از روش شبیه‌سازی بر مبنای طراحی

محمدحسین سلیمی

دانشکده مهندسی مکانیک، پردیس دانشکده‌های فنی دانشگاه تهران

mhsalimi92@yahoo.com

چکیده

امروزه سیستم‌های پیش‌رانش و اترجت، در سراسر دنیا به دلایل توان بالا، لرزش کم و ... بروی ادوات دریایی استفاده می‌گردد. در این میان، سیستم پیش‌رانش و اترجت در شناورهای تندرو جایگاه ویژه ای دارد. در نسل جدید شناورهای تندرو، می‌توان به وضوح استفاده گسترده از این سیستم پیش‌رانش را مشاهده نمود. همچنین سیستم پیش‌رانش و اترجت یکی از سیستم‌های جدیدتر به نسبت دیگر سیستم‌های پیش‌رانش دریایی است. از اینرو تلاش‌های زیادی بروی بهینه‌سازی و بهبود عملکرد و اترجت‌ها صورت پذیرفته است. یکی از روش‌های جدید و پرکاربرد در بهینه‌سازی، استفاده از شبیه‌سازی می‌باشد. در این مقاله، ابتدا به معرفی اجمالی و خصوصیات این سیستم پیش‌رانش پرداخته می‌شود. در ادامه به یکی از روش‌های جدید در شبیه‌سازی پرداخته می‌شود. در این روش شبیه‌سازی، ابتدا بدنه شناور شبیه‌سازی می‌شود و بهینه‌سازی می‌شود. در ادامه و اترجت شبیه‌سازی شده بروی بدنه ی بهینه‌سازی شده قرار می‌گیرد و با توجه به آن سیستم شناور بهینه‌سازی می‌شود. مزیت مهم این روش اینست که بدنه و سیستم پیش‌رانش به عنوان یک مجموعه (شناور) به طراحی بهینه خود می‌رسند. در ادامه به بررسی در خصوص تحقیقات صورت پذیرفته و بیان نتایج آن پرداخته می‌شود.

واژگان کلیدی

واترجت
بهینه‌سازی
سیستم پیش‌رانش
شناور تندرو
شبیه‌سازی بر مبنای طراحی

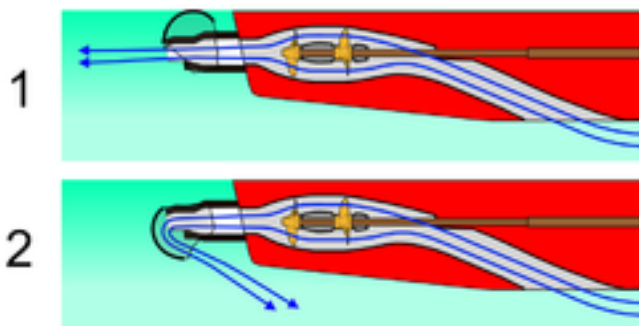
تاریخچه مقاله

تاریخ دریافت ۱۳۹۴/۰۸/۱۱
تاریخ پذیرش ۱۳۹۸/۰۵/۱۱

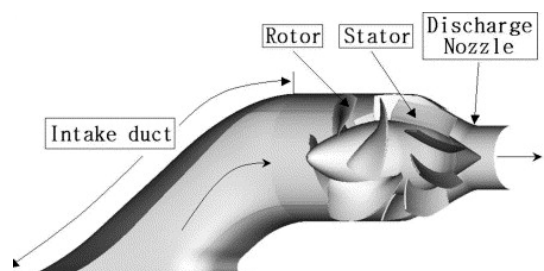
۱ مقدمه

همچنین یکی دیگر از ویژگی‌های ممتاز سیستم‌های و اترجت، قابلیت مانور بالا و فرمان‌پذیری ساده می‌باشد. فرمان و اترجت، در پشت سیستم قرار می‌گیرد. سیستم فرمان، به طور عمده از صفحات فرمان و بازوهای فرمان تشکیل شده است. با جهت دادن به صفحات فرمان توسط بازوهای فرمان، صفحات فرمان در زوایای دلخواه قرار می‌گیرد و جریان پرفشار خروجی، با برخورد به صفحات فرمان، نیرو را به سیستم فرمان شناور منتقل می‌کند و باعث چرخیدن شناور می‌شود. همچنین برای حرکت در جهت عکس و یا ترمزهای ناگهانی از سیستم عقب رو استفاده می‌شود [۱]. این سیستم که از یک صفحه و بازوهای فرمان تشکیل شده است، با پایین آمدن خود و قرارگیری در مقابل جریان خروجی آب، نیروی وارده را به قایق منتقل می‌کند و باعث ایجاد نیرویی در جهت عکس حرکت قایق می‌شود.

واترجت یا پمپ جت، سیستمی پیش‌رانشی است که برای پیشروی از یک جت آب استفاده می‌کند. و اترجت از سه قسمت عمده ی نازل، پمپ و غلاف پیش رانش تشکیل شده است. و اترجت نیروی جلوبرنده خود را از واکنش ایجاد شده از خروج آب در جهت مخالف حرکت به دست می‌آورد [۱]. در این سیستم محفظه ورودی آب در زیر شناور واقع شده و آب از طریق این محفظه وارد سیستم شده و فشار آن توسط پمپ افزایش یافته و در حین حرکت خود از محفظه خروجی که در انتهای شناور قرار دارد خارج می‌شود. این امر سبب حرکت شناور به سمت جلو می‌شود [۲]. برای متوقف کردن شناور، جهت جریان معکوس و شناور پس از طی مسافت اندکی متوقف می‌شود. در این سیستم سکان و پروانه حذف می‌شود. سیستم و اترجت در شناورهای تندرو جنگی و شناورهایی که در نقاط کم عمق تردد دارند استفاده می‌شود [۱].



شکل ۲: نحوه حرکت و اترجت به جلو و اطراف



شکل ۱: شماتیک و اترجت

۱.۱ مزایای قایق‌ها با سیستم واترجت

- امکان رسیدن به سرعت‌های بالا پیش از شروع کاویتاسیون که ناشی از افزایش فشار استاتیک داخلی می‌باشد.
- چگالی بالای توان (با توجه به حجم) پیش برنده و محرک اصلی.
- عدم مختل شدن عملکرد در آب‌خورهای کم عمق، به دلیل اینکه فقط ورودی می‌بایست در آب قرار گیرد.
- افزایش قدرت مانورپذیری به وسیله قرار دادن فرمان بر روی نازل.
- کاهش نویز که منجر به کاهش علائم صوتی می‌شود.
- حفاظت از قسمت گردان سیستم و همچنین آسیب زدن به محیط اطراف شناور.

۲.۱ معایب قایق‌ها با سیستم واترجت

- در سرعت‌های پایین امکان پایین آمدن بازده وجود دارد.
- افزایش وزن قایق به دلیل اینکه سیستم کاملاً در آب قرار می‌گیرد و آب به آن وارد می‌شود.
- احتمال رخ دادن بیشتر کاویتاسیون نسبت به پیش برنده‌های پروانه‌ای.
- امکان گرفتگی سیستم بوسیله جلبک‌ها و لجن‌ها.
- وقوع پدیده اثر کواندا.

۲ طراحی اولیه سیستم واترجت مناسب برای قایق

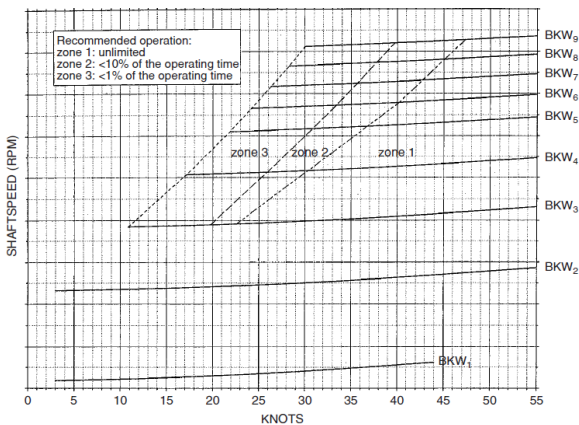
تندرو

برای استفاده از واترجت‌ها در قایق، می‌بایست دو مشخصه از ویژگی‌های طراحی قایق معین گردد. این دو پارامتر عبارتند از توان موتور و مقاومت بدنه قایق. سپس بوسیله مشخصات واترجت شرکت‌های تجاری، می‌توان سیستم مورد نیاز تعیین شود. محاسبه نیروی رانش در واترجت‌ها همواره یکی از مسائلی مهم در استفاده از این سیستم پیش‌رانش می‌باشد [۲]. یکی از راه‌های محاسبه این نیرو، استفاده از روش‌های کلاسیک محاسبه توان از روی واترجت است. این روش بسیار مشکل، هزینه‌بر و با خطا همراه است. دو روش دیگری که استفاده می‌شود و بر مبنای مدل‌سازی می‌باشد، شار مونتوم و اندازه‌گیری مستقیم است. البته تمرکز اصلی بروی، محاسبه از طریق مدل‌سازی جریان‌های طبیعی می‌باشد. همچنین، در این مدل‌سازی، نیاز مبرمی به محاسبات بر مبنای CFD^۱ می‌باشد. روش پیر کاربرد محاسبه که مقالات متعددی در این موضوع نوشته گردیده است، روش شار مونتوم می‌باشد [۲-۴]. این روش بر مبنای شار مونتوم و مقاومت مؤثر بدنه می‌باشد. البته این روش هنگامی مفید است که مقاومت مؤثر بدنه قایق در آزمایش‌هایی از پیش تعیین شده باشد. رابطه میان نیروی رانش جت آب و مقاومت بدنه بدون پوشش، قابل محاسبه می‌باشد. البته این دو پارامتر از یکدیگر مستقل نمی‌باشند. از روابط بدست‌آمده می‌توان بازده سیستم را به گونه دیگری بیان کرد [۴]:

$$\eta = \frac{P_E}{P_D} \quad (1)$$

در آن P_E توان مؤثر بر اساس بدنه بدون پوشش می‌باشد و P_D توان خروجی به سمت پمپ و η راندمان است.

یکی از مسائلی مهم در طراحی و انتخاب اولیه واترجت‌ها، نسبت سرعت شفت با سرعت قایق می‌باشد. در رابطه با این مسئله، توان ایستایی نیز مطرح می‌گردد. توان ایستایی^۲، توان تحویل داده شده به دستگاه از طریق سیستم پیش‌رانش می‌باشد. در واترجت‌ها این توان، می‌تواند تابعی از سرعت سیستم شناور باشد. در ادامه، نمودار توان ایستایی در مقایسه با دور بر دقیقه برای شافت پمپ واترجت آورده شده است. نمودار شکل ۳، نمودار سرعت شافت در مقایسه با توان تولیدی بیانگر این موضوع می‌باشد. در این نمودار، محور عمودی سرعت شافت بر حسب دور بر دقیقه بیان می‌گردد. در محور زیرین، مقادیر سرعت قایق بر حسب گره معین گردیده است. تعدادی آزمایش انجام گرفته با توان ایستایی متفاوت نیز انجام گرفته است. نمودار این داده‌ها رسم گردیده است. قدرت و سرعت مناسب از تلاقی خطوط نمودار به دست می‌آید. همچنین در این نمودار ۳ ناحیه مشخص گردیده است. ناحیه اول، ناحیه بی خطر و مناسب می‌باشد. سیستم واترجت اگر اکثر زمان عملیاتی خود را در این ناحیه بگذراند، سیستم واترجت مناسبی با توجه به توان ایستایی سیستم و سرعت شافت می‌باشد. همچنین برای انتخاب واترجت مناسب، می‌باید سیستم واترجت کمتر از ۱۰٪ زمان عملیاتی، در منطقه ۲ نمودار قرار گیرد. می‌باید سیستم در منطقه ۳ کمتر از ۱٪ زمان عملیاتی خود، قرار گیرد. در صورتی که این شروط برقرار نشود، می‌توان گفت که واترجت انتخاب شده برای قایق مناسب نمی‌باشد و پدیده کاویتاسیون رخ می‌دهد [۱].

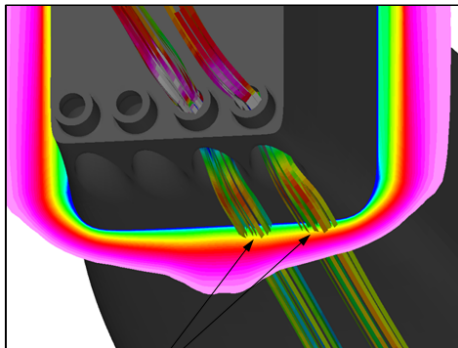


شکل ۳: نمودار سرعت شافت در مقایسه با توان تولیدی

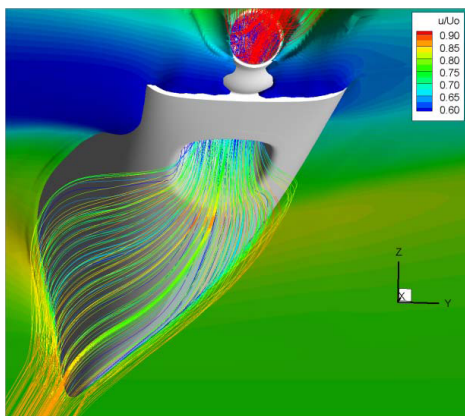
همچنین می‌توان توان ایستایی واترجت را با نیروی مقاوم بدنه و نیروی مقاوم در برابر پیش‌برندگی نیز مرتبط کرد. در آزمایش‌های صورت گرفته با توان‌های ایستایی متفاوت، داده‌های مختلفی بدست آمد. با قرار دادن این داده بروی نمودار مقاومت در برابر حرکت و سرعت قایق، می‌توان شرایط بحرانی سیستم را مشخص کرد. نمودار شکل ۴ مجموع نیروی مقاوم تراست و بدنه در مقایسه با توان تولیدی را نشان می‌دهد. محور افقی این نمودار، سرعت قایق بر حسب گره، محور عمودی مجموع مقاومت پیش‌برندگی و بدنه را نشان می‌دهد. از تلاقی خطوط توان ایستایی با خط مقاومت بدنه، حد بحرانی سرعت محاسبه می‌گردد. در این نمودار، سه منطقه مشاهده می‌شود که

¹Computational Fluid Dynamics ²brake power in kilowatts

دسترس قرار گیرد. با وجود این، عملکرد سیستم واترجت، توزیع سرعت در صفحه پروانه واترجت و شروع کاویتاسیون در سیستم، با توجه به نسبت سرعت سیال در ورودی واترجت تعیین می‌شود. این نسبت نیز، به سرعت عملکرد شناور و شکل بدنه شناور وابسته است. برای رسیدن به بهترین عملکرد سیستم، می‌بایست عوامل فوق در هنگام پیش طراحی ورودی واترجت در نظر گرفته شود. از آنجایی که اثرات ویسکوز مربوط به لایه مرزی مصرفی نقش مهمی در عملکرد ورودی واترجت دارد، ادغام روش‌های راحت و کاربرپسند با روش جریان بالقوه همراه با URANS از طریق مدل‌های فراشناختی^۴، برای رسیدن به ورودی بهینه واترجت قابل اعتماد نمی‌باشد، اما روش‌های رایج به همراه اضافه کردن نیروهای و گشتاورهای واترجت از طریق یک رویکرد فیزیک متغیر^۵ با استفاده از مدل‌سازی CFD واترجت، می‌تواند برای بهینه‌سازی بدنه شناور مورد استفاده قرار گیرد. در اینجا، از رویکرد فیزیک متغیر برای بررسی بدنه شناورها استفاده می‌گردد. در ابتدا بهینه‌سازی در بدنه شناور به همراه واترجت مدل‌سازی شده انجام می‌شود و پس از این، سیستم واترجت مورد بررسی قرار می‌گیرد و ورودی آن نیز بهینه می‌شود [۷]. به عنوان پیش شرط در این بهینه‌سازی، روش مورد استفاده در اینجا برای شبیه‌سازی واترجت، از طریق داده‌های تجربی تایید گردیده است [۷]. این روش از URANS به همراه روش تنظیم سطح تک‌فازی^۶ برای پیش‌بینی سطح آزاد استفاده می‌کند. همچنین همراه آن، یک محرک دیسکی مدل شده برای مدل نمودن اثرات پروانه بکار می‌رود. علاوه بر آن دو درجه حرکت نیز برای پیش‌بینی نشست^۷ دینامیکی و تریم در نظر گرفته می‌شود.

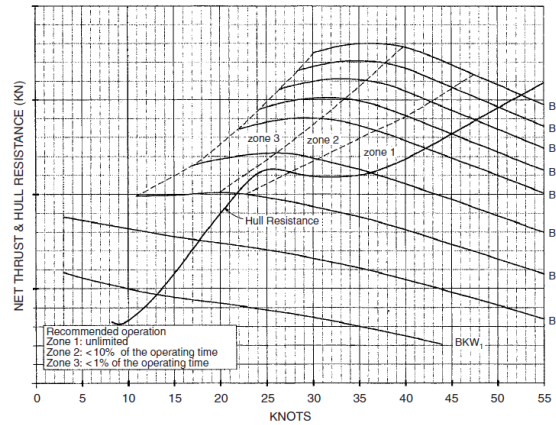


شکل ۵: واترجت شبیه‌سازی شده بر روی بدنه بهینه شده



شکل ۶: شبیه‌سازی جریان ورودی واترجت

برای واترجت مناسب، می‌بایست اکثر زمان عملیاتی قایق در ناحیه اول باشد. همانطور که مشاهده می‌شود، با افزایش سرعت سیستم، توان تولیدی تنزل پیدا می‌کند. در منطقه ۲ باید زمانی کمتر از ۱۰٪ زمان عملیاتی واترجت طی شود. در غیر اینصورت، سیستم دچار مشکل و وقوع کاویتاسیون می‌شود. برای سیستم‌های واترجتی که به درستی طراحی شود، سیستم هیچ‌گاه وارد ناحیه ۳ نمی‌شود. این ناحیه، باعث بوجود آمدن کاویتاسیون می‌گردد [۱].



شکل ۴: مجموع نیروی مقاوم تراست و بدنه در مقایسه با توان تولیدی

همچنین از طریق این توابع، می‌توان میزان گام پروانه پمپ واترجت و نیز قطر نازل خروجی را محاسبه کرد تا به بهترین عملکرد و پایین‌ترین نرخ مصرف سوخت دست پیدا کرد.

۳ شیوه‌های بهبود عملکرد سیستم واترجت

با توجه به اینکه سیستم پیش‌راننده واترجت، یکی از سیستم‌هایی است که در ادوات تندرو به طور گسترده استفاده می‌گردد، همواره سعی می‌شود تا بازده این سیستم مورد مطالعه و اندازه‌گیری قرار گیرد و با استفاده از روش‌های مختلف، بازده سیستم افزایش یابد. همچنین، روش‌هایی نیز برای افزایش طول دوره عمر سیستم و نیز پیشگیری از وجود خرابی مورد مطالعه قرار گرفته است [۵]. باید توجه داشت که برای بهینه ساختن یک سیستم واترجت در یک شناور، ابتدا می‌بایست پارامترهای شناور که شامل ابعاد، وزن، میزان آب‌خوری و نیز مقاومت بدنه مشخص گردد و بوسیله روش‌های موجود این پارامترها بهینه شوند. سپس، واترجتی که بروی سیستم قرار می‌گیرد از نظر پارامترهای تاثیرگذار بررسی و بهینه شود. برای بهینه‌سازی روش‌های شبیه‌سازی گوناگونی ارائه گردیده است. یکی از این روش‌ها که در اینجا معرفی می‌گردد، شبیه‌سازی بر مبنای طراحی^۳ است. در این روش، ابتدا بدنه شناور شبیه‌سازی و بهینه می‌شود. سپس، سیستم پیش‌راننده بر روی بدنه بهینه، شبیه‌سازی می‌گردد و سیستم پیش‌راننده نیز بهینه‌سازی می‌شود. بنابراین سیستم پیش‌راننده و بدنه به عنوان دو مجموعه مستقل از هم در شناور بهینه‌سازی می‌شود [۶].

واترجت‌های از پیش طراحی شده گوناگونی موجود می‌باشند که با توجه به قدرت مورد نیاز، مقاومت بدنه و سرعت شناورها، می‌تواند به راحتی در

³simulation based design (SBD)

⁴meta-models

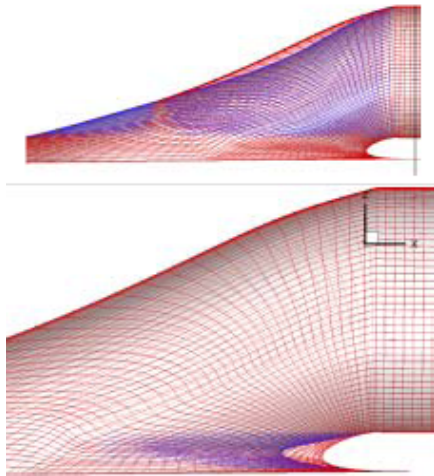
⁵variable physics approach

⁶single phase level set method

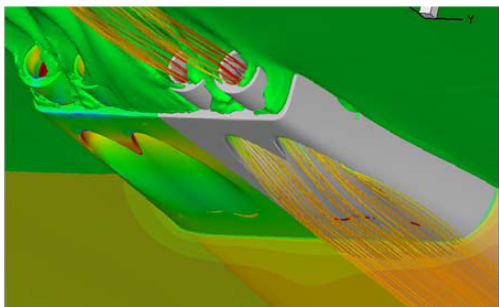
⁷sinkage

۴ روش‌شناسی SBD

ورودی نیز بیشتر شود. نتایج کاهش ۷٪ در مقاومت کلی را نشان داد. با این حال، در آنجا بررسی مسائل دیگری به مانند یکپارچگی ساختاری و اثر جریان متقابل در طول مانور، که قبل از طراحی ورودی ترکیبی در نظر گرفته می‌شود، امکان‌پذیر است.



شکل ۷: شکل هندسی اصلاح‌شده ورودی واترجت



شکل ۸: ورودی شبیه‌سازی شده واترجت



شکل ۹: شکل اصلاح‌شده واترجت در مقایسه با هندسه اولیه

۶ بهینه‌سازی ورودی واترجت

بهینه‌سازی واترجت با الحاق کردن سیستم واترجت به بدنه شبیه‌سازی شده شناور انجام گرفت. همچنین شکل کمّانی بدنه شناور نیز جریان محلی را در نزدیکی ورودی واترجت تغییر نمی‌دهد و از این منظر مشکلی را برای تحلیل نتایج ایجاد نمی‌کند. در اینجا از شش مرحله روش ازدحام اجزا استفاده

این روش‌شناسی از سه قسمت اصلی تشکیل شده است: بهینه‌سازی^۸، حل‌کننده جریان^۹ و روش اصلاح‌کننده هندسه^{۱۰}. حل‌کننده جریان، تابع هدف مورد ارزیابی قرارگرفته را برای یک مجموعه مشخص از پارامترهای طراحی به یک بهینه‌ساز ارسال می‌کند. این بهینه‌ساز، برای یافتن کمترین مقدار تحت چارچوب کلی ریاضیات غیرخطی جستجو می‌کند و هر بار این متغیرهای طراحی را بروزرسانی می‌کند. روش مدل‌سازی هندسی، از طریق تغییر دادن شکل بدنه شناور بر اساس مقادیر بروزرسانی شده، حلقه اتصال میان این دو قسمت می‌باشد [۶].

در اینجا از روش بهینه‌سازی گروهی ذرات استفاده شده است. دلیل استفاده از این روش این است که مطالعات اخیر (برای مثال، [۸]) که از توابع تحلیلی فضای جستجو استفاده کرده است، نشان داده است که همگرایی این روش برای رسیدن به مینیمم کلی نسبت به روش بهینه‌سازی تکاملی کلی سریع‌تر است. این استراتژی رفتار اجتماعی یک مجموعه از اعضا را که اطلاعات در میان آنها به اشتراک گذاشته می‌شود، شبیه‌سازی می‌کند. در پایه این روش، هر جز برای به خاطر آوردن بهتر مکانی که تا کنون مشاهده کرده است، حافظه خود را دارد (پارامتر ۱)، در عین حال، گروه برای به خاطر آوردن بهترین مکانی که تا بحال دیده شده است، حافظه جهانی نیز دارد (پارامتر ۲). پارامتر یک را پارامتر شناختی و پارامتر دو را پارامتر اجتماعی نیز می‌نامند. پارامترهای شناختی، میزان ضریب اطمینان هر جز را نشان می‌دهد، در عین حال پارامتر اجتماعی میزان ضریب اطمینان موجود در گروه را نشان می‌دهد. همچنین یک پارامتر تصادفی نیز (پارامتر ۳) به دو پارامتر قبلی اعمال می‌شود. هر جز سرعت قابل انطباقی بر اساس این پارامترها برای حرکت خودش در میان فضای طراحی دارد. وزن اینرسی (پارامتر ۴) اثرات سرعت قبلی را بر سرعت فعلی بررسی می‌کند و در نتیجه تبادل را میان جستجوی کلی و محلی را تنظیم می‌کند. همچنین تنظیم درست این پارامترها و روابط آنها برای فرآیند بهینه‌سازی به شدت مهم می‌باشد و راه حل پایانی و زمان نتیجه‌گیری کاملاً به تنظیمات پارامترها بستگی دارد [۶].

۵ مطالعات ابتدایی برای تولید پایه‌ای هندسه مناسب

مطالعات اولیه بر روی ورودی سیستم واترجت جهت تعیین فضای طراحی‌شدنی انجام گرفت. دو نوع اصلاحیه هندسی بر روی ورودی واترجت‌ها انجام گرفت، یکی بر روی انحناى غلاف بالایی گوس و دیگری بر روی ناحیه آب‌شکن. بهترین طراحی هر دو گونه اصلاح هندسی ۱٪ کاهش را در مقاومت کلی نشان داد.

یک رویکرد کاملاً متفاوت از ترکیب جت آب ورودی به منظور کاهش سطح کلی از ورودی مورد بررسی قرار گرفت. نه تنها مساحت سطح کاهش پیدا کرد، سطح جذب‌کننده ورودی هم ترکیب می‌شود تا امکان مصرف آب

⁸optimizer ⁹flow solver ¹⁰geometry modification methods

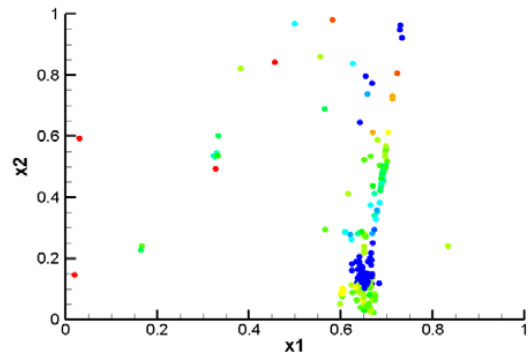
۷ نتیجه‌گیری

در این مقاله سیستم پیش‌رانش واترجت به عنوان یکی از سیستم‌های جدید و پرکاربرد در شناورهای تندرو معرفی گردید. همچنین خصوصیات و ویژگی‌های واترجت نیز برشمرده شد. در ادامه به بحث درباره طراحی و انتخاب اولیه سیستم پیش‌رانش واترجت برای شناورهای تندرو و معادلات و نمودارهای آن پرداخته شد. در پایان نیز یکی از جدیدترین روش‌های بکار رفته در بهینه‌سازی واترجت معرفی گردید. این روش به توجه به پروسه آن، کاملاً امکان عملیاتی شدن را داراست. همچنین با توجه نتایج بدست آمده، این روش در حدود ۲/۳٪ از مقاومت سیستم پیش‌رانش در برابر نیروی پیش‌برنده می‌کاهد. علاوه بر این سادگی و سرعت عمل در شبیه‌سازی این روش، به گسترش استفاده از آن کمک شایانی خواهد کرد.

مراجع

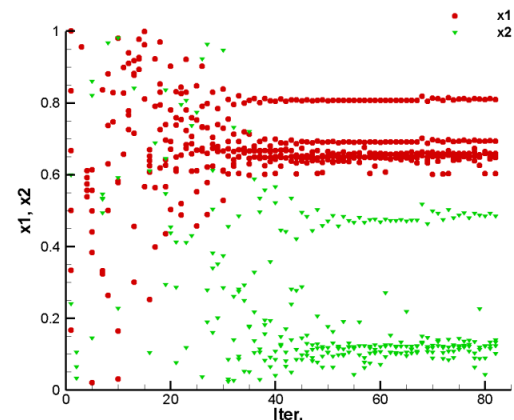
- [1] Faltinsen, Odd M. *Hydrodynamics of high-speed marine vehicles*. Cambridge university press, 2005.
- [۲] یوسفی فرد، مهدی، راد، منوچهر، و حاجیلوی، علی. طراحی سیستم جت آب جهت رانش شناور. در ششمین همایش ملی صنایع دریایی ایران. انجمن مهندسی دریایی ایران، ۱۳۸۳.
- [3] The specialist committee on waterjets - ITTC.
- [4] Chun, H. H. self-propulsion prediction method for waterjet driven craft.
- [5] Luo, Xian, Chryssostomidis, Chryssostomos, and Karniadakis, George Em. Fast 3d flow simulations of a waterjet propulsion system. in *Proceedings of the 2009 Grand Challenges in Modeling & Simulation Conference*, GCMS '09, p. 112–120, Vista, CA, 2009. Society for Modeling & Simulation International.
- [6] Kandasamy, Manivannan, He, Wei, Takai, T., Tahara, Yusuke, Peri, Daniele, Campana, Emilio, Wilson, Wesley, and Stern, F. Optimization of waterjet propelled high speed ships-JHSS and delft catamaran. pp. 246–253, 01 2011.
- [7] Campana, Emilio F., Peri, Daniele, Tahara, Yusuke, and Stern, Frederick. Shape optimization in ship hydrodynamics using computational fluid dynamics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 196(1):634 – 651, 2006.
- [8] Takai, Tomohiro. Simulation based design for high speed sea lift with waterjets by high fidelity urans approach, 2010.

گردید. فضای طراحی پیش از همگرایی ذرات برای صرفه جویی مورد بررسی قرار گرفت و در نتیجه یک نقشه توپولوژی قابل اعتماد بمانند آنچه که برای بدنه شناورها بدست می‌آید، برای واترجت بدست نیامد.



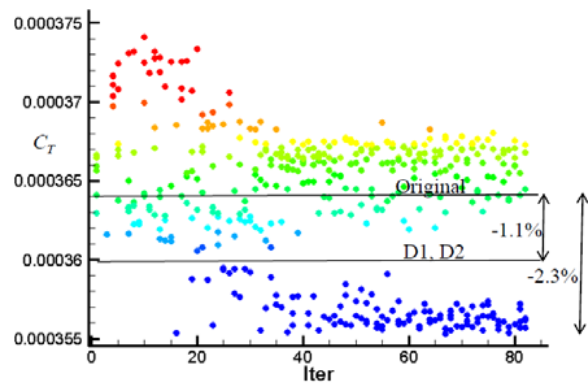
شکل ۱۰: نقشه توپولوژی تابع هدف برای فضای طراحی ورودی واترجت، اجزا بوسیله تابع هدف رنگ آمیزی شده‌اند

همچنین در شکل ۱۱ میزان همگرایی اجزا به همراه کمترین مقدار بررسی که در $(x_1, x_2) = (0/65, 0/1)$ رخ می‌دهد را نشان می‌دهد. تعداد کمی از اجزا، در نواحی کمینه دیگر، گیر افتاده است.



شکل ۱۱: همگرایی متغیرهای طراحی برای بهینه‌سازی واترجت

همچنین در شکل ۱۲ میزان همگرایی اجزا را به کمترین مقدار تابع هدف نشان می‌دهد. ورودی اصلاح شده اولیه واترجت که برای شکل‌دهی بکار رفته بود، ۱٪ کاهش را در مقاومت آن به نسبت شکل اصلی نشان می‌داد. ورودی بهینه‌شده واترجت ۲/۳٪ کاهش مقاومت را نشان می‌دهد.



شکل ۱۲: همگرایی تابع هدف برای بهینه‌سازی واترجت، اجزا توسط مقادیر تابع هدف رنگ‌آمیزی شده‌اند.