

نگاهی مختصر بر ناپایداری هیدرودینامیکی انگشتی شدن لزج

محمد رضا شاه نظری^{۱*}، علی صابری^۲

^۱ دانشیار دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران
^۲ دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران
*مسئول مکاتبات: Shahnazari@kntu.ac.ir

چکیده

واژگان کلیدی

ناپایداری سیال
انگشتی شدن لزج
محیط متخلخل
فرایند جابجایی
شبیه‌سازی غیرخطی
حل خطی

فرایند جابجایی سیال یکی از مسائل بسیار مهمی است که همواره مورد توجه بسیاری از پژوهشگران بوده است. علت اهمیت این فرایند را می‌توان در مصداق‌هایی که از آن در فرایندهای طبیعی و صنعتی وجود دارد جستجو کرد. در این فرایندها سیالی با ویژگی‌های مختص خود وارد شده و باعث جابجایی یا تغییر وضعیت سیال دومی می‌شود که با توجه به نوع محیط و سیال، ناپایداری هیدرودینامیکی در مرز مشترک دو سیال رخ می‌دهد. از جمله مثال‌هایی که می‌توان به آن اشاره کرد شامل استخراج نفت، هیدرولوژی آب‌های زیرزمینی، دفع ضایعات معمولی و هسته‌ای و نشت آنها به سفره‌های زیر زمینی و بسیاری از فرایندهای طبیعی (حرکت ابرها و غیره) است. در این یادداشت سعی شده است تا به صورت مختصر ابتدا این نوع ناپایداری بررسی شود و سپس در مورد ناپایداری انگشتی شدن لزج که یکی از مهمترین این نوع ناپایداری محسوب می‌شود بحث شود.

۱ مقدمه

تحت تنش برشی قرار گیرد یا دو سیال با سرعت‌های مختلف از کنار هم عبور کنند که باعث ایجاد ناپایداری در مرز مشترک دو سیال خواهد شد. این نوع ناپایداری را در طبیعت می‌توان به شکل موج در سطح دریا، حرکت ابر در آسمان، حرکت حلقه‌های دور سیاره زحل و همچنین سطح جو سیاره مشتری اشاره کرد. شکل ۲ این نوع ناپایداری را در طبیعت نشان می‌دهد.

یکی دیگر از مهمترین نوع ناپایداری‌ها، ناپایداری انگشتی شدن لزج است. علت اهمیت این نوع ناپایداری را می‌توان در محل رخداد آن جستجو کرد که در مورد آن صحبت خواهد شد. هنگامی که در یک محیط متخلخل سیالی با ویسکوزیته کمتر در حال جابجایی سیالی با ویسکوزیته بیشتر باشد، در مرز مشترک دو سیال نوعی ناپایداری رخ می‌دهد که بجای جابجا کردن سیال ویسکوزتر، در آن چنگ می‌اندازد که شبیه انگشتان دست است، لذا به آن انگشتی شدن لزج می‌گویند. این ناپایداری در فرایند ازدیاد برداشت نفت^۶ (شکل ۳) رخ می‌دهد. معمولاً در میدانهای نفتی ۲۰ تا ۳۰ درصد استخراج با استفاده از فشار طبیعی خود مخزن نفت صورت می‌گیرد، لذا برای برداشت سایر میدان نفتی، روشهای دیگری ارائه می‌شود که به آن ازدیاد برداشت نفت می‌گویند. در این روش سیال دومی را با فشار وارد مخزن نفتی می‌کنند و با استفاده از فرایند جابجایی نفت را خارج می‌کنند. در مرز مشترک بین سیال ورودی و نفت ناپایداری انگشتی شدن لزج رخ می‌دهد که بعد از مدتی بجای استخراج نفت از چاه نفتی، سیال ثانویه خارج می‌شود. بازدهی استخراج

به صورت کلی ناپایداری هیدرودینامیکی سیال به شاخه‌ای از علم مکانیک سیالات می‌گویند که به بررسی پایداری حرکت جریان سیال می‌پردازد. این نوع ناپایداری‌ها بسته به خواص سیال یا محیطی که سیال در آن وجود دارد به دسته‌بندی‌های مختلفی تقسیم بندی می‌شوند که از جمله مهمترین آنها می‌توان به ناپایداری رایلی-تیلور^۱، کلونین-هلمولتز^۲، و سافمن-تیلور^۳ یا همان انگشتی شدن لزج^۴ اشاره کرد. ناپایداری رایلی-تیلور نوعی از ناپایداری است که در مرز بین دو سیال با چگالی‌های متفاوت رخ می‌دهد و این نوع ناپایداری زمانی اتفاق می‌افتد که سیال سبک‌تر قصد جابجایی سیال سنگین‌تر را داشته باشد. در حقیقت می‌توان گفت علت این پدیده تفاوت چگالی دو سیال است [۱]. این نوع ناپایداری را در فرایندهای طبیعی‌ای از جمله وارونگی هوا، ناپایداری ایجاد شده در سطح خورشید، گنبد‌های نمکی موجود در لایه‌های زمین، ابرهای قارچی شکل ناشی از انفجار یا آتش فشان، تشکیل نوع خاصی از ابرها^۵ و همچنین فرایند شکل‌گیری سحابی‌ها می‌توان مشاهده کرد. ساده‌ترین حالتی که برای این نوع ناپایداری می‌توان در نظر گرفت زمانی است که سیالی با چگالی بیشتر بر روی سیال سبک‌تر قرار بگیرد. شکل ۱ مصداق‌های طبیعی از این فرایند را نمایش می‌دهد. ناپایداری دیگری که به آن اشاره شد ناپایداری کلونین-هلمولتز است و زمانی رخ می‌دهد که سیال

¹Rayleigh-Taylor ²Kelvin-Helmholtz ³Saffman-Taylor ⁴Viscous Fingering ⁵Mammatus Cloud ⁶Enhanced Oil Recovery (EOR)

آن، نیوتونی یا غیرنیوتونی بودن سیال و همچنین ارائه روش های مختلف حل غیرخطی و یا راهکارهایی برای پایداری مرز از جمله مسائلی هستند که در این نوع ناپایداری مورد بررسی قرار گرفته اند.

در ادامه این پژوهش، ابتدا به صورت مختصر در مورد این نوع ناپایداری و پارامترهای آن صحبت می شود. سپس فاکتورهای مهمی که این نوع ناپایداری را بررسی و تحلیل می کنند ارزیابی می شود. هدف از این پژوهش، آشنایی مخاطب با ناپایداری انگشتی شدن لزج و مفاهیمی است که در آن بکار می رود.

۲ ناپایداری انگشتی شدن لزج

۱.۲ مکانیزم ایجاد ناپایداری

فرض کنید سیالی با ویسکوزیته μ_1 و سرعت ثابت U در حال جابجایی سیال دومی با ویسکوزیته μ_2 در یک محیط متخلخل با ضریب نفوذپذیری K است. برای مدل سازی جریان در محیط متخلخل از رابطه داری استفاده می شود، لذا برای حرکت در یک بعد:

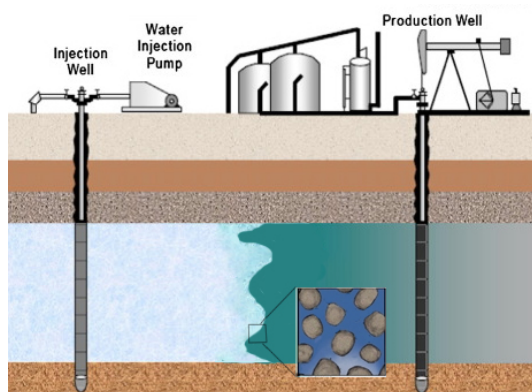
$$\frac{dp}{dx} = -\mu \frac{U}{K} \quad (1)$$

که اگر به دلیل وجود یک اغتشاش کوچک مرز مشترک دارای یک فرورفتگی کوچکی $d\delta$ شود، نیروی اختلاف فشار ناشی از این فرو رفتگی با توجه به رابطه ۱ به صورت زیر خواهد بود:

$$\delta p = (p_1 - p_2) = [(\mu_2 - \mu_1)U/K]d\delta \quad (2)$$

با توجه به این رابطه می توان گفت که اگر علامت اختلاف فشار مثبت باشد، اغتشاش رشد می کند و ناپایداری رخ می دهد که با توجه به جهت جریان که سیال اولیه در حال جابجایی سیال ثانویه است، اگر $\mu_1 < \mu_2$ باشد ناپایداری اتفاق خواهد افتاد. لذا به عنوان یک اصل می توان گفت اگر سیالی با ویسکوزیته کمتر سیال ویسکوزتر را در محیط متخلخل جابجا کند ناپایداری همواره رخ می دهد. به صورت کلی برای نمایش اختلاف ویسکوزیته در مساله ناپایداری از «نسبت تحرک»^۱ استفاده می شود که برابر با رابطه زیر می باشد:

$$MR = \frac{(\mu/k)_2}{(\mu/k)_1} \quad (3)$$

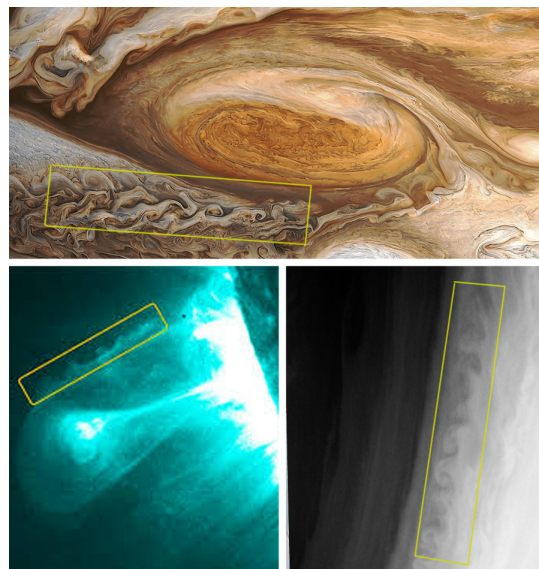


شکل ۳: فرایند ازدیاد برداشت نفت [۵]

نفت با استفاده از فرایند ازدیاد برداشت نفت بین ۲۰ تا ۴۰ درصد است [۳]. با توجه به اهمیت و وابستگی به این نوع انرژی، مطالعه و شناخت این مساله و ناپایداری که در آن رخ می دهد دارای اهمیت بالایی است.



شکل ۱: نمونه های طبیعی از ناپایداری رایلی تیلور



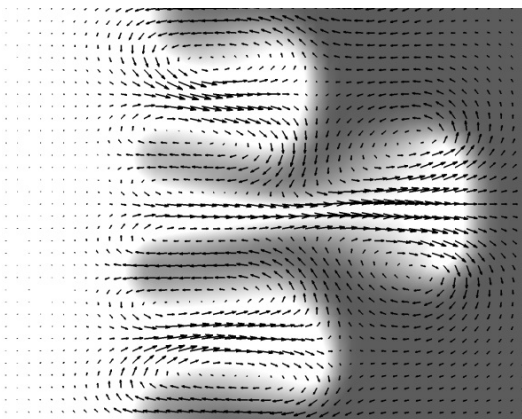
شکل ۲: ایجاد ناپایداری کلون هلمولتز در سطح جو مشتری، حلقه های زحل و سطح خورشید

ناپایداری انگشتی شدن لزج ابتدا با نام ناپایداری سافتمن-تیلور شناخته می شد و بعدها برای اولین بار توسط هیل به صورت تجربی مورد بررسی قرار گرفت [۴]. به دلیل اهمیت مساله از آن سالها تاکنون محققان بیشماری مطالعات خود را معطوف به این نوع ناپایداری کرده اند و علاوه بر انجام آزمایش های تجربی، شبیه سازی غیرخطی و حل خطی آن را نیز مورد بررسی قرار داده اند. از آنجایی که این نوع ناپایداری در یک محیط متخلخل یا یک سلول هل-شاو رخ می دهد، جنبه های مختلف از جمله همگنی یا ناهمگنی محیط، قابل امتزاج یا غیرقابل امتزاج بودن سیال، نوع هندسه مورد بررسی به صورت مستطیلی یا دایروی، در نظرگیری واکنش شیمیایی یا عدم فرض

¹Mobility Ratio (MR)

۳.۲ الگوهای انگشتی

انگشتی ها پس از رشد الگوهای مختلفی را ایجاد می کنند، چرا که هر انگشتی متناسب با اغتشاش اولیه شکل متفاوتی را می تواند ایجاد کند. بین نقطه آغازین یک انگشتی تا انتهای آن یک جریان رفت و برگشتی وجود دارد (شکل ۵)، هنگامی که یک انگشتی با سرعت بیشتری نسبت به سایر انگشتی ها در حال حرکت باشد به دلیل وجود جریان های کوچک عمود بر جهت جریان در سر انگشتی کم کم سر آن پهن تر می شود که یکی از ساده ترین الگوهاست که به آن پدیده انتشار^۲ می گویند. به علت سرعت بیشتر این انگشتی، دارای طول بیشتری نیز نسبت به انگشتی های مجاور می باشد که باعث تداخل بین جریان رفت و برگشت بین هر دو شده و سر انگشتی با طول کمتر به سمت انگشتی طویل تر کشیده می شود که اگر از یک سو باشد به آن کشیده شدن آمیختگی کناری^۳ و اگر از دو سو این اتفاق رخ دهد به آن آمیختگی دو سو^۴ می گویند. همزمان با کشیده شدن این انگشتی در انگشتی کناری، باعث می شود تا انگشتی بلندتر در نقطه ای که انگشتی کناری در حال نفوذ به آن است باریک تر شده و سیال اولیه نتواند مسیر خود را در این انگشتی ادامه دهد، لذا به مرور زمان از سرعت پیشروی این انگشتی کاسته شده و آرام آرام محو می شود. به باریک تر شدن طول انگشتی در محل ناشی از آمیختگی، گلوبی شدن^۵ و به کم شدن غلظت سر انگشتی پدیده محو شدن^۶ می گویند. از طرفی در همین هنگام که انگشتی در انگشتی کناری خود نفوذ کرده است، سیال ثانویه در بین این دو انگشتی به دام می افتد و چون دیگر توسط سیال ثانویه تغذیه نمی شود، به مرور زمان محو خواهد شد. این پدیده که سیال ثانویه در دام سیال اولیه می افتد در شبیه سازی غیرخطی ناپایداری به نام حلقه جدا مانده^۷ شناخته می شود. الگوی مهم دیگری نیز که بسیار مورد توجه قرار گرفته است الگوی دوشاخه ای شدن^۸ است. در این حالت سر انگشتی تا حدی پهن می شود و به علت وجود گرادیان غلظت بالا و جریان موجود، سر انگشتی شکافته شده و به دو انگشتی جدید تبدیل می شود. همچنین این احتمال وجود دارد که این دو انگشتی بوجود آمده هم اندازه نباشند و یکی از آنها رشد بیشتری کند. در این حالت امکان دارد انگشتی بزرگتر همراه با جریان حرکت و رشد کرده و ناپایدارتر شود و به دو بخش دیگر تقسیم شود و این فرایند تکرار شود که از آن به عنوان شاخه ای شدن انگشتی از کنار^۹ یاد می شود.



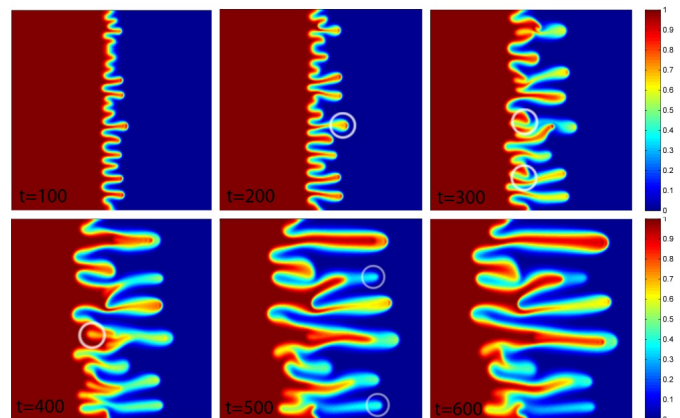
شکل ۵: جریان در انگشتی، برهم نهی بردار سرعت و کانتور غلظت [۷]

که به ازای MR بزرگتر از یک سیستم ناپایدار است. در صورت همگن بودن محیط (k ثابت) همان نسبت ویسکوزیته حاصل می شود. لازم به توجه است که هرچه قدر این نسبت بیشتر باشد، ناپایداری ایجاد شده بیشتر خواهد بود. [۶]

۲.۲ مدل سازی

به منظور ساده سازی جریان سیال در یک محیط متخلخل، بیشتر محققان این محیط را با یک سلول هل-شاو^۱ مدل سازی می کنند. سلول هل-شاو دو صفحه موازی به هم به طول L و عرض H است که در فاصله بسیار نزدیک b ($b \ll H$) بر روی هم قرار دارند و سیال از یک سمت وارد شده و در راستای طول حرکت میکند و سیال ثانویه را جابجا می کند و از سمت دیگر خارج می شود. این سلول جریان سیال را در یک محیط دوبعدی متخلخل مدل می کند. ضریب نفوذپذیری این محیط برای سرعت کم سیال و عدد رینولدز پایین برابر با $b^2/12$ است. برای شبیه سازی این نوع ناپایداری از معادلات پیوستگی، داری و جابجایی نفوذ استفاده می شود. همچنین عموماً جهت راحتی در ساده سازی معادلات، ویسکوزیته سیال به صورت تابعی از غلظت در نظر گرفته می شود.

نکته قابل توجه این است که محیط همواره دارای اغتشاش های طبیعی می باشد که این اغتشاش ها بر روی فرایندهای مختلف تاثیر می گذارند. ناپایداری انگشتی شدن نیز از این قضیه مستثنی نیست، لذا یکی از شروط ایجاد ناپایداری در یک فرایند جابجایی وجود اغتشاش های اولیه ای هستند که به سیستم وارد می شوند. به همین منظور همواره در شبیه سازی باید به مرز مشترک دو سیال اغتشاش دلخواه کوچکی را به عنوان شرط اولیه به سیستم وارد کرد. این اغتشاش ها در صورت وجود شرایط لازم (که در قسمت قبل توضیح داده شد) رشد خواهند کرد و تبدیل به انگشتی شکل هایی می شوند. کانتور غلظت شکل ۴ نمونه ای از رشد انگشتی ها را در شبیه سازی این نوع ناپایداری به ازای نسبت ویسکوزیته ۲۴ به نمایش می گذارد. همانطور که در شکل مشخص است سیال اولیه (سمت چپ مرز) بجای جاروب کردن سیال ثانویه (سمت راست مرز) در آن در حال ایجاد ناپایداری است و انگشتی هایی را ایجاد می کند. این انگشتی ها پس از رشد کردن ممکن است با یکدیگر ترکیب شوند و الگوی های مختلفی را ایجاد کنند.



شکل ۴: شبیه سازی ناپایداری انگشتی شدن لزج و چگونگی رشد آن [۷]

¹Hele-Shaw Cell ²Spreading ³Side Merging ⁴Double coalescence ⁵Necking ⁶Fading ⁷Trailing lobe detachment ⁸Tip Splitting ⁹Side Branching

۳ جمع بندی

در این گزارش به صورت بسیار مختصر به پدیده ناپایداری هیدرودینامیکی انگشتی شدن پرداخته شد و سعی شد کلیات این نوع ناپایداری تشریح شود، چرا که ادبیات موضوع نشان می دهد که هرچند در دهه ۵۰ میلادی این نوع ناپایداری برای اولین مشاهده شد، اما به دلیل اهمیت نفت خام به عنوان از یکی از ترکیبات مهم از منابع هیدروکربنی و نقش مهمی که در تامین مواد و انرژی در جهان بازی می کند، همچنان محققان بسیاری تحقیقات خود را بر روی این مساله معطوف کرده اند. با توجه به حجم بالایی که این منابع زیر زمینی دارند، بیشتر تحقیقات صورت گرفته در این مساله علاوه بر شناخت بیشتر، سعی در افزایش بازدهی جارویی و کاهش ناپایداری دارد. لذا با توجه به اتکای منبع اقتصادی ایران بر پایه صنعت نفت و گاز به عنوان پردرآمدترین آن و همچنین مشترک بودن تعداد قابل توجهی از میادین دریایی بین کشورهای حوزه خلیج فارس، اهمیت پژوهش، تولید و انتقال فناوری در زمینه ازدیاد برداشت و افزایش تولید از این میادین ضروری به نظر میرسد. از طرفی در راستای اهداف کلان صنعت نفت کشور در طول برنامه پنجم توسعه و در جهت نیل به افزایش سهم تولید و افزایش استخراج نفت با اولویت میادین مشترک حتی به میزان حداقل یک درصد، باعث حفظ جایگاه ایران و تولید خواهد شد.

مراجع

- [1] Sharp D. H., *An overview of Rayleigh-Taylor instability*, Physica D: Nonlinear Phenomena, vol.12, no. 1-3, pp. 10-13, 1984.
- [2] Youngs D. L. *Rayleigh-Taylor mixing: direct numerical simulation and implicit large eddy simulation*, Physica Scripta, vol.92, no. 7, pp. 14, 2017.
- [3] Muggeridge. A, Cockin. A, Webb. W, Framp-ton. H, Collins. I, Moulds. T, Salino .P *Recovery rates, enhanced oil recovery and technological limits*, Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, vol.372, no. 2006, pp. 20120320-20120320, 2014.
- [4] Hil S. *Channeling in packed columns*, Chem. Eng. Sci., vol 1, pp 247-253, 1952.
- [5] El-hoshoudy A.N., Desouky S.E.M., Elkady M.Y., Al-Sabagh A.M., Betiha M.A., Mahmoud S. *Hydrophobically associated polymers for wettability alteration and enhanced oil recovery – Article review*, Chem. Eng. Sci., vol 26, no. 3, pp 757-762, 2017.
- [6] Homsy G. M. *Viscous Fingering in Porous Media*, Ann. Rev. Fluid Mech., vol 19, no. 1., pp 271-311, 1987.
- [7] Shahnazari M. R., Maleka Ashtiani I., Saberi. A *Linear stability analysis and nonlinear simulation of the channeling effect on viscous fingering instability in miscible displacement*, Physics of Fluids, vol 30, pp 034106, 2018.

در شکل ۴ می توان برخی از این الگوها را مشاهده کرد که شامل پدیده انتشار در زمان ۲۰۰، آمیختگی از کناره و دو سویه و همچنین گلوبی شدن در زمان ۳۰۰، حلقه جدا مانده در زمان ۴۰۰ و الگوی محو شدن در زمان ۵۰۰ می باشد.

۴.۲ پارامترهای کمی

همانطور که ذکر شد علاوه فراهم بودن شرط ویسکوزیته، وجود اغتشاش اولیه نیز در رخداد ناپایداری لازم است. اما از آنجایی که این اغتشاش ها به صورت تصادفی هستند، شکل های انگشتی های ایجاد شده در دو شبیه سازی کاملاً یکسان، متفاوت از هم خواهد بود. اما محققان با مطالعه بیشتر مساله دریافتند که اگرچه به صورت کیفی الگوی های انگشتی ها با هم متفاوت است، اما اگر میانگین غلظت سیال ها را در عرض صفحه محاسبه کنیم و مساله را یک بعدی در نظر بگیریم، این میانگین برای شبیه سازی های یکسان اعداد نزدیک به همی را نمایش می دهد. لذا برای مقایسه این نوع ناپایداری به صورت کمی، ابتدا اطلاعات موجود در کانتور غلظت را به صورت میانگین غلظت عرضی (که یک بعدی است) تبدیل می کنند و سپس تحلیل های مربوط را انجام می دهند. به عنوان مثال می توان از پارامتر طول اختلاط^۱ نام برد که مبنای آن میانگین غلظت عرضی است. طول اختلاط در ناپایداری انگشتی برای بیان مقدار پیشرفت انگشتی ها در محیط متخلخل استفاده می شود و با اندازه گیری فاصله بین دو نقطه ای که مقادیر مشخصی از غلظت میانگین عرضی را دارد بدست می آید. به عنوان مثال به فاصله دو نقطه ای که غلظت میانگین عرضی آنها بین ۱ تا ۹۹ درصد غلظت اولیه سیال جابجاکننده است طول اختلاط می گویند. طول اختلاط بزرگتر، نشان دهنده پیشرفت و گسترش ناپایداری در فرایند جابجایی سیال است.

پارامتر دیگری که در فرایند ناپایداری مورد توجه قرار می گیرد، بازده جارویی^۲ است و به صورت حجم سیال جابجا شده در یک محیط متخلخل نسبت به حجم کل موجود از آن سیال تعریف می شود. هرچقدر ناپایداری بیشتر باشد تعداد انگشتی ها نیز بیشتر بوده و باعث می شود حجم کمتری از سیال ثانویه جاروب شود، لذا بازدهی نیز به میزان قابل توجهی کاهش می یابد. فاکتور سطح تماس^۳ نیز یکی دیگر از پارامترهایی است که عموماً در مسائل ناپایداری مورد توجه قرار می گیرد. این پارامتر به طول مرز مشترک سیال جابجاکننده و جابجا شونده اطلاق می شود. با توجه به شکل انگشتی ها می توان حدس زد که هرچقدر الگوی انگشتی ها پیچیده تر باشد، مرز مشترک بین دو سیال نیز بیشتر شده و سطح تماس عدد بزرگتری را نمایش می دهد. لازم به ذکر است در مسائل ناپایداری جابجایی در محیط متخلخل، در بی بعد سازی که انجام می شود غلظت سیال جابجاکننده و جابجا شونده به ترتیب برابر یک و صفر خواهد بود، لذا مرز مشترک جایی است که غلظت سیال برابر ۰/۵ باشد. تمامی فاکتورهای ذکر شده معیارهایی برای مقایسه ناپایداری فرایند جابجایی در حالات مختلف شبیه سازی (مثل تغییر نسبت طول به عرض، تغییر نسبت ویسکوزیته، همگنی یا ناهمگنی محیط و در نظر گیری توابع مختلف برای ناهمگنی، نیوتونی یا غیر نیوتونی در نظر گرفتن سیال ...) به صورت کمی هستند.

¹Mixing Length ²Sweep Efficiency ³Contact Area