مجله علمی ترویجی انجمن مهندسان مکانیک ایران
ISSN: 1605-9719
سال ۲۷، شماره ۱۲۱، صفحات ۲۸ ـ ۳۵

معرفی مدل احتراقی اضمحلال گردابه

محمد صفرزاده
دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران
m.safarzadeh@modares.ac.ir

◄ چکیده

مدل‌سازی جریان واکنشی در شرایطی که جریان آرام باشد (و حتی زمانی که جریان اغتشاشی می‌شود اما اغتشاش به‌طور مستقیم شبیه‌سازی می‌شود) بدون نیاز به مدل‌سازی شدت واکنش، مستقیماً به‌صورت عددی مدل‌سازی می‌شود؛ اما زمانی که جریان مغشوش می‌شود و جریان اغتشاشی مدل‌سازی می‌شود، نیاز است که اثرات متقابل آشفتگی و واکنش مدنظر قرار گیرد. به‌منظور مدل‌سازی اثرات متقابل آشفتگی و واکنش، روش‌های متفاوتی ارائه شده است. یکی از مدل‌هایی که توانایی مدل‌سازی اثرات متقابل آشفتگی و واکنش را دارد مدل EDC می‌باشد که در این گزارش سعی بران است این مدل موردبررسی قرار گیرد. آن‌گونه که در مراجع اشاره‌شده است مدل EDC به شکل آبشار انرژی در نظر گرفته می‌شود که انرژی مکانیکی از گردابه‌های بزرگ‌مقیاس به گردابه‌های کوچک‌مقیاس منتقل می‌شود و بر اساس همین نظریه آبشار انرژی است که روابط حاکم بر این روش استخراج میشود. در این گزارش سعی شده است تا حد امکان و به‌صورت مختصر تئوری حاکم بر مدل EDC بیان شود و سیر تکامل این روش موردبررسی قرار گیرد و همچنین روش‌های متعددی که در جهت توسعه این مدل اقدام کرده‌اند، موردبررسی قرار گیرد و در آخر نیز محدوده‌ی کارایی این روش به‌صورت کلی بیان شود.

◄ واژگان کلیدی

روش اضمحلال گردابه (EDC)
مدل احتراقی
جریان واکنشی

◄ تاریخچه مقاله

تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۰۷/۰۸
تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۸/۲۶

۱ مقدمه

تأمین و تولید انرژی یکی از دغدغه‌های اصلی بشر بوده است. امروزه محدودیت منابع سوخت فسیلی و مباحث زیست‌محیطی، محققان را به سمت راهکارهای بهینه‌تر تولید انرژی و سایر منابع تولید انرژی سوق داده است، از طرف دیگر جمعیت جهان رو به افزایش هست و این به آن معناست که نیاز به انرژی بیشتری هستند.

علاوه بر کمبود منابع سوخت فسیلی یکی دیگر از دغدغه‌هایی که در زمینه‌ی انرژی فسیلی موردبررسی قرار می‌گیرد مضرات اکسید کربن و نیتروژن ناشی از احتراق سوخت‌های فسیلی هستند، به‌عنوان‌مثال پیش‌بینی می‌شود که گرمایش زمین ناشی از فعالیت‌های انسانی هست به‌نحوی‌که طی ۵۰ سال گذشته در هر ۱۰ سال به طور تقریبی ۱۳/۰ درجه‌ی سلسیوس افزایش دما صورت گرفته است. عمده‌ی این تغییرات دما ناشی از گازهای حاصله از احتراق سوخت فسیلی هست [۱].

با توجه به این مقدمه می‌توان متوجه شد که استفاده‌ی بهینه و حداکثری از انرژی فسیلی تنها راه ممکن در برخورد با سوخت فسیلی هست؛ اما استفاده‌ی بهینه از انرژی‌های فسیلی مستلزم استفاده از فناوری‌های نوین به‌جای فناوری‌های متداول هست. همچنین ظهور فناوری‌های نو نیازمند به‌کارگیری روش‌های جدید برای مدل‌سازی این فناوری‌ها هست ازاین‌رو باید روش‌هایی مورداستفاده قرار گیرد که توانایی مدل‌سازی احتراق موردنظر تحت شرایط خاص را داشته باشد تا بتوان حالت بهینه برای مدل‌سازی احتراق را پیش‌بینی نمود.

در حالت کلی احتراق در دو حالت پیش‌آمیخته[1] و غیرپیش‌آمیخته[2] صورت می‌گیرد؛ که این دو نوع احتراق نیز می‌توانند به دو نوع احتراق آرام[3] و احتراق اغتشاشی[4] تقسیم‌بندی شوند. هر یک از این مودهای احتراقی نیازمند مدل‌سازی خاص خود هستند. به‌عنوان‌مثال برای حالتی که احتراق آرام باشد مدل‌سازی را می‌توان با استفاده از معادلات پایه (نظیر پیوستگی، ممنتوم، انرژی و بقای گونه) گسسته سازی نمود [۲] و به‌صورت عددی حل نمود اما زمانی که احتراق اغتشاشی می‌شود به دلیل حضور اغتشاش و واکنش بین واکنش‌دهنده‌ها مسئله پیچیده می‌شود؛ به‌عبارت‌دیگر اغتشاش و احتراق بر یکدیگر اثر متقابل می‌گذارند و مسئله را دشوارتر می‌کنند.

از طرفی، اغتشاش باعث اختلاط مناسب واکنش‌دهنده‌ها شده و واکنش را تسریع می‌بخشد و از سوی دیگر احتراق باعث می‌شود که اغتشاش تقویت شود؛ چراکه درزمانی اندک، انرژی زیادی آزاد می‌شود و لذا نوسانات زیادی در سرعت و سایر پارامترها ایجاد می‌کند و به‌عبارت‌دیگر اغتشاش در جریان وارد می‌کند. در این صورت نیاز است با به‌کارگیری مدل‌های مناسب عددی، اثر متقابل شیمی و اغتشاش موردنظر قرار گیرد. البته زمانی که اغتشاش به‌صورت مستقیم شبیه‌سازی می‌شود؛ اثر متقابل احتراق و اغتشاش خودبه‌خود شبیه‌سازی می‌شود اما زمانی که اغتشاش مورد مدل‌سازی قرار می‌گیرد نیاز است که اثر متقابل احتراق و اغتشاش وارد مدل‌سازی عددی

[1] Premixed [2] Un-Premixed [3] Laminar-Combustion [4] Turbulent-Combustion

گردد [۳].

۱.۱ تاثیر متقابل احتراق و اغتشاش

در حالت کلی می‌توان گفت مود احتراق اغتشاشی محدوده‌ی وسیعی از مودهای احتراقی را شامل می‌شود و کاربرد فراوانی در صنعت دارد لذا مطالعه و مدل‌سازی مود احتراق اغتشاشی یکی از الزامات پیشرفت و توسعه صنایع مربوط به احتراق هست به‌عبارت‌دیگر برای افزایش راندمان و کاهش آلودگی نیاز است که نحوه‌ی مدل‌سازی این مود احتراقی بیشتر موردبررسی قرار گیرد. ازآنجاکه به‌کارگیری فن‌های تحلیلی[1] در احتراق سخت و اکثراً غیرممکن هست لذا مدل‌سازی احتراق به‌واسطه‌ی روش‌های عددی پیشرفت چشم‌گیری کرده است اما همچنان مدل‌سازی عددی جریان‌های واکنشی اغتشاشی یکی از موضوعات پیچیده و به‌روز هست [۳] چراکه:

۱. احتراق، حتی بدون در نظر گرفتن اغتشاش یکی از پر چالش‌ترین موضوعات هست چراکه برای مدل‌سازی احتراق نیاز به در نظر گرفتن واکنش‌های فراوان همراه با گونه‌های متفاوت هست.

۲. اغتشاش در جریان‌های غیر واکنشی نیز همچون احتراق از مباحثی است که باوجود انجام تحقیقات فراوانی در این زمینه، هنوز به‌صورت کامل حل نشده است.

۳. در جریان واکنشی اغتشاشی، علاوه بر پیچیدگی‌هایی که اغتشاش و احتراق وارد مسئله می‌کنند، تأثیرات متقابل اغتشاش و احتراق نیز مزید بر علت شده و پیچیدگی‌های خاص خود را وارد مسئله می‌کند.

با توجه به این مطالب می‌توان متوجه شد برای مدل‌سازی جریان واکنشی اغتشاشی نیاز است ضمن مدل‌سازی احتراق و اغتشاش، تأثیرات متقابل این دو بر یکدیگر نیز مدل‌سازی شود. به‌منظور واردکردن اثرات متقابل اغتشاش و احتراق نیاز است نوع جریان واکنشی مشخص‌شده و بسته به نوع جریان واکنشی مدلی که بتواند اثر متقابل اغتشاش و احتراق را وارد مدل‌سازی نماید، اتخاذ گردد.

۲.۱ مدل احتراقی

همانگونه که بیان شد برای جریان احتراقی–اغتشاشی نیاز به مدل‌سازی اغتشاش هست، به این منظور عمدتاً دو مدل اغتشاشی RANS و LES مورداستفاده قرار می‌گیرد. برای استفاده از RANS نیاز به متوسط‌گیری از کلیه‌ی معادلات حاکم هست و یا اگر از مدل LES استفاده شود نیاز است که معادلات و پارامترها فیلتر گیری شوند در هر دو صورت نیاز است که از معادلات پایه یا متوسط گرفته شود و یا فیلترگیری شود در این صورت ترم مربوط به‌شدت واکنش در معادله‌ی بقای گونه‌ها و همچنین ترم منبع در معادله‌ی انرژی نیز نیاز به متوسط‌گیری و یا فیلترگیری دارد و ازآنجاکه ترم مربوط به‌شدت واکنش (روابط معمول آرنیوس[2] و نظیر آن) به‌شدت غیرخطی هستند، متوسط‌گیری و یا حتی فیلترگیری از این روابط ساده نیست [۴].

مسئله‌ای که وجود دارد؛ این است که آیا امکان دارد که در معادلات رایج مربوط به‌شدت واکنش از مقادیر متوسط (روش RANS) و یا از مقادیر فیلترگیری شده (روش lrLES) استفاده کرد و در روابط جایگذاری کرد؟ جوابی که به این سؤال می‌دهند به این صورت است که معادلات پایه‌ای که برای شدت واکنش استخراج شده‌اند (روابط معمول آرنیوس و نظیر آن) بر اساس پارامترهای لحظه‌ای هستند و لذا صحیح نیست که مقادیر متوسط‌گیری شده و یا مقادیر فیلترگیری شده در این روابط جایگذاری شود [۳]. درهرصورت دیگر نمی‌توان از روابط معمول آرنیوس و نظیر آن، که برای محاسبه‌ی شدت واکنش ارائه‌شده است، استفاده نمود. به‌عنوان مثال در مرجع [۳] مثالی از یک واکنش تک‌مرحله‌ای ذکر می‌شود که در آن شدت واکنش با رابطه‌ای مثل رابطه‌ی آرنیوس محاسبه می‌شود (رابطه‌ی ۱). این رابطه (شدت واکنش)، رابطه‌ای غیرخطی بر اساس دما و کسر جرمی است. به‌منظور بررسی تاثیر اغتشاش، شدت واکنش حول مقادیر متوسط توسط بسط تیلور، بسط داده می‌شود و نتایج آخر با نتایجی که در آن فقط از مقادیر متوسط استفاده‌شده باشد مقایسه می‌شود.

$$F + sO \rightarrow (1+s)P \qquad (1)$$

$$\dot{\omega}_i = -A_1 \rho^2 T^{\beta} Y_F Y_o \exp\left(-\frac{T_A}{T}\right)$$

حال اگر رابطه‌ی (۱) با استفاده از بسط تیلور، حول مقادیر متوسط‌گیری شده بسط داده شود، ترم‌هایی در معادلات ظاهر می‌شوند که ناشی از نوسانات مقادیر متوسط‌گیری شده است و در جریان اغتشاشی به هیچ صورت نمی‌توان از آن‌ها صرف‌نظر کرد چراکه مقادیر نوسانات در جریان اغتشاشی به‌شدت بزرگ هستند. در این صورت دیگر نمی‌توان از روابط معمول، که برای شدت واکنش ارائه می‌شود، استفاده کرد و نیاز است روابط جدیدی برای شدت واکنش، در حالتی که جریان اغتشاشی مورد مدل‌سازی قرارگرفته است، ارائه نمود [۳].

لازم به ذکر است که روابط جدید برای شدت واکنش تنها در حالتی است که اغتشاش مورد مدل‌سازی قرارگرفته باشد و اگر اغتشاش به‌صورت مستقیم (DNS) مدل‌سازی شود دیگر نیاز به ارائه روابط جدید برای شدت واکنش نیست و می‌توان از همان روابط معمول نظیر آرنیوس استفاده کرد.

تعریف مدل‌های احتراقی اغتشاشی در یک جمله به‌صورت زیر قابل‌بیان است:

"مدل‌های احتراقی اغتشاشی، مدل‌هایی هستند که اثرات اغتشاش بر نرخ انجام واکنش را (به‌صورت مستقیم) و برترم منبع در معادله‌ی انرژی (به‌صورت غیرمستقیم) وارد معادلات می‌نمایند."

مدل‌های متفاوتی برای مدل کردن اثرات اغتشاش برشدت واکنش وجود دارد ازجمله مدل شکست گردابه (EBU)، مدل PDF، مدل G equation، مدل فلیملت و غیره. در این میان مدل احتراقی اضمحلال گردابه (EDC) به علت سادگی روابط و کارایی بالا، به‌طور گسترده مورد استقبال قرارگرفته است [۵].

۲ معرفی مدل اضمحلال گردابه و تاریخچهی آن

در جریان واکنشی اغتشاشی نمی‌توان به‌طور مستقیم از معادلاتی نظیر آرنیوس استفاده کرده و لذا نمی‌توان از جاگذاری پارامترهای متوسط‌گیری شده در

[1] Analytical Techniques [2] Arrhenius

آن‌ها شدت واکنش را مدل کرد بنابراین نیاز است یک سری اصلاحات تحت عنوان مدل احتراقی صورت بگیرد و از این طریق شدت واکنش مدل شود به این منظور در سال ۱۹۷۱ مدلی توسط اسپالدینگ[1] [۶] ارائه شد. در این مدل روابط آرنیوس و حرکت اغتشاشی به نحوی کوپل شده است که اثرات نوسانات ناشی از اغتشاش در ترم شدت واکنش وارد شود.

مگناسن و هجارتاگر [۷] در سال ۱۹۷۶ با ایده گرفتن از روش ارائه‌شده توسط اسپالدینگ، مدل احتراقی اضمحلال گردابه[2] را ارائه دادند. این مدل ابتدا برای جریان غیرپیش‌آمیخته ارائه شد و در مرحله‌ی بعد برای جریان پیش‌آمیخته نیز مورد تست قرار گرفت و نتایج قابل قبولی را از خود نشان داد. این مدل از مدل شکست گردابه ایده گرفته و آن را توسعه دادند و با استفاده از فرضیاتی مدلی جامع‌تر ارائه دادند. فرضیات ارائه‌شده در این مدل به‌صورت زیر است:

۱. در شعله‌ی غیرپیش‌آمیخته، سوخت و اکسیدان تشکیل گردابه‌های جداگانه می‌دهند.
۲. در شعله‌ی پیش‌آمیخته، واکنش‌دهنده‌ها و محصولات با دمای بالا، تشکیل گردابه‌های جداگانه می‌دهند.
۳. واکنش در ابعاد گردابه‌های کوچک (اصطلاحاً Fine Structure) اتفاق می‌افتد جایی که گردابه‌های کوچک واکنش‌دهنده به هم می‌رسند.
۴. واکنش در اکثر حالات خیلی سریع هست لذا به‌محض برخورد گردابه‌ها واکنش صورت می‌گیرد.
۵. نرخ انجام واکنش هم‌ارز با نرخ اضمحلال گردابه‌ها ست.

در این مدل فرض شده است که سرعت انجام واکنش شیمیایی چنان زیاد است که به‌محض ملاقات گردابه‌های سوخت و اکسیدان با یکدیگر واکنش صورت می‌گیرد و درواقع زمان انجام واکنش از زمان مشخصه‌ی اغتشاشی کمتر است چراکه قبل از اضمحلال گردابه‌ها واکنش صورت می‌گیرد. با استفاده از این فرضیات برای جریان غیرپیش‌آمیخته، درصورتی‌که واکنش تک‌مرحله‌ای باشد (رابطه‌ی (۱))، شدت واکنش را به‌صورت رابطه‌ی (۲) ارائه دادند:

$$R_f = A.\tilde{c}_f(\varepsilon/k)\left(\frac{kg}{m^3}/s\right) \qquad (۲)$$

و اگر در جریانی غلظت اکسیژن کم باشد و درواقع اکسیژن محدودکننده باشد شدت واکنش به‌صورت رابطه‌ی (۳) ارائه می‌شود:

$$R_f = A.\left(\tilde{c}_{O_2}/s\right)(\varepsilon/k)\left(\frac{kg}{m^3}/s\right) \qquad (۳)$$

در روابط (۲) و (۳) که برای جریان غیرپیش‌آمیخته ارائه‌شده‌اند، C معرف غلظت و به ترتیب معرف انرژی جنبشی و نرخ اضمحلال گردابه‌ها است و اما ضریب A ضریبی ثابت است که بستگی به ساختار شعله و شدت واکنش دارد. اگر به معادلات بالا دقت شود می‌توان متوجه شد که به‌صورت خیلی ساده، شدت واکنش بسته به اینکه سوخت و یا اکسیدان محدودکننده باشند تعریف کرده‌اند و درواقع شدت واکنش برابر است با مقدار غلظت محدودکننده‌ای که در زمان مشخصه (ϵ/k) مصرف می‌شود و ازآنجاکه در زمان مشخصه تمام غلظت در نظر گرفته‌شده مصرف می‌شود و به محصولات تبدیل می‌شود لذا تمام غلظت محدودکننده را بر زمان مشخصه به‌عنوان شدت واکنش در نظر گرفته‌شده است [۷].

همان‌گونه که اشاره شد مدل اولیه برای جریان پیش‌آمیخته نیز رابطه‌ای ارائه داده است. از انجا که این روش بر اساس گردابه‌ها و اضمحلال آن‌ها بناشده است، بنابراین جریان پیش‌آمیخته به این صورت فرض شده است که گردابه‌هایی از مواد واکنش‌دهنده و گردابه‌هایی از مواد داغ محصولات با یکدیگر ملاقات می‌کنند و شرط اولیه برای احتراق (دمای بالا) در گردابه‌های واکنش‌دهنده به دست می‌آید و لذا واکنش صورت می‌گیرد. در این صورت معادلاتی که برای شدت واکنش در جریان غیرپیش‌آمیخته ارائه می‌شود به‌صورت رابطه‌ی (۴) می‌شود:

$$R_f = A.B\left(\tilde{c}_P/(1+s)\right)^{\varepsilon}/k\left(\frac{kg}{m^3}/s\right) \qquad (۴)$$

همان‌گونه که مشاهده می‌شود رابطه‌ای که برای جریان پیش‌آمیخته ارائه‌شده است با رابطه‌ای که برای جریان غیرپیش‌آمیخته ارائه‌شده بود تفاوت چندانی نمی‌کند فقط در جریان پیش‌آمیخته غلظت را مربوط به محصولات در نظر گرفته‌اند ولی در جریان غیرپیش‌آمیخته غلظت را مربوط به واکنش‌دهنده‌ها در نظر می‌گرفتند.

نکته‌ی مهم دیگر اینکه ترم ϵ/k در معادلات معرف عکس زمان مشخصه‌ی اغتشاشی است و درواقع معرف عکس زمان مشخصه مربوط به واکنش هست چراکه فرض شده است که نرخ انجام واکنش سریع هست و درواقع انجام واکنش توسط اغتشاش محدود می‌شود و به‌عبارت‌دیگر زمان مشخصه مربوط به واکنش را باید زمان مشخصه اغتشاش در نظر گرفت (البته برای حالتی که نرخ انجام واکنش کند باشد با انجام اصلاحاتی قابل تعمیم هست).

مدل اضمحلال گردابه همچون مدل EBU با این فرض ارائه می‌شود که ناحیه‌ی واکنشی به‌صورت مجموعه‌ای از بسته‌های واکنشی هستند که با گردابه‌های اغتشاشی منتقل می‌شوند و درواقع ناحیه‌ای که اختلاط واکنش‌دهنده‌ها و احتراق در آن‌ها صورت می‌گیرد مقدار جزئی از کل حجم مخلوط است (که بسیار جزئی و در حد گردابه‌های کوچک است) و در آن گردابه‌ها، اضمحلال صورت می‌گیرد و ازاین‌روست که این روش به اضمحلال گردابه معروف شده است.

۱.۲ تاریخچه مدل اضمحلال گردابه

توضیحاتی که آورده شد مربوط به مدل اولیه‌ی اضمحلال گردابه بود که مگناسن و هجارتاگر [۷] در سال ۱۹۷۶ با ایده گرفتن از روش ارائه‌شده توسط اسپالدینگ (مدل EBU)، مدل احتراقی اضمحلال گردابه را ارائه دادند؛ اما این مدل در طول زمان تغییرات زیادی کرده است و کامل‌تر شده است به صورتی که در حال حاضر قادر به پاسخ‌گویی برای تمام مودهای احتراقی هست و همچنین در تمام مدل‌های اغتشاشی قادر به جواب‌گویی است. به‌عنوان‌مثال در سال ۱۹۹۶ طی مقاله‌ای که توسط گرن و مگناسن [۸] ارائه شد، مدل اضمحلال گردابه با توضیحات بیشتری آورده شد و همچنین مدل را کامل‌تر

[1] Spalding [2] Eddy Dissipation

کردند.

در این مقاله یک سری فرضیاتی علاوه بر فرض‌هایی که در قسمت قبل بیان شد صورت گرفت و به کمک آن فرضیات مدل را کامل‌تر کردند تا آنجا که مدل اضمحلال گردابه را حتی برای جریان با شدت واکنش کند قابل‌استفاده کردند و نتایج آن را با سایر مدل‌های احتراقی مقایسه کردند. کل فرضیاتی که در این مدل صورت گرفت به‌صورت زیر هست:

۱. جریان واکنشی اغتشاشی از یک سری گردابه‌ها در رنج‌های متفاوتی تشکیل‌شده است اما واکنشی که اتفاق می‌افتد در رنج گردابه‌های کوچک است.
۲. واکنش در ابعاد گردابه‌های کوچک (اصطلاحاً Fine Structure) اتفاق می‌افتد که گردابه‌های سوخت و اکسیدان به هم می‌رسند.
۳. Fine Structure را به‌صورت یک راکتور اختلاط ایده‌آل در نظر گرفتند.
۴. واکنش می‌تواند سریع و یا کند باشد.
۵. نرخ انجام واکنش هم‌ارز با نرخ اضمحلال گردابه‌ها ست چراکه با اضمحلال گردابه‌ها واکنش تمام می‌شود.

در این مقاله با استفاده از فرض راکتور اختلاط ایده آل برای Fine Structure توانستند از رابطه‌ای که از معادلات مربوط به بقای گونه‌ها حاصل می‌شود، ایده گرفته و رابطه‌ای برای شدت واکنش ارائه دهند. بقای گونه‌ها را می‌توان با استفاده از فرضیاتی که برای راکتور اختلاط ایده آل حاکم است [۲] استخراج نمود و با توجه به آن رابطه، شدت واکنشی برای Fine Structure به‌صورت رابطه‌ی (۵) بیان نمود:

$$\frac{Y_i - Y_i^m}{\tau^*} = \omega_i \quad i = 1, \ldots, n_s \qquad (۵)$$

با توجه به معادله‌ی (۵) می‌توان دریافت که برای استفاده از رابطه‌ی بالا نیاز است که زمان مشخصه‌ای در رابطه جاگذاری شود. در قسمت قبل زمان مشخصه با استفاده از رابطه‌ای که از به دست می‌آمد جاگذاری می‌شد اما در این روش زمان مشخصه با استفاده از تقریب از زمان مشخصه‌ی کولموگورو جاگذاری می‌شود. مزیتی که در مدل ارائه‌شده مشهود است، کارایی این مدل در استفاده از سینتیک کامل است به‌نحوی‌که می‌توان این مدل را برای تمامی گونه‌ها به کار برد (برخلاف مدل اولیه). درنهایت با فرضیاتی که لحاظ شد، مدل اضمحلال گردابه‌ی استاندارد در تخمین شدت واکنش متوسط رابطه‌ای به‌صورت رابطه‌ی (۶) را ارائه میدهد:

$$\overline{R}_i = \frac{\overline{\rho}}{\tau^*}\left(Y_i - \overline{Y}_i^m\right) \quad i = 1, \ldots, n_s \qquad (۶)$$

رابطه‌ی (۶) مدل ساده و نسخه‌ی استاندارد مدل اضمحلال گردابه میباشد. در این رابطه τ^* زمان مشخصه‌ای است که با توجه به مدل اغتشاشی RANS مورداستفاده به دست می‌آید. نسخه‌های اولیه‌ی مدل اضمحلال گردابه برای مدل‌های اغتشاشی RANS ارائه شدند؛ اما در سال‌های ۲۰۰۵ یک سری تحقیقات انجام شد و این مدل احتراقی را برای مدل‌های اغتشاشی LES بسط دادند و به‌این ترتیب این مدل احتراقی را در مدل‌های اغتشاشی LES به کار بردند. به‌عنوان‌مثال در سال ۲۰۰۶ و ۲۰۰۷ یک سری تحقیقات اولیه توسط هو [۹] و زو [۱۰] انجام شد.

طی این تحقیق‌ها با استفاده از پارامترهای وابسته به زیرشبکه، زمان مشخصه‌ی موردنظر را به دست آورده و از این طریق مدل احتراقی اضمحلال گردابه را برای مدل‌های اغتشاشی LES به کاربردند. البته ازآنجاکه در این تحقیق‌ها از ضرایب ثابتی استفاده شد که برای مدل‌های اغتشاشی RANS به‌دست‌آمده بود لذا نیازمند تحقیقات بیشتری بر مدل اضمحلال گردابه متناسب با مدل‌های اغتشاشی LES است.

۲.۲ توجیه فیزیک مدل اضمحلال گردابه

برای توجیه فیزیک مدل اضمحلال گردابه افراد مختلفی، به روش‌های متفاوت توجیهاتی آورده‌اند اما توجیهی که بیشتر به آن استناد می‌شود توجیهی است که در مرجع [۱] و [۱۱] به آن اشاره‌شده است. آن‌گونه که در این مراجع اشاره‌شده است مدل اضمحلال گردابه به شکل آبشار انرژی در نظر گرفته می‌شود که انرژی مکانیکی را از گردابه‌های بزرگ‌مقیاس به گردابه‌های کوچک‌مقیاس منتقل می‌کند.

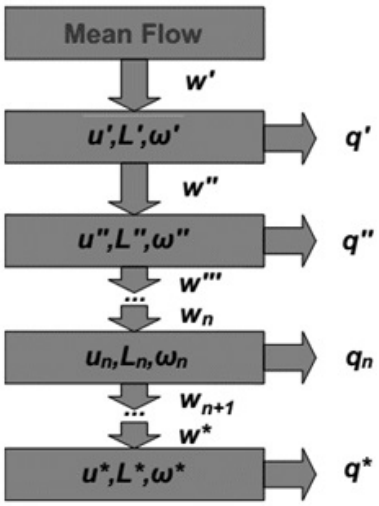
در واقع اکثر انرژی مکانیکی در گردابه‌های بزرگ ذخیره‌شده است و گردابه‌های کوچک شامل تنش برشی زیاد همراه با چرخش بالا هستند و لذا در این گردابه‌ها انرژی مکانیکی اتلاف می‌شود و Fine Structure که به‌عنوان تنها ناحیه‌ی واکنش معرفی می‌شود، مهم‌ترین پیش‌فرض در ارائه مدل اضمحلال گردابه هست و ابعاد آن در مرتبه ابعاد کولموگورو (جایی که گردابه‌ها اتلاف می‌شوند) فرض می‌شود.

همان‌گونه که اشاره شد در مرجع [۱] و [۱۱] با استفاده از آبشار انرژی در نظر می‌گیرد که گردابه‌های بزرگ که حاوی انرژی مکانیکی هستند در طی مسیر به گردابه‌های کوچک‌تر می‌شکنند و انرژی را به گردابه‌های کوچک‌تر منتقل می‌کنند تا آنجا که چنان کوچک می‌شوند که دیگر تبدیل به گردابه‌ی کوچک‌تری نمی‌شوند و درواقع مضمحل می‌شوند؛ و در مدل اضمحلال گردابه فرض می‌شود که Fine Structure در مرتبه‌ی همین گردابه‌های کوچک باشند.

در مسیر تبدیل گردابه‌های بزرگ به گردابه‌های کوچک‌تر مقدار اندکی انرژی توسط تنش برشی از بین می‌رود و عمده‌ی انرژی در گردابه‌های کوچک که هم نوسان کوچک است و هم تنش برشی زیادتر است مضمحل می‌شود و حال از این نظریه‌ی آبشار انرژی استفاده می‌شود و با توجه به تقریباً ثابت بودن انرژی منتقلی از گردابه‌های بزرگ به گردابه‌های کوچک مرتبه‌ی سرعت و زمان مشخصه و همچنین طول مشخصه‌ی گردابه‌های کوچک را بر اساس ابعاد مشخصه‌ی اصلی جریان به دست می‌آورند (در مراجع [۱] و [۱۱] توضیحات تکمیلی آمده است).

در شکل ۱ تصویری از آبشار انرژی منظور آمده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود انرژی جریان اغتشاشی ($\dot{W}$) ابتدا در گردابه‌ی بزرگ که دارای سرعت نوسانی $\acute{u}$ و طول مشخصه‌ی $\acute{L}$ و فرکانس گردابه‌ای $\acute{\omega}$ هست، تزریق می‌شود و سپس در این گردابه مقداری انرژی اتلاف می‌شود ($\dot{q}$) و با شکست گردابه‌ی بزرگ به گردابه‌های کوچک‌تر، مقدار زیادی از انرژی ($\dot{W}''$) به گردابه‌های بزرگ‌تر منتقل می‌شود و این روند ادامه پیدا می‌کند تا آن‌جا که دیگر گردابه مضمحل می‌شود البته در هر مرحله‌ی تبدیل گردابه

به گردابه‌ی کوچک‌تر باید بقای انرژی محفوظ بماند درواقع مقدار انرژی مکانیکی در مرحله‌ی n برابر با مقدار انرژی که در مرحله‌ی $n+1$ دارد به‌علاوه‌ی مقدار انرژی اتلافی در مرحله‌ی n هست. نکته‌ی مهم دیگر این‌که هرچه گردابه کوچک‌تر می‌شود انرژی اتلافی بیشتر می‌شود چراکه نوسان زیاد می‌شود به حدی که انرژی اتلافی در گردابه‌های بزرگ را ناچیز فرض می‌کنند و انرژی اتلافی را بیشتر در گردابه‌های کوچک مدنظر قرار می‌دهند چراکه نوسانات در گردابه‌های کوچک به‌شدت زیاد است.



شکل ۱: آبشار انرژی و طریقه‌ی پخش انرژی در گردابه‌ها [۱]

با استفاده از این فرضیات به نتایج مهمی دست پیدا می‌کنند ازجمله اینکه عدد رینولدز مربوط به Fine Structure در حدود ۲/۵ هست که این عدد رینولدز در حدود عدد رینولدز مربوط به کولموگورو هست و به عبارت دیگر Fine Structure در حدود مقیاس کولموگورو هستند و به عبارتی می‌توان از مشخصات کولموگورو برای پیش‌بینی زمان مشخصه استفاده کرد.

۳.۲ توسعه‌ی مدل احتراقی اضمحلال گردابه

مدل اضمحلال گردابه که ابتدا ارائه شد تا محدوده‌ی خاصی جوابگو بود (برای واکنش‌های سریع و تک‌مرحله‌ای) و با اندکی توسعه برای سینتیک کامل و حتی برای واکنش‌های کند نیز معادلاتی ارائه شد لیکن مدل ابتدایی توانایی مدل‌سازی تمام مودهای احتراقی را دارا نیست و نیاز به اصلاحاتی در مودهای مختلف احتراقی هست.

برای ارائه‌ی مدلی که به‌صورت کامل بتواند انواع مودهای مختلف اغتشاشی احتراقی را مدل کند، نیاز به توسعه‌ی این مدل هست به صورتی که بتواند مودهای مختلف احتراقی را تشخیص داده و اثر متقابل احتراق و اغتشاش را متناسب با مود احتراقی، مدل کند.

در سال ۲۰۱۶ تحقیقی توسط پارنت و همکاران [۱۲] به‌منظور اصلاح مدل اضمحلال گردابه انجام شد. در این تحقیق مدل اضمحلال گردابه موردبررسی قرار گرفت و این مدل را توسعه دادند به صورتی که ضرایب ثابتی که در مدل اضمحلال گردابه استاندارد به‌صورت ثابت ظاهر می‌شدند، به‌صورت وابسته به عدد رینولدز اغتشاشی محلی[1] و همچنین عدد دامکوهلر[2] ارائه دادند. مزیتی که این مدل از اضمحلال گردابه دارد این است که در جریان اغتشاشی در هر ناحیه ممکن است که اغتشاش آن فرق داشته باشد و یا حتی نرخ واکنش آن فرق داشته باشد که در این تحقیق می‌توان تاثیر آن را لحاظ کرد.

در این تحقیق با استفاده از رابطه‌ای که برای سرعت شعله‌ی اغتشاشی و آرام وجود دارد نرخ اضمحلال انرژی بر اساس عدد رینولدز اغتشاشی محلی و همچنین سرعت شعله‌ی آرام بیان می‌کنند و سپس با استفاده از این رابطه ضرایب را اصلاح‌کرده و به‌صورت محلی بیان می‌کنند به صورتی که ضرایبی که در مدل اضمحلال گردابه استاندارد به‌صورت ثابت ظاهر می‌شد را به‌صورت وابسته به عدد رینولدز اغتشاشی محلی و همچنین عدد دامکوهلر ارائه دادند و به‌این‌ترتیب توانستند این مدل را برای مود احتراقی واکنش کند نیز به کار برند.

تحقیق دیگری که درزمینه‌ی توسعه‌ی مدل احتراقی اضمحلال گردابه انجام شد تحقیقی بود که در سال ۲۰۱۷ تحقیقی توسط باو [۱] انجام شد که در آن ابتدا مدل اضمحلال گردابه استاندارد به‌صورت مفصل توضیح داده می‌شود و سپس با انتقاد از ثابت بودن ضرایب در مدل اضمحلال گردابه استاندارد این مدل را توسعه دادند به صورتی که ضرایب ثابتی که در مدل اضمحلال گردابه استاندارد به‌صورت ثابت ظاهر می‌شد را به‌صورت وابسته به عدد رینولدز اغتشاشی محلی و همچنین عدد دامکوهلر ارائه دادند.

در این مقاله با مدنظر قرار دادن تست نمونه‌ی جت ادلایت[3] مدل اضمحلال گردابه را به‌گونه‌ای ارتقاء می‌دهد که نتایج در این حالت جواب بهتری دهد. در این مدل با ایده گرفتن از مدل توسعه‌داده‌شده‌ی قبلی از رابطه‌ای که برای سرعت شعله‌ی اغتشاشی و آرام وجود دارد نرخ اضمحلال انرژی بر اساس عدد رینولدز اغتشاشی محلی و همچنین سرعت شعله‌ی آرام بیان می‌شود و سپس با استفاده از این رابطه ضرایب را اصلاح‌کرده (که برای اطلاع بیشتر می‌توانید به مرجع [۱] مراجعه نمایید) و به‌صورت محلی بیان می‌کنند به صورتی که ضرایبی که در مدل اضمحلال گردابه استاندارد به‌صورت ثابت ظاهر می‌شد را به‌صورت وابسته به عدد رینولدز اغتشاشی محلی و همچنین عدد دامکوهلر تعریف می‌شوند.

نکته‌ای که در ارائه‌ی اصلاح این مدل‌ها مدنظر قرار می‌گیرد این موضوع است که هرچه عدد دامکوهلر بزرگ‌تر باشد، ضریب مربوط به زمان مشخصه کوچک‌تر می‌شود چراکه با بزرگ‌تر شدن عدد دامکوهلر درواقع زمان مشخصه‌ی احتراق کم می‌شود و لذا باید ضریب کم شود (که خود زمان مشخصه نیز کم شود).

درزمینه‌ی توسعه‌ی مدل اضمحلال گردابه زمان مشخصه‌ی اختلاط بیشتر مورد استقبال قرارگرفته است (که در این بخش به دو نمونه اشاره شد). البته موارد دیگری نیز بوده است که در این گزارش ذکر نشده است (برای اطلاع بیشتر می‌توان به مرجع [۱۲، ۱۳] مراجعه نمود). البته توسعه‌ی مدل اضمحلال گردابه محدود به ارائه‌ی رابطه برای زمان مشخصه نمی‌شود و یک دسته تحقیقات دیگر برای توسعه‌ی این روش برای مدل‌های مختلف اغتشاشی نظیر LES [۱۴] و یا مدل‌های اغتشاشی دیگر، صورت پذیرفته است و همچنین تحقیقاتی دیگر ضرایب مدل اضمحلال گردابه استاندارد را

[1] Local Turbulent Reynolds [2] Damköhler Number [3] Adelaide Jet

بهینه کردهاند [۱۵، ۱۶].

۴.۲ محدودهی جوابگویی مدل احتراقی اضمحلال گردابه

یکی از پارامترهای مهم در بررسی مدلهای احتراقی مختلف، بررسی محدودهی جوابگویی مدل احتراقی است به این معنا که مدل احتراقی در کجاها خوب جواب میدهد و کجاها نقص دارد. ازآنجاکه مدل احتراقی اضمحلال گردابه اولیه برای جریان احتراقی واکنش سریع ارائه شد و ضرایب آن برای این رژیم احتراقی استخراج شد لذا این مدل احتراقی بهطور پیشفرض در رژیم احتراقی واکنش سریع جوابهای خیلی خوبی دارد [۷].

همچنین این مدل احتراقی بهعنوان یک انتخاب طبیعی برای مدلسازی احتراق MILD (Moderate or Intense Low-oxygen Dilution) به نظر میرسد، چراکه فرآیند اختلاط مواد در این رژیم جریانی بیشتر از شعلههای غیرپیشآمیخته متعارف مهم هستند؛ اما در این رژیم جریانی سرعت واکنش کند است و لذا مدل اضمحلال گردابه استاندارد، حداکثر دما را در جریان MILD بیشازحد پیشبینی میکند. یک راهحل پیشنهادشده برای این مشکل این است که از یک مجموعه ضرایب ثابت بهینهشده برای این رژیم جریان استفاده شود [۱۷، ۱۸].

۳ محدودهی کارایی مدل احتراقی اضمحلال گردابه

در بررسی مدلهای احتراقی مختلف مسئلهی بسیار مهم محدودهی کارایی آنها هست، چراکه اگر مدلهای مختلف احتراقی در محدودهای غیر از محدودهی تعیینشده برای آنها استفاده شوند بدون شک نمیتوانند اطلاعات درستی از جریان احتراقی اغتشاشی را از این مدلها به دست آورد لذا نیاز است که اطلاع کافی از محدودهی کارایی این روشها داشت. نکتهی دیگر اینکه باید تا حد امکان از روشهایی استفاده کرد که توانایی مدل کردن جریان احتراقی اغتشاشی در شرایط مختلف احتراقی را داشته باشند (چراکه ممکن است جریان واکنشی رژیمهای مختلف جریان را تجربه کند). در ادامه یک توضیح کلی و مختصر راجع به محدودهی کارایی مدل اضمحلال گردابه بیان میشود.

در بررسی کارایی مدلهای مختلف احتراقی معمولاً از سه جنبه مدلهای احتراقی را موردبررسی قرار میدهند:

۱. کاربرد در مودهای احتراقی مختلف
۲. جوابگویی برای مدلهای اغتشاشی مختلف
۳. جوابگویی برای سینتیک کامل و معادلات کلی

۱.۳ کاربرد مدل اضمحلال گردابه در مودهای احتراقی مختلف

برای بررسی مودهای مختلف احتراقی معمولاً جریان احتراقی را به دو نوع پیشآمیخته و غیرپیشآمیخته و از طرف دیگر به دو نوع واکنش سریع و واکنش کند تقسیم میکنند. هریک از مدلهای مختلف احتراقی ممکن است در مود خاصی جوابگو باشد و برای سایر مودها توانایی مدلسازی را نداشته باشد. بهعنوانمثال در جدول ۱ مدلهای مختلف احتراقی با ذکر مودهای احتراقی مورداستفاده ذکرشده است.

جدول ۱: مودهای احتراقی مورداستفاده در مدلهای مختلف احتراقی [۱]

	پیشآمیخته	غیرپیشآمیخته
واکنش سریع	شکست گردابه (EBU[۱,۲])	
	BML[۱]	مدل تعادل اسکالر[۱,۲]
	PDF[۱,۲]	
واکنش کند	EDC[۱,۲]	
	CSE[۱,۲]	
	CMC[۱,۲]	G-equation[۱,۲]
	مدل ادی خطی[۲]	

[۱] نمایانگر قابلیت استفاده در مدل اغتشاشی RANS
[۲] نمایانگر قابلیت استفاده در مدل اغتشاشی LES

همانگونه که در جدول ۱ مشاهده میشود مدلهای مختلف دامنهی کارایی مختلف دارند بهعنوانمثال مدل احتراقی EBU فقط برای واکنش سریع پیشآمیخته و غیرپیشآمیخته کارایی دارد و یا مثلاً مدل ادی خطی فقط برای واکنش کند پیشآمیخته و غیرپیشآمیخته کارایی دارد و مدلهای مختلف در مودهای مختلف. در این میان تنها چند مدل است که توانایی مدلسازی مودهای مختلف احتراقی را دارد که مدل احتراقی اضمحلال گردابه از این نمونه مدلهاست لذا یکی از مزیتهای مدل اضمحلال گردابه جوابگویی در تمام مودهای احتراقی هست بنابراین از این مدل میتوان در شرایط مختلف استفاده کرد [۱۹].

۲.۳ جوابگویی مدل اضمحلال گردابه برای مدلهای اغتشاشی مختلف

یکی دیگر از مسائلی که در بررسی کارایی مدلهای احتراقی موردبررسی قرار میگیرد جوابگویی مدل احتراقی برای مدلهای اغتشاشی مختلف هست. همانگونه که در فصلهای قبل نیز بیان شد اصولاً مدلهای احتراقی زمانی بیان میشوند که برای اغتشاش حاضر در جریان احتراقی نیاز به مدلسازی باشد (ولی اگر بهطور مستقیم اغتشاش شبیهسازی شود دیگر نیازی به مدل احتراقی نیست) بنابراین زمانی که اغتشاش مدلسازی شود نیاز است که مدل احتراقی مطابق با آن مدل اغتشاشی انتخاب شود بهعنوانمثال روشی که برای مدل اغتشاشی RANS استخراجشده است دیگر نمیشود برای مدل اغتشاشی LES مورداستفاده قرارداد و نیاز به تغییر مدل اغتشاشی و یا تغییر مدل احتراقی و در غیر این صورت نیاز به توسعه مدل احتراقی به نحوی است که مدل احتراقی با مدل اغتشاشی همخوانی داشته باشد.

همانگونه که در جدول ۱ مشاهده میشود مدلهای مختلف دامنهی کارایی برای مدلهای اغتشاشی مختلف دارند بهعنوانمثال مدل احتراقی EBU برای هر دو حالت مدل اغتشاشی RANS و LES توانایی بهکارگیری دارد و یا مثلاً مدل ادی خطی فقط برای مدل اغتشاشی LES به کار میرود و یا مثلاً مدل BML فقط برای مدل اغتشاشی RANS. ولی اکثراً مدلهای

[1]Premixed [2]Un-Premixed

مختلف احتراقی به نحوی توسعه داده‌شده‌اند که برای مدل‌های مختلف اغتشاشی جوابگو باشند.

با توجه به جدول ۱ چند مدل هستند که توانایی مدل‌سازی برای مدل‌های اغتشاشی مختلف را دارند و مدل احتراقی اضمحلال گردابه از این نمونه مدل‌هاست بنابراین یکی از مزیت‌های مدل اضمحلال گردابه جوابگویی برای مدل‌های اغتشاشی مختلف هست لذا از این مدل می‌توان در شرایط مختلف استفاده کرد. البته لازم به ذکر است در صورت استفاده‌ی این روش در مدل‌های اغتشاشی مختلف نیاز به رابطه‌ی خاص خود است اما درمجموع این روش برای مدل‌های اغتشاشی مختلف جوابگو هست [۲۰].

۳.۳ جوابگویی مدل اضمحلال گردابه برای سینتیک کامل و معادلات کلی

یکی دیگر از مسائلی که در بررسی کارایی مدل‌های احتراقی موردبررسی قرار می‌گیرد جوابگویی مدل احتراقی برای سینتیک کامل، واکنش‌های کلی تک‌مرحله‌ای و چندمرحله‌ای هست [۲۱، ۲۲] به‌عبارت دیگر برخی از مدل‌ها فقط برای واکنش‌های تک‌مرحله‌ای و یا چندمرحله‌ای طراحی‌شده‌اند و برخی دیگر فقط برای سینتیک کامل. در این میان مدل احتراقی اهمیت دارد که توانایی مدل‌سازی در سینتیک کامل و همچنین واکنش‌های کلی تک‌مرحله‌ای و چندمرحله‌ای را دارا باشد که مدل احتراقی اضمحلال گردابه از این جمله مدل‌ها هست که این یکی دیگر از نقاط قوت این مدل است.

به‌عنوان نمونه می‌توان مثال‌های متعددی از به‌کارگیری مدل اضمحلال گردابه در مودهای مختلف احتراقی و همچنین مدل‌های مختلف اغتشاشی را نام برد اما ذکر این موارد در این مختصر نمی‌گنجد (برای اطلاعات بیشتر می‌توان به مراجع [۱۳، ۲۳] مراجعه نمود که در آن‌ها از مدل اضمحلال گردابه برای مود احتراقی واکنش کند تا واکنش تند و حتی پیش‌آمیخته و غیرپیش‌آمیخته استفاده‌شده است).

۴ نتیجه‌گیری

در این گزارش سعی بر آن بود که تا حد امکان مختصری از روش اضمحلال گردابه بیان شود به این منظور ابتدا نحوه‌ی استخراج مدل اضمحلال گردابه اولیه بیان و سپس با ذکر مقدمه‌ای مدل اضمحلال گردابه استاندارد رایج که اکثراً روش اضمحلال گردابه را به این نام می‌شناسند، بیان شد و در مرحله بعد سعی شد چند نمونه از کارهای مختلفی که به‌منظور اصلاح مدل اضمحلال گردابه انجام‌شده است، بیان شود و در گام آخر نیز کارایی این مدل مورد ارزیابی قرار گرفت. به‌عنوان جمع‌بندی می‌توان نتایج کلی که از این گزارش به‌دست‌آمده است را به‌صورت فهرست وار بیان کرد:

۱. مدل اضمحلال گردابه را به شکل آبشار انرژی قابل توجیه است که فرایند انتقال انرژی مکانیکی از گردابه‌های بزرگ‌مقیاس به گردابه‌های کوچک‌مقیاس را دنبال می‌کند.

۲. درواقع اکثر انرژی مکانیکی در گردابه‌های بزرگ ذخیره‌شده است و گردابه‌های کوچک شامل تنش برشی زیاد همراه با چرخش بالا هستند و لذا در این گردابه‌ها انرژی مکانیکی اتلاف می‌شود. Fine Structure که به‌عنوان تنها ناحیه‌ی واکنش معرفی می‌شود، مهم‌ترین پیش‌فرض در ارائه مدل اضمحلال گردابه هست؛ و مسئله‌ی مهم در این مدل این است که Fine Structure در مرتبه ابعاد کولموگورو فرض می‌شود؛ و با همین فرض است که روابط مربوط به این روش به دست می‌آید.

۳. اکثر مدل‌هایی که سعی در توسعه مدل اضمحلال گردابه دارند بشتر سعی را بر تصحیح رابطه‌ای برای پیش‌بینی زمان مشخصه‌ی Fine Structure کرده‌اند.

۴. از مزیت‌های مدل اضمحلال گردابه این است که برای تمام مودهای احتراقی جوابگوست و همچنین برای تمام مدل‌های اغتشاشی می‌توان آن را مورداستفاده قرارداد و حتی برای سینتیک کامل و واکنش‌های کلی می‌توان آن را مورداستفاده قرارداد.

۵. از مزیت دیگر این روش این است که برای استفاده از این مدل نیاز نیست که معادله دیفرانسیلی را حل نمود بلکه از معادله جبری (و البته غیرخطی) استفاده می‌شود که این موضوع به نسبت مدل‌های احتراقی دیگر به‌شدت هزینه‌ی محاسباتی را کاهش می‌دهد.

مراجع

[1] Bao, Hesheng. Development and validation of a new eddy dissipation concept (edc) model for mild combustion. 2017.

[2] Turns, SR. An introduction to combustion. 1996. *McGrawflIill Inc, New York, NY.*

[3] Poinsot, T and Veynante, D. Theoretical and numerical combustion. 2005. *RT Edwards.*

[4] Yeoh, Guan-Heng and Yuen, Kwok Kit. *Computational fluid dynamics in fire engineering: theory, modelling and practice.* Butterworth-Heinemann, 2009.

[5] Echekki, Tarek and Mastorakos, Epaminondas. *Turbulent combustion modeling: Advances, new trends and perspectives*, vol. 95. Springer Science & Business Media, 2010.

[6] Spalding, DB. Mixing and chemical reaction in steady confined turbulent flames. in *Symposium (International) on Combustion*, vol. 13, pp. 649–657. Elsevier, 1971.

[7] Magnussen, Bjørn F and Hjertager, Bjørn H. On mathematical modeling of turbulent combustion with special emphasis on soot formation and combustion. in *Symposium (international) on Combustion*, vol. 16, pp. 719–729. Elsevier, 1977.

[8] Gran, Inge R and Magnussen, Bjørn F. A numerical study of a bluff-body stabilized diffusion flame.

part 2. influence of combustion modeling and finite-rate chemistry. *Combustion Science and Technology*, 119(1-6):191–217, 1996.

[9] Hu, LY, Zhou, LX, and Zhang, J. Large-eddy simulation of a swirling diffusion flame using a som sgs combustion model. *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, 50(1):41–58, 2006.

[10] Zhou, LX, Hu, LY, and Wang, F. Large-eddy simulation of turbulent combustion using som and ebu sgs combustion models. in *New Trends in Fluid Mechanics Research*, pp. 99–102. Springer, 2007.

[11] Ertesvåg, Ivar S and Magnussen, Bjørn F. The eddy dissipation turbulence energy cascade model. *Combustion science and technology*, 159(1):213–235, 2000.

[12] Parente, Alessandro, Malik, Mohammad Rafi, Contino, Francesco, Cuoci, Alberto, and Dally, Bassam B. Extension of the eddy dissipation concept for turbulence/chemistry interactions to mild combustion. *Fuel*, 163:98–111, 2016.

[13] Aminian, Javad, Galletti, Chiara, and Tognotti, Leonardo. Extended edc local extinction model accounting finite-rate chemistry for mild combustion. *Fuel*, 165:123–133, 2016.

[14] Panjwani, B, Ertesvag, A, Gruber, A, and Rian, KE. Turbulence combustion closure model based on the eddy dissipation concept for large eddy simulation. *Advances in Fluid Mechanics VIII*, 69:27–38, 2010.

[15] Wang, Peiyong. The model constant a of the eddy dissipation model. *Progress in Computational Fluid Dynamics, an International Journal*, 16(2):118–125, 2016.

[16] Mardani, Amir. Optimization of the eddy dissipation concept (edc) model for turbulence-chemistry interactions under hot diluted combustion of ch4/h2. *Fuel*, 191:114–129, 2017.

[17] Lewandowski, Michał T and Ertesvåg, Ivar S. Analysis of the eddy dissipation concept formulation for mild combustion modelling. *Fuel*, 224:687–700, 2018.

[18] Evans, MJ, Petre, C, Medwell, PR, and Parente, A. Generalisation of the eddy-dissipation concept for jet flames with low turbulence and low damköhler number. *Proceedings of the Combustion Institute*, 2018.

[19] Lupant, Delphine and Lybaert, Paul. Assessment of the edc combustion model in mild conditions with in-furnace experimental data. *Applied Thermal Engineering*, 75:93–102, 2015.

[20] Farokhi, Mohammadreza and Birouk, Madjid. A new edc approach for modeling turbulence/chemistry interaction of the gas-phase of biomass combustion. *Fuel*, 220:420–436, 2018.

[21] Kuo, KK. Principles of combustion, 1986.

[22] Lysenko, Dmitry A, Ertesvåg, Ivar S, and Rian, Kjell Erik. Numerical simulation of non-premixed turbulent combustion using the eddy dissipation concept and comparing with the steady laminar flamelet model. *Flow, turbulence and combustion*, 93(4):577–605, 2014.

[23] Wang, Changjian, Wen, Jennifer, Ding, Yanming, and Lu, Shouxiang. Blended-fuel based edc combustion model and its application in heptane-ethanol fire simulation. *Theoretical and Applied Mechanics Letters*, 4(3), 2014.