

## طراحی الگوریتم تعقیب هدف برای حرکت گروهی ربات ها

**چکیده:** در این مقاله به معرفی روش های مختلف در خصوص حرکت چیدمانی ربات ها و احصاء معایب و محاسن این روش ها پرداخته شده است. با ترکیب روش های تابع پتانسیل، ساختار مجازی و تعقیب رهبر، الگوریتمی بدست می آید که ضمن دارا بودن محاسن روش های مزبور، معایب و چالش های این روش ها را نیز تا حد زیادی بر طرف کرده است. الگوریتم حاصل جهت طراحی مسیر مطلوب حرکت ربات ها مورد استفاده قرار می گیرد و یک کنترل کننده مد لغزشی بعنوان ابزاری مفید برای مجبور نمودن ربات ها جهت تبعیت از این مسیرهای مطلوب نقش ایفاء می کند. در نهایت برای ارزیابی کارکرد سامانه طراحی شده، حرکت یک گروه شش تایی از ربات های غیرهولونومیک که یک هدف را بصورت چیدمان مثلثی در بر گرفته اند، در نرم افزار متلب مورد شبیه سازی قرار گرفته است. با تجربه و تحلیل نتایج بدست آمده و مقایسه با کارهای انجام شده سایر محققین، مشخص شد که الگوریتم معرفی شده مزایای مهمی نسبت به کارهای قبلی، از قبیل: کاهش حجم محاسبات، حذف حداقل های محلی توابع پتانسیل، کاهش محدوده تغییرات ورودی های کنترلی دینامیک ربات ها و کاهش تعداد ضرایب وزنی جهت تنظیم توابع پتانسیل را به همراه دارد. لازم به ذکر است مزایای های حاصل، این روش را برای کاربردهای عملی مناسب تر می کند.

**واژه های راهنما:** حرکت گروهی، تابع پتانسیل، تعقیب رهبر، کنترل مد لغزشی

**علی میرزایی کهق\***  
استادیار، گروه هوایی،  
دانشگاه علوم انتظامی امین،  
تهران

مقاله: علمی پژوهشی

دریافت: ۱۴۰۰/۱۲/۱۷

پذیرش: ۱۴۰۱/۰۵/۱۲

## Designing a target tracking algorithm for group movement of robots

Ali Mirzaee  
Kahagh\*

Assistant professor,  
Department of Aerial,  
Amin Police  
University, Tehran

**Abstract:** In this article, various methods have been introduced regarding the movement of robots and the advantages and disadvantages of these methods. By combining the methods of potential function, virtual structure and leader tracking, an algorithm is obtained that, while having the merits of the mentioned methods, also overcomes the disadvantages and challenges of these methods to a large extent. The resulting algorithm is used to design the desired movement path of the robots, and a sliding mode controller acts as a useful tool to force the robots to follow these desired paths. Finally, to evaluate the performance of the designed system, the movement of a group of six non-holonomic robots that surround a target in a triangular formation has been simulated in MATLAB software. The obtained results is compared with the works done by other researchers. It was found that the introduced algorithm has important advantages over previous works, such as reducing the volume of calculations, removing the local minima of potential functions, reducing the range of input changes, the reduction of the number of weight coefficients to adjust the potential functions. It should be noted that the resulting advantages make this method more suitable for practical applications.

**Keywords:** Group movement, Potential function, Leader-Tracking, Sliding mode control

## ۱- مقدمه

شده است [۱۱]. عامل کنترلی هر عضو در چیدمان از تجمیع الزامات عملکردی مطلوب مسئله (تعقیب هدف، حفظ چیدمان، حذر از مانع و...) بدست می آید [۱۲]. مشکل اصلی این روش دشواری مدل سازی ریاضی گروه است که امکان اثبات پایداری و همگرایی گروه را به طراح نمی دهد [۱۳]. روش رفتار پایه روشی ساده برای طراحی است و دارای عکس العمل سریع و مناسبی نسبت به تغییرات محیطی دارد اما مشکل پیش بینی رفتار دارد و کنترل پایداری چیدمان در این روش مشکل است [۱۴] و [۱۵].

۴- روش توابع پتانسیل: برای اولین بار خطیب در [۱۶] از میدان پتانسیل برای هدایت ربات ها استفاده نمود. در این روش فرض می شود که ربات بعنوان یک ذره، در محیطی تحت تاثیر یک میدان نیرو قرار دارد. در این محیط هدف نیروی جاذبه و موانع نیروهای دافعه ای به ربات وارد می کنند. جهت حرکت لحظه ای ربات ها در راستای برآیند نیروهای مجازی وارده انجام می شود. در این روش می توان همزمان با کنترل چیدمان هندسی قابلیت عدم برخورد بین عناصر گروه و موانع محیط را به راحتی با تعریف توابع پتانسیل جاذبه و دافعه تضمین نمود. روش تابع پتانسیل با وجود داشتن محدودیت بوجود آمدن کمینه های محلی در حین کاربرد، بدلیل سهولت طراحی و مناسب بودن برای کنترل و هدایت سامانه های بر خط مورد توجه محققین زیادی است. [۱۷]

روش های ذکر شده بعنوان روش های پایه و کلاسیک در حوزه حرکت گروهی هستند و بطور مستقیم و خالص کاربست عملی ندارند، لکن محققین مختلف با ترکیب این روش ها با ابزارهای کنترلی مختلف، روش های ترکیبی و مفیدی را ارائه داده اند. بعنوان مثال ترکیب روش تابع پتانسیل با روش لیاپانوف [۱۸]، اضافه کردن روش کنترلی پسگام [۱۹] یا افزایش قابلیت هایی مانند تغییر شکل تابع پتانسیل متناسب با زاویه نسبی بین ربات و مانع است [۲۰]، [۲۱] از جمله روش هایی هستند که در سال های اخیر جهت بهبود روش تابع پتانسیل و رفع معایب آن بکاربرده شده است.

آقای قاضی نیز از جمله افرادی است که در دهه اخیر تحقیقات زیادی در خصوص استفاده از توابع پتانسیل برای کنترل حرکت گروهی ربات ها انجام داده است [۲۲-۲۴]. از اینرو در این مقاله سعی شده است ضمن ترکیب روش های پایه و

طراحی چیدمان هندسی یکی از ملزومات متداول در بکارگیری حرکت گروهی ربات ها می باشد و مطالعات و پژوهش های مفصلی در مورد آنها صورت گرفته است. با مرور و بررسی تحقیقات انجام گرفته، کنترل چیدمان هندسی را می توان بطور عمده در چهار گروه تقسیم بندی کرد.

۱- روش تعقیب رهبر<sup>۱</sup>: در این روش یکی از عناصر بعنوان رهبر گروه انتخاب می شود و سایر اعضای گروه موقعیت خود را با رهبر گروه تنظیم می نمایند [۱] و [۲]. عمدتاً دستورات و اطلاعات هدایت و ناوبری گروه به رهبر گروه داده می شود و به همین خاطر است که رهبر گروه نقش هدایتگری و رکن اصلی گروه را دارد و در صورت از کار افتادگی رهبر، کل گروه با سردرگمی مواجه خواهند شد [۳].

در کاربردهای عملی روش تعقیب رهبر بدلیل سهولت طراحی و توسعه پذیر بودن نسبت به سایر روش ها مناسب تر می باشد [۴]. مرور تحقیقات انجام شده نشان می دهد که با وجود مشکل وابستگی به رهبر، این روش همچنان بطور گسترده مورد استفاده قرار می گیرد و پایداری و همگرایی چیدمان بصورت تئوری قابل تضمین است [۵].

۲- روش ساختار مجازی<sup>۲</sup>: در این روش از عناصر یا نقاط مجازی برای ایجاد یک چیدمان هندسی استفاده می شود. در این روش عناصر گروه با تبعیت از یک ساختار مجازی موقعیت هندسی مشخصی را نسبت به همدیگر اتخاذ و حفظ می نمایند [۶]. در این شیوه کل چیدمان بصورت یک پیکر واحد در نظر گرفته می شود و هر عضو در یک موقعیت هندسی از این پیکر قرار گرفته و موقعیت خود را در این پیکر حفظ می کند [۷]. موقعیت تمامی عناصر نسبت به مرکز ساختار مجازی تعیین می شود [۸]. در این روش با حداقل سازی اختلاف موقعیت بین چیدمان واقعی و ساختار مجازی توسط یک نوع کنترل کننده، چیدمان هندسی واقعی به سمت ساختار مجازی میل کرده و قابلیت تعقیب آن را دارد. هر چند این روش برخلاف روش قبلی در مقابل خرابی و مشکلات مبتلا به رهبر گروه مقاوم است، اما تغییرات چیدمان هندسی متناسب با تغییرات محیطی کار مشکلی است [۹].

۳- روش رفتار پایه<sup>۳</sup>: یک روش غیر متمرکز برای کنترل ربات هاست [۱۰]. این روش از رفتار گروهی جانوران الهام گرفته

<sup>4</sup> Behavior – based approach

<sup>5</sup> Obstacle avoidance

<sup>1</sup> Leader-following approach

<sup>2</sup> Scalability

<sup>3</sup> The virtual structure approach

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_i^E \\ \bar{y}_i^E \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & x_t \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & y_t \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_i^T \\ \bar{y}_i^T \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\bar{p}_i^E = C_L^E \bar{p}_i^T \quad (3)$$

$\bar{p}_i^T$ : بردار موقعیت عنصر مجازی در دستگاه مختصات متحرک  
 $\bar{p}_i^E$ : بردار موقعیت عنصر مجازی در دستگاه مختصات ثابت  
 $C_T^E$ : ماتریس تبدیل همگن.

بعد از بدست آوردن موقعیت ساختار مجازی در دستگاه مختصات ثابت با تعریف توابع پتانسیل بین عناصر واقعی و مجازی، مجبور می‌کنیم که عناصر حقیقی به سمت عناصر مجازی رانده شوند و به عبارتی عناصر مجازی را تعقیب نمایند. برای این کار خطای فاصله<sup>۲</sup> بین دو عنصر مجازی و حقیقی متناظر را بصورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$e_i = \bar{p}_i - p_i \quad (4)$$

$p_i = \begin{bmatrix} x_i^E \\ y_i^E \end{bmatrix}$  و  $\bar{p}_i = \begin{bmatrix} \bar{x}_i^E \\ \bar{y}_i^E \end{bmatrix}$  به ترتیب موقعیت عناصر مجازی و حقیقی در دستگاه مختصات ثابت می‌باشند.  
 اگر برای یک گروه  $n$  عضو با موقعیت‌های نسبی  $p_i$  در دستگاه مختصات ثابت مدل سینماتیکی اعضاء را بصورت زیر تعریف کنیم.

$$\dot{p}_i = u_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

$u_i$  بردار ورودی کنترل چیدمان خواهد بود که ترکیبی از ورودیهای کنترلی است که در ادامه توضیح داده می‌شود.  
 اولین ورودی تابعی است که اعضای واقعی گروه را به سمت عناصر مجازی متناظر می‌راند و از گرادیان تابع پتانسیل تعریف شده روی متغیر خطای  $e_i$  بصورت زیر بدست می‌آید.

$$u_{1i} = -\Delta U_{1i} \quad (6)$$

$U_{1i}$  تابع پتانسیل بین عنصر  $am$  با همتای مجازی است که برای همگرایی اعضای گروه به سمت ساختار مجازی استفاده می‌شود. ساختار این تابع که برای اولین بار در این مقاله بعنوان تابع پتانسیل بصورت زیر معرفی می‌شود، بدلیل یکنواخت بودن گرادیان تابع در فواصل مختلف (به غیر از مواقعی که فاصله بین دو عضو به سمت صفر میل می‌کند) به راحتی با تنظیم یک ضریب وزنی بر اساس سرعت ربات، در تمامی شرایط کاری

اضافه کردن ابزار کنترل مد لغزشی به گونه ای عمل شود که پاره ای از نواقص کارهای قبلی مرتفع گردد. صورت مسئله طوری طراحی شده که قابل مقایسه با کارهای انجام گرفته قبلی به ویژه با کارهای آقای قاضی باشد، تا بتوان معایب و محاسن کار ارائه شده را مشخص کرد.

## ۲- کنترل چیدمان

در این کار با ترکیب سه روش ساختار مجازی، تعقیب رهبر و تابع پتانسیل یک الگوریتمی معرفی شده است که مزایای هر سه روش مزبور را یکجا دارد. در این روش با استفاده از حداقل اطلاعات ارتباطی (موقعیت نسبی بین اعضای گروه)، ضمن تشکیل چیدمان مطلوب، عناصر گروه یک هدفی را تعقیب می‌نمایند.

ابتدا یک دستگاه مختصات متحرک تعریف می‌شود که مبدا آن بر روی هدف سوار است و در فضای دو بعدی یکی از محورهای این دستگاه مماس بر مسیر حرکت هدف و محور دیگر عمود بر آن در نظر گرفته می‌شود. سپس موقعیت هر عضو بصورت مجازی در چیدمان مطلوب در دستگاه مختصات متحرک پیدا می‌شود و با استفاده از ماتریس‌های دوران و انتقال، موقعیت هندسی تک تک این عناصر مجازی به دستگاه مختصات ثابت منتقل می‌گردد. در نهایت در دستگاه مختصات ثابت یک ساختار مجازی مطلوبی بدست می‌آید که عناصر واقعی می‌باید بصورت متناظر خود را به آن ساختار برسانند. بنابراین برای پیدا کردن زاویه سمت دستگاه مختصات متحرک نسبت به دستگاه مختصات ثابت، کافی است زاویه بین خط مماس بر مسیر حرکت هدف با یکی از محورهای مختصات ثابت بصورت زیر بدست آید.

$$\theta(t) = \text{atan}\left(\frac{y_t(t) - y_t(t - \Delta t)}{x_t(t) - x_t(t - \Delta t)}\right) \quad (1)$$

$\theta(t)$ : زاویه سمت دستگاه مختصات متحرک نسبت به دستگاه مختصات ثابت در لحظه  $t$ .

موقعیت نسبی هدف نسبت به دستگاه مختصات ثابت:  $\begin{bmatrix} x_t(t) \\ y_t(t) \end{bmatrix}$

موقعیت هر عنصر مجازی نسبت به دستگاه مختصات ثابت بصورت زیر قابل محاسبه است.

<sup>2</sup> Distance error

<sup>1</sup> Orientation

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_i &= v_i \cos(\theta_i) \\
 \dot{y}_i &= v_i \sin(\theta_i) \\
 \ddot{x}_i &= \frac{1}{m_i} [F_{xi} + f_{xi}] \\
 \ddot{y}_i &= \frac{1}{m_i} [F_{yi} + f_{yi}] \\
 \dot{\theta}_i &= w_i \\
 \dot{w}_i &= \frac{1}{I_i} [\tau_i + f_{wi}]
 \end{aligned} \quad (12)$$

زاویه  $\theta_i$  سمت و  $w_i$  سرعت زاویه ای می باشد.  $m_i$  و  $I_i$  به ترتیب جرم و ممان اینرسی و  $F_i$  (نیرو) و  $\tau_i$  (گشتاور) ورودی های کنترل هستند.  $f_{xi}$ ،  $f_{yi}$  و  $f_{wi}$  توابع اغتشاشی نامشخص وارده بر ربات ها هستند که تحت محدوده های مشخص  $f_x^+$ ،  $f_y^+$  و  $f_w^+$  بصورت  $|f_{xi}| < f_x^+$ ،  $|f_{yi}| < f_y^+$  و  $|f_{wi}| < f_w^+$  محدود در نظر گرفته می شوند. همچنین فرض بر این است که مقادیر دقیق  $m_i$  و  $I_i$  در دسترس نبوده و محدوده های بالا و پائین آنها یعنی  $0 < \underline{I} < I_i < \bar{I}$  و  $0 < \underline{m} < m_i < \bar{m}$  مشخص هستند.

کنترل مد لغزشی یکی از روش های کنترل مقاوم می باشد. این کنترل کننده در برابر اغتشاشات و عدم قطعیت های ناشی از تغییر پارامترها مقاوم می باشد. استفاده از این روش در کنترل سیستم های غیر خطی متداول است. در کنترل مد لغزشی متغیرهای حالت سیستم به سمت یک سطح خاص در فضای حالت که سطح لغزش نامیده می شود، رانده می شود و سپس توسط یک سیستم کنترلی متغیرهای حالت در همسایگی این سطح لغزش نگه داشته می شوند. طراحی این کنترل کننده در دو مرحله انجام می شود. قسمت اول: طراحی سطح لغزش بگونه ای که حرکت متغیرهای حالت روی این سطح، ویژگی های مورد نظر رفتار سیستم را برآورده کند. قسمت دوم: انتخاب یک سیاست کنترلی است که متغیرهای حالت سیستم را به سمت سطح لغزش براند [۲۶، ۲۷].

در این مقاله برای طراحی قسمت اول، یعنی طراحی سطح لغزش برای دینامیک ربات معرفی شده، بصورت زیر عمل می کنیم. ابتدا مقادیر مطلوب متغیرهای حالت دینامیک ربات ها (معادله ۱۲) با استفاده از توابع پتانسیل (معادله ۱۱) بصورت زیر بدست می آید.

$$\dot{p}_{di} \triangleq u_i \quad (13)$$

$$\theta_{di} \triangleq \arctan\left(\frac{u_{iy}}{u_{ix}}\right) \quad (14)$$

ورودی مناسب را به دینامیک ربات اعمال می کند. بنابراین تابع مذکور قابلیت تطبیق با ویژگی-های عملکردی ربات ها را داشته و مناسب کاربرد در پروژه-های واقعی در میدان عمل می باشد. در حالی که در اکثر کارهای قبلی به ویژه کارهای آقای قاضی، توابعی استفاده می شود که مقادیر آنها بصورت خطی یا نمایی با افزایش فاصله بین ربات ها افزایش می یابد [۲۴].

$$U_{1i} = \frac{W_{1i}}{a_1} \ln(\cosh(a_1 \|\bar{p}_i - p_i\|_\sigma)) \quad (7)$$

$W_{1i}$  ضریب وزنی قابل تنظیم است.

نکته:  $\|z\|_\sigma$  (نرم- $\sigma$  یک بردار)، یک نگاشت  $R^m \rightarrow R \geq 0$  می باشد که بصورت زیر تعریف می شود [۲۵].

$$\|z\|_\sigma = \frac{1}{\varepsilon} \left( \sqrt{1 + \varepsilon \|z\|^2} - 1 \right), \quad \varepsilon > 0 \quad (8)$$

دومین ورودی کنترل چیدمان، گرادیان تابع پتانسیل دافعه اطراف هر عضو می باشد که جهت ممانعت از برخورد احتمالی بین ربات ها بصورت زیر تعریف می شود.

$$u_{2i} = \begin{cases} \Delta U_{2i} & \|p_i - p_j\| \leq d_{ij} \\ 0 & \|p_i - p_j\| > d_{ij} \end{cases} \quad (9)$$

در رابطه بالا  $U_{2i}$  تابعی است از متغیر  $\|p_i - p_j\|$  (فاصله نسبی بین عناصر گروه) می باشد و  $d_{ij}$  فاصله مورد نیاز بین دو عضو  $i$ ،  $j$  جهت رسیدن به موقعیت مطلوب در چیدمان هندسی است. در ادامه یک تابع پتانسیل به شرح ذیل برای ایجاد نیروی دافعه بین عناصر گروه معرفی می شود.

$$U_{2i} = W_{2i} e^{(d_{ij} - \|p_i - p_j\|)} \quad (10)$$

بنابراین ورودی کلی کنترل چیدمان بدون در نظر گرفتن مزاحمت های محیطی با استفاده از مجموع توابع پتانسیل بصورت زیر بدست خواهد آمد.

$$u_i = u_{1i} + u_{2i} \quad (11)$$

### ۳- طراحی کنترل کننده

برای اینکه همزمان با نمایش قابلیت های الگوریتم معرفی شده، مقایسه ای هم با تحقیقات انجام شده قبلی داشته باشیم، دینامیک هر عضو از گروه را بصورت زیر که اقتباس از مرجع [۲۴] می باشد، در نظر می گیریم.

$$\begin{aligned}
&= s_{x_i} \left\{ \left( \frac{c_{x_i}}{m_i} [F_{x_i} + f_{x_i}] - c_{x_i} \ddot{x}_{di} + (\dot{x}_i - \dot{x}_{di}) \right) \right\} \\
&= s_{x_i} \left\{ \left( \frac{c_{x_i}}{m_i} [-K_{x_i} \text{sign}(s_{x_i}) + f_{x_i}] - c_{x_i} \ddot{x}_{di} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + (\dot{x}_i - \dot{x}_{di}) \right) \right\} \\
&\leq - \left( \frac{c_{x_i}}{M_i} K_{x_i} - \frac{c_{x_i}}{M_i} |f_{x_i}^+| - c_{x_i} |\ddot{x}_{di}| - |\dot{x}_i| \right. \\
&\quad \left. - |\dot{x}_{di}| \right) |s_{x_i}| \leq -\eta_{x_i} |s_{x_i}|
\end{aligned}$$

بنابراین با انتخاب بهره بازخورد به صورت زیر تابع لیپانوف منفی  $s_{x_i} = 0$  تابع مزبور صفر می شود، می توان گفت قانون کنترلی همواره پایدار خواهد بود.

$$\begin{aligned}
K_{x_i} \geq \frac{\bar{M}_i}{c_{x_i}} \left( \frac{c_{x_i}}{\bar{M}_i} |f_{x_i}^+| + c_{x_i} |\ddot{x}_{di}| \right. \\
\left. + |\dot{x}_i| + |\dot{x}_{di}| \right. \\
\left. + \eta_{x_i} \right) \quad (24)
\end{aligned}$$

لازم به ذکر است  $\ddot{x}_{di}$  و  $\dot{x}_{di}$  از مشتقات زمانی اول و دوم گرادیان توابع پتانسیل بدست می آیند. بهره کنترلی برای سطح لغزش دوم نیز مشابه سطح لغزش قبلی بصورت زیر خواهد شد.

$$\begin{aligned}
K_{y_i} \geq \frac{\bar{M}_i}{c_{y_i}} \left( \frac{c_{y_i}}{\bar{M}_i} |f_{y_i}^+| + c_{y_i} |\ddot{y}_{di}| + |\dot{y}_i| \right. \\
\left. + |\dot{y}_{di}| + \eta_{y_i} \right) \quad (25)
\end{aligned}$$

برای پایدار سازی دینامیک سطح لغزش سوم نیز با معرفی تابع لیپانوف، می توان قانون کنترلی بصورت زیر بدست آورد.

$$\begin{aligned}
V(s_{\theta_i}) &= \frac{1}{2} s_{\theta_i}^2 \\
\dot{V}(s_{\theta_i}) &= s_{\theta_i} \dot{s}_{\theta_i} \\
&= s_{\theta_i} (c_{\theta_i} (\ddot{\theta}_i - \ddot{\theta}_{di}) + \dot{\theta}_i - \dot{\theta}_{di}) \\
&= s_{\theta_i} \left( c_{\theta_i} \left( \frac{1}{I_i} [\tau_i + f_{w_i}] - \ddot{\theta}_{di} \right) + \dot{\theta}_i - \dot{\theta}_{di} \right) \\
&= s_{\theta_i} \left( -\frac{c_{\theta_i}}{I_i} K_{\theta_i} \text{sign}(s_{\theta_i}) + \frac{c_{\theta_i}}{I_i} f_{w_i} - c_{\theta_i} \ddot{\theta}_{di} + \right. \\
&\quad \left. \dot{\theta}_i - \dot{\theta}_{di} \right) \\
&\leq - \left( \frac{c_{\theta_i}}{I_i} K_{\theta_i} - \frac{c_{\theta_i}}{I_i} |f_{w_i}^+| - c_{\theta_i} |\ddot{\theta}_{di}| - |\dot{\theta}_i| - \right. \\
&\quad \left. |\dot{\theta}_{di}| \right) |s_{\theta_i}| \leq -\eta_{\theta_i} |s_{\theta_i}|
\end{aligned}$$

$\theta_{di}$  و  $\dot{\theta}_{di}$  به ترتیب بردار سرعت لحظه ای و زاویه سمت مطلوب ربات ها می باشند. سپس جهت تبعیت حرکت ربات ها از این مسیرهای مطلوب و مجازی بدست آمده از طریق توابع پتانسیل، سطوح لغزش و قوانین کنترلی بر اساس قواعد روش کنترل مد لغزشی تعریف می شوند. سطوح لغزش سه گانه که مربوط به موقعیت مکانی و زاویه سمت ربات ها می باشند، در این مقاله به صورت زیر معرفی می گردد.

$$s_{x_i} = c_{x_i} (\dot{x}_i - \dot{x}_{di}) + (x_i - x_{di}) \quad (15)$$

$$s_{y_i} = c_{y_i} (\dot{y}_i - \dot{y}_{di}) + (y_i - y_{di}) \quad (16)$$

$$s_{\theta_i} = c_{\theta_i} (\dot{\theta}_i - \dot{\theta}_{di}) + (\theta_i - \theta_{di}) \quad (17)$$

$c_{x_i}$ ،  $c_{y_i}$  و  $c_{\theta_i}$  ضرایب ثابت مثبت،  $p_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix}$  و  $\theta_i$  به ترتیب بردار موقعیت مکانی و زاویه سمت ربات های حقیقی می باشند. از تئوری کنترل مد لغزشی شرایط رسیدن به سطح لغزش را بصورت زیر داریم.

$$s_{x_i} \dot{s}_{x_i} \leq -\eta_{x_i} |s_{x_i}| \quad (18)$$

$$s_{y_i} \dot{s}_{y_i} \leq -\eta_{y_i} |s_{y_i}| \quad (19)$$

$$s_{\theta_i} \dot{s}_{\theta_i} \leq -\eta_{\theta_i} |s_{\theta_i}| \quad (20)$$

اگر این شرایط به ازای مقادیر ثابت و مثبت  $\eta_{x_i}$ ،  $\eta_{y_i}$  و  $\eta_{\theta_i}$  برقرار باشند با گذشتن زمان محدودی،  $s_{x_i}$ ،  $s_{y_i}$  و  $s_{\theta_i}$  به سمت صفر میل خواهند نمود. از اینرو برای نیل به برآورده شدن شرایط تا (18) تا (20) ورودی های کنترلی بصورت زیر تعیین می گردد.

$$F_{x_i} = -K_{x_i} \text{sign}(s_{x_i}) \quad (21)$$

$$F_{y_i} = -K_{y_i} \text{sign}(s_{y_i}) \quad (22)$$

$$\tau_i = -K_{\theta_i} \text{sign}(s_{\theta_i}) \quad (23)$$

در روابط بالا  $K_{x_i}$ ،  $K_{y_i}$  و  $K_{\theta_i}$  بهره های متغیر با زمان هستند که در ادامه اقدام به محاسبه آنها می شود. برای پایدار سازی دینامیک سطح لغزش، تابع لیپانوف به صورت زیر تعیین می گردد.

$$\begin{aligned}
V(s_{x_i}) &= \frac{1}{2} s_{x_i}^2 \\
\dot{V}(s_{x_i}) &= s_{x_i} \dot{s}_{x_i} = s_{x_i} \left( c_{x_i} (\ddot{x}_i - \ddot{x}_{di}) \right. \\
&\quad \left. + (\dot{x}_i - \dot{x}_{di}) \right)
\end{aligned}$$

شبیه سازی به جای استفاده از تابع علامت در روابط ورودی های کنترل (۲۱) و (۲۲) و (۲۳) از تابع  $\tanh(\gamma s)$  استفاده شده است.

شکل ۱ الف مسیرهای حرکت شش عدد ربات را که هدف فرضی را در بر گرفته و تعقیب می کنند را نشان می دهد. در این شکل مسیرهای مجازی به رنگ سبز و مسیرهای واقعی به رنگ آبی نشان داده شده است و مسیر هدف به رنگ قرمز می باشد. همانطور که قابل مشاهده است ربات ها توانسته اند به خوبی در یک مسیر مارپیچ ضمن حفظ یک چیدمان هندسی مثلثی اطراف هدف، آن را به خوبی تعقیب نمایند.

جدول ۱ پارامترهای شبیه سازی

مقادیر	پارامترها
۱/۹	$W_{1i}$ : ضریب وزنی تابع پتانسیل بین عناصر حقیقی و مجازی
۲	$W_{2i}$ : ضریب وزنی نیروی حذر از برخورد بین ربات ها
۱/۲	$\bar{M}$ : محدوده بالایی جرم ربات ها
۱	$\underline{M}$ : محدوده پایینی جرم ربات ها
۱/۲	$\bar{I}$ : محدوده بالایی اینرسی ربات ها
۱	$\underline{I}$ : محدوده پایینی اینرسی ربات ها
۵۰	$a_1$ : ضریب نرخ تغییرات تابع پتانسیل حول نقطه تعادل
۱۰	$\gamma$ : ضریب نرخ تغییرات تابع $\tanh(\gamma s)$ حول نقطه صفر
۰/۴	$C_{x_i}$ : پارامتر شیب سطح لغزش کانال $x$
۰/۴	$C_{y_i}$ : پارامتر شیب سطح لغزش کانال $y$
۰/۰۵	$C_{\theta_i}$ : پارامتر شیب سطح لغزش کانال $\theta$
۱	$D_{i(i+1)}$ : فاصله نسبی بین دو ربات مجاور

شکل ۱ الف سرعت های مطلوب بدست آمده از طریق نیروهای پتانسیل بین عضوی را نشان می دهد. ویژگی مهمی که دامنه تغییرات سرعت نشان می دهد این است که علی رغم اینکه نیروهای پتانسیل تابعی از فاصله بین ربات ها می باشند، در این کار بدلیل استفاده از تابع پتانسیل جدید معرفی شده، دامنه تغییرات سرعت در محدوده قابلیت عملکردی ربات ها می باشد. در صورتی که در کار های قبلی (۱۸-۲۴) بدلیل متغیر بودن مقدار تابع پتانسیل در فواصل مختلف، دامنه این تغییرات به قدری زیاد است که در عمل قابل اعمال روی ربات های واقعی نمی باشد.

بنابراین با انتخاب بهره بازخورد به صورت زیر تابع لیاپانوف منفی نیمه معین خواهد شد و از طرفی بدلیل اینکه صرفاً در  $S_{\theta_i} = 0$  تابع مزبور صفر می شود، می توان گفت قانون کنترلی همواره پایدار خواهد بود.

$$K_{\theta_i} \geq \frac{I_i}{c_{\theta_i}} \left( \frac{c_{\theta_i}}{I_i} |f_w^+| + c_{\theta_i} |\ddot{\theta}_{di}| + |\dot{\theta}_i| + |\dot{\theta}_{di}| + \eta_{\theta_i} \right) \quad (26)$$

$\dot{\theta}_{di}$  و  $\ddot{\theta}_{di}$  از مشتقات زمانی اول و دوم زاویه گرادیان توابع پتانسیل (۱۴) بدست می آیند.

#### ۴- تجزیه و تحلیل نتایج شبیه سازی

در قسمت شبیه سازی دینامیک هدف بصورت زیر در نظر گرفته شده است.

$$\begin{aligned} \dot{x}_t &= v_t \cos(\theta_t) \\ \dot{y}_t &= v_t \sin(\theta_t) \\ \dot{\theta}_t &= w_t \end{aligned} \quad (27)$$

$p_t = [x_t, y_t]$  موقعیت هدف در دستگاه مختصات ثابت است.  $v_t$  و  $\theta_t$  به ترتیب سرعت خطی و زاویه سمت هدف می باشند. ورودی های کنترلی نیز بصورت زیر می باشند.

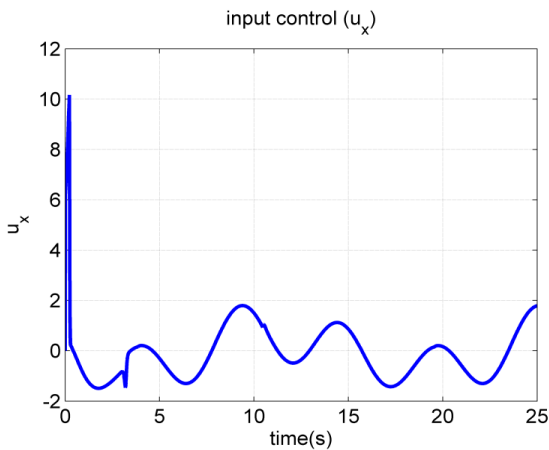
$$\begin{aligned} v_t &= 1.5 \\ w_t &= 0.05 \sin(0.4t) \end{aligned}$$

اغتشاشات ورودی و محدوده آنها در دینامیک ربات های اصلی (۱۲) به شرح زیر می باشند.

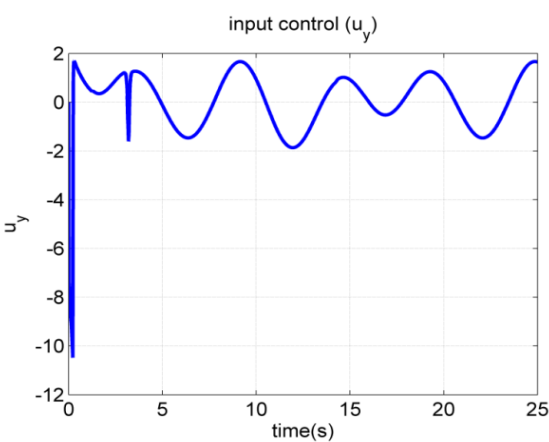
$$\begin{aligned} f_{x_i} &= 1.2 \sin(1.2t) \\ f_{y_i} &= 1.2 \sin(1.2t) \\ f_{w_i} &= 1.2 \cos(0.2t) \\ f_{x_i}^+ &= f_{y_i}^+ = f_{w_i}^+ = 1.2 \end{aligned}$$

در این مقاله حرکت چیدمان مثلثی شکل یک گروه شش تایی از ربات های معرفی شده در رابطه (۱۲) که هدف مورد نظر را تعقیب می کنند، در نظر گرفته شده است. فاصله مطلوب بین ربات نسبت به همدیگر بر اساس موقعیت مکانی ۱، ۲ و  $\sqrt{3}$  می باشد.

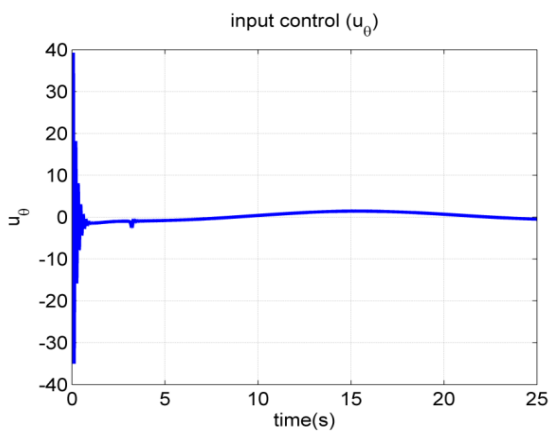
پارامترهای شبیه سازی در جدول ۱ آمده است. شرایط اولیه تمامی ربات ها از موقعیت اتفاقی در بازه  $[0 \ 30] \times [0 \ 30]$  با زوایای دلخواه انتخاب می شوند. جهت جلوگیری از بروز مشکلات



الف) ورودی کنترل کانال  $x$



ب) ورودی کنترل کانال  $y$



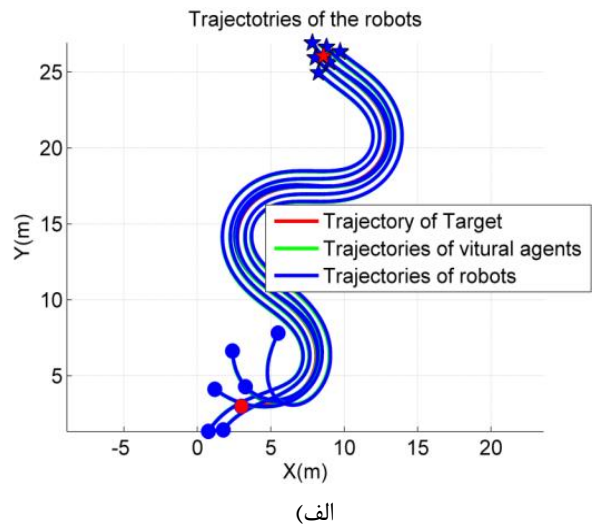
ج) ورودی کنترل کانال  $\theta$

شکل ۲ ورودی های کنترلی مربوط به پژوهش حاضر

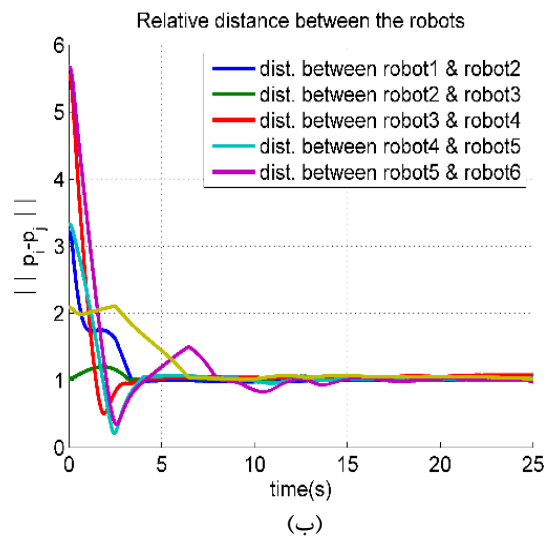
یکی از معایب دیگر استفاده از تابع پتانسیل، اعمال نیروی دافعه و جاذبه بیش از حد به ربات ها در فواصل دور از همدیگر می باشد. این موضوع کاربرد این روش را در میدان عمل محدود می کند و در واقع یکی از دلایل عدم کاربرد گسترده این روش در هدایت ربات های واقعی می باشد. در هیچ کدام

شکل ۱ ب سابقه زمانی تغییرات فاصله بین ربات ها را نشان می دهد. همانگونه که مشهود است ربات ها در کمتر از ۱۰ ثانیه توانسته اند به فاصله مطلوب از یکدیگر برسند و علی رغم وجود اغتشاش ورودی، ربات ها فاصله مطلوب نسب به هم را در طی مسیر حفظ کرده اند.

شکل ۲ نمودارهای ورودی های کنترل دینامیک ربات ها را نشان می دهد. با توجه به اینکه دینامیک سطح لغزش ها اصلاح شده و بهره کنترلی بر اساس رفتار آنلاین توابع پتانسیل بدست آمده است، ملاحظه می شود که تلاش های کنترلی به نسبت منبع [۲۸] بسیار کاهش پیدا کرده است (شکل ۳) و از طرفی هیچ کدام از ورودی های کنترلی اشباع نشده است. در حالی که در کار مذکور ورودیهای  $u_1$  و  $u_2$  به ترتیب در بهره های کنترلی ۱۰۰ و ۲۰۰ اشباع شده اند که این موضوع، یکی از معایب کاربرد عملی در کنترل ربات ها می باشد.

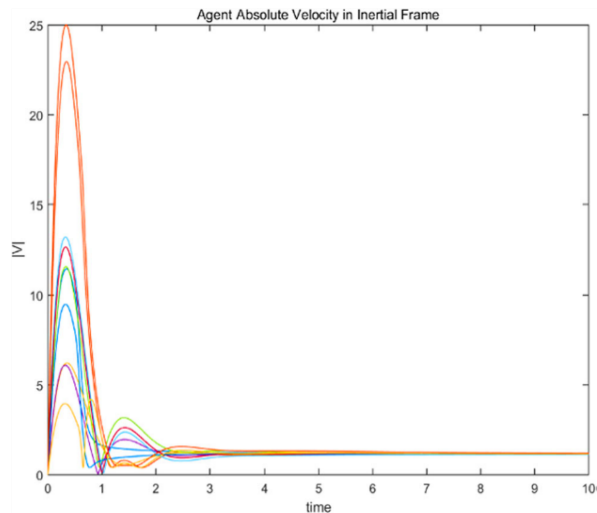


الف)



ب)

شکل ۱ الف) مسیرهای حرکت ربات ها و هدف  
ب) فاصله نسبی بین ربات ها



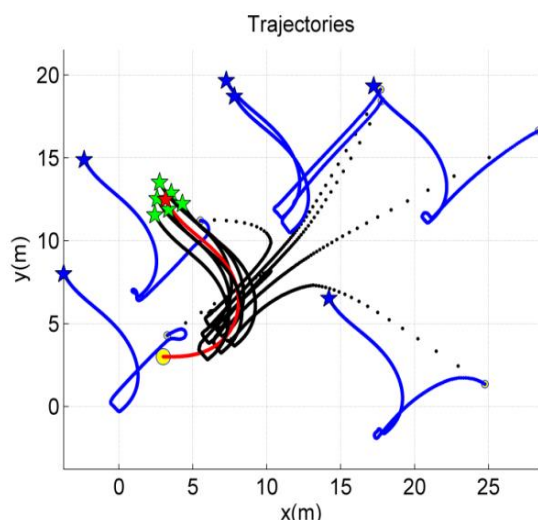
(ب) نمودار سرعت ربات ها در منبع [۲۱]

شکل ۴ مقایسه نمودارهای سرعت در پژوهش حاضر با منبع [۲۱].

در منبع [۲۸] به جای سطوح لغزش روابط (۱۵) و (۱۶)، از سطح لغزش زیر استفاده شده است. در واقع به جای اینکه سطح لغزش را بر مبنای حداقل سازی خطای بردار مکانی تشکیل دهد، از بردار خطای سرعت بصورت زیر استفاده کرده است.

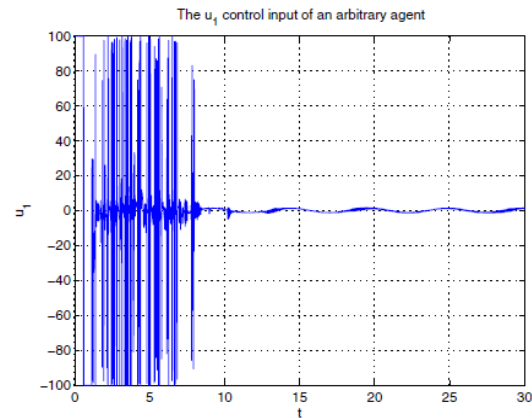
$$S_v = v_i - v_{di} \quad (28)$$

بنابراین چون در صفحه مختصات هر بردار سرعتی منحصر به فرد نمی باشد، در شرایط اولیه خاصی، خصوصاً در مواقعی که عناصر گروه فاصله نسبتاً زیادی باهم دارند، مطابق شکل ۵ عناصر دارای زوایا و سرعت مشابه هستند، اما از نظر موقعیت مکانی کاملاً در مسیری نامطلوب حرکت می کنند. از اینرو با انتخاب مناسب سطوح لغزش در پژوهش حاضر از احتمال وقوع چنین شرایطی جلوگیری شده است.

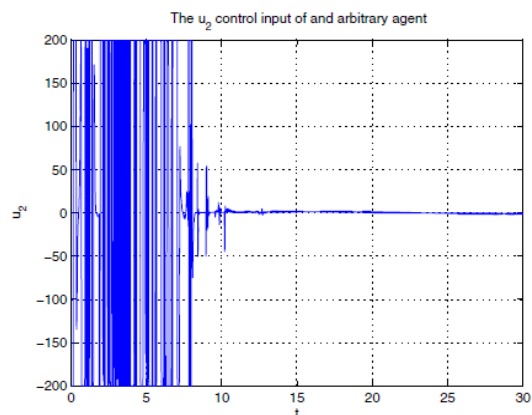


شکل ۵ عدم همگرایی اعضای گروه در مواقع استفاده از سطح لغزش مربوط به منبع [۲۸]

از منابع مورد بررسی غیر از منبع [۲۱] عامل سرعت لحظه ای در بررسی حرکت گروهی ربات ها مد نظر قرار نگرفته است. همانطور که در شکل ۴ ملاحظه می شود، در این منبع نیز سرعت ربات ها حتی به ۱۶ برابر سرعت تعقیب هدف می رسد. اما مطابق شکل ۴ الف در مقاله حاضر حدکثر سرعت به ۱٫۳ برابر سرعت تعقیب هدف می رسد.

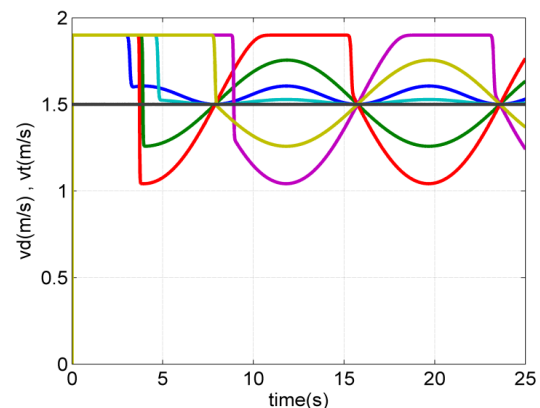


(الف) ورودی کنترل کانال  $v$  (سرعت)



(ب) ورودی کنترل کانال  $\theta$  (زاویه سمت)

شکل ۳ ورودی های کنترلی مربوط به منبع [۲۸].



(الف) نمودار سرعت ربات ها در پژوهش حاضر



مقایسه ای با کارهای انجام شده ی قبلی صورت گرفت و مزیت هایی به شرح زیر حاصل شد.

۱- به خاطر منفرد کردن نیروهای هدایتی و حذف زیگما از توابع پتانسیل، هم حجم محاسبات بطور چشم گیری کاهش پیدا کرد و هم مشکل مینیمم محلی که مهمترین چالش کاربرد روش تابع پتانسیل بود، بر طرف گردید.

۲- با معرفی تابع پتانسیل جدید، مشکل تغییرات فاحش مقادیر توابع پتانسیل (بعنوان تابعی از تغییرات فاصله بین ربات ها) و ورودی های کنترلی دینامیک ربات ها بر طرف شد. از اینرو تلاش کنترلی برای تبعیت از مسیره های مطلوب به مراتب کاهش پیدا کرد. این ویژگی یکی از مزایای هم جهت کاربردی شدن روش تابع پتانسیل در موارد عملی است.

۳- تعداد ضرایب وزنی به کار رفته در الگوریتم نهایی از چهار مورد به دو مورد کاهش یافته، از اینرو تلاش برای تنظیمات ضرایب وزنی کاهش یافته است.

۴- بدلیل استفاده از سطوح لغزش مناسب (استفاده از بردار مکان به جای بردار سرعت) مشکل عدم همگرایی گروه در شرایط اولیه نامناسب از بین رفته است.

۵- در مقایسه با کارهای قبلی، محدوده تغییرات سرعت لحظه ای ربات ها در تعقیب هدف به مراتب کاهش پیدا کرد (تا ۱,۳ برابر).

## ۶- مراجع

- [1] Dang, A., and Horn, J., Formation control of leader-following uavs to track a moving target in a dynamic environment, *Journal of Automation and Control Engineering*, Vol. 3(1), (2015).
- [2] Achmadi, S., Marjono, and Miswanto, Analysis multi-agent with precense of the leader, in *AIP Conference Proceedings*, AIP Publishing LLC, (2017).
- [3] Consolini, L., and et al., Leader-follower formation control of nonholonomic mobile robots with input constraints, *Automatica*, Vol. 44(5), pp. 1343-1349, (2008).
- [4] Peng, Z., and et al., Adaptive dynamic surface control for formations of autonomous surface vehicles with uncertain dynamics, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 21(2), pp. 513-520, (2012).
- [5] Qian, D., Tong, S., and Li, C., Leader-Following Formation Control of Multiple Robots with Uncertainties through Sliding Mode and Nonlinear

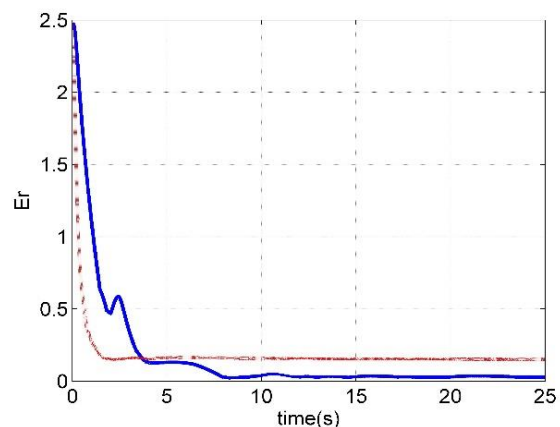
در نهایت برای اعتبار سنجی و مقایسه الگوریتم حاضر با کارهای قبلی محققین، خطای تشکیل چیدمان هندسی<sup>۱</sup> بصورت زیر تعریف می شود.

$$Er = \frac{\sum_{i=1}^{(n-1)} (|D_{i(i+1)} - d_{i(i+1)}|) + (|D_{1n} - d_{1n}|)}{n} \quad (29)$$

که در رابطه ی بالا  $Er$  خطای تشکیل چیدمان و  $n$  تعداد ربات ها و  $D_{i(i+1)}$ : فاصله نسبی بین دو ربات مجاور یعنی  $D_{i(i+1)} = \|p_i - p_{i+1}\|$  فاصله مطلوب بین ربات  $i$  و  $(i+1)$ .

$D_{1n}$ : فاصله نسبی بین ربات یکم با ربات  $n$ ام می باشد.

مقایسه نمودارهای خطای تشکیل چیدمان هندسی در شکل ۶ نشان داده شده است. نمودار نقطه چین قرمز مربوط به منبع [۲۸] و نمودار یکپارچه ی آبی مربوط به خطای پژوهش حاضر می باشد. همانطور که ملاحظه می شود بطور متوسط خطا تا حدود  $\frac{1}{3}$  خطای کار قبلی کاهش پیدا کرده است. لازم به توضیح است ثابت ماندن خطای کار قبلی بدلیل اشباع شدن ورودی های کنترلی است. در حالی که در پژوهش حاضر بدلیل معرفی تابع پتانسیل محدود آیین مشکل برطرف شده است.



شکل ۶ مقایسه نمودار خطای تشکیل چیدمان با منبع [۲۸]

## ۵- نتیجه گیری

در این مقاله روشی جدید در خصوص کنترل حرکت گروهی ربات ها و تعقیب هدف معرفی شد. این روش از ترکیب روش های تابع پتانسیل، ساختار مجازی و روش تعقیب رهبر، با اعمال تابع پتانسیل جدید به وجود آمده است. برای اینکه ویژگی های این روش نسبت به کارهای قبلی [۱۸-۲۴] متمایز شود،

<sup>1</sup> Formation keeping error

<sup>2</sup> Bounded potential function

- [17] Dang, A.-D., and et al., Distributed formation control for autonomous robots in dynamic environments. arXiv preprint arXiv:1705.02017, (2017).
- [18] Keymasi Khalaji, A., and Tourajizadeh, H., Nonlinear Lyapounov based control of an underwater vehicle in presence of uncertainties and obstacles, *Ocean Engineering*, Vol. 198, pp. 106998, (2020).
- [19] Keymasi Khalaji, A., and saadat, I., Tracking control of quadrotors in the presence of obstacles based on potential field method, *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, Vol. 53 (Issue 2 (Special Issue)), pp. 1095-1110, (2021).
- [20] Shibahara, S., Wakasa, T., and Sawada, K., Network weight and time-varying potential function for obstacle avoidance of swarm robots in column formation, *SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration*, Vol. 15(1), pp. 24-35, (2022).
- [21] Harder, S.A., and Lauderbaugh, L.K., Formation specification for control of active agents using artificial potential fields, *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, Vol. 95(2), pp. 279-290, (2019).
- [22] Gazi, V., and et al., Aggregation, foraging, and formation control of swarms with non-holonomic agents using potential functions and sliding mode techniques, *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences*, Vol. 15(2), pp. 149-168, (2007).
- [23] Yao, J., Ordonez, R., and Gazi, V., Swarm tracking using artificial potentials and sliding mode control, (2007).
- [24] Gazi, V., and et al., A target tracking approach for nonholonomic agents based on artificial potentials and sliding mode control, *Asme*, (2012).
- [25] Olfati-Saber, R., Flocking for multi-agent dynamic systems: Algorithms and theory, *IEEE Transactions on automatic control*, Vol. 51(3), pp. 401-420, (2006).
- [26] Utkin, V., and et al., Conventional and high order sliding mode control, *Journal of the Franklin Institute*, Vol. 357(15), pp. 10244-10261, (2020).
- [27] Hu, J., and et al., A survey on sliding mode control for networked control systems, *International Journal of Systems Science*, Vol. 52(6), pp. 1129-1147, (2021).
- [29] Gazi, V., and Passino, K.M., Swarm stability and optimization, Springer Science and Business Media, (2011).
- Disturbance Observer, *Etri Journal*, Vol.38(5), pp. 1008-1018, (2016).
- [6] Ren, W., and Beard, R.W., Decentralized scheme for spacecraft formation flying via the virtual structure approach, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 27(1), pp. 73-82, (2004).
- [7] Lewis, M.A., and Tan, K.-H., High precision formation control of mobile robots using virtual structures, *Autonomous robots*, Vol. 4(4), pp. 387-403, (1997).
- [8] Pantelimon, G., et al., Survey of Multi-agent Communication Strategies for Information Exchange and Mission Control of Drone Deployments, *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, Vol. 95(3-4), pp. 779-788, (2019).
- [9] Liu, Y., and Bucknall, R., A survey of formation control and motion planning of multiple unmanned vehicles, *Robotica*, Vol. 36(7), pp. 1019-1047, (2018).
- [10] Issa, B., and A.T., Rashid, A survey of Multi-Mobile Robots Formation Control, *International Journal of Computer Applications*, Vol. 181(48), pp. 12-16, (2019).
- [11] Ai, X.L., and et al., Optimal formation control with limited communication for multi-unmanned aerial vehicle in an obstacle-laden environment, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 231(6), pp. 979-997, (2017).
- [12] Do, K.D., and Pan, J., Nonlinear formation control of unicycle-type mobile robots, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 55(3), pp. 191-204, (2007).
- [13] Lee, G., and Chwa, D., Decentralized behavior-based formation control of multiple robots considering obstacle avoidance, *Intelligent Service Robotics*, Vol. 1(11), pp. 127-138, (2018).
- [14] Alasty A., Etemadi, E.S., and Roshan-Ghalb F., Behavioral Control of Autonomous Swarms, in *16th. Annual (International) Conference on Mechanical Engineering-ISME 2008*, Shahid Bahonar University of Kerman: Iran, (2008).
- [15] Balch, T., and Arkin, R.C., Behavior-based formation control for multirobot teams, *IEEE transactions on robotics and automation*, Vol. 14(6), pp. 926-939, (1998).
- [16] Khatib, O., Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots, in *Autonomous robot vehicles*, Springer, pp. 396-404, (1986).