

محاسبه ظرفیت حمل بار ربات متحرک کشنده-پیرو با در نظر گرفتن روش کنترل بهینه غیرخطی

چکیده: ربات کشنده-پیرو به عنوان مجموعه ربات متحرک برای حمل بار مورد کاربرد قرار می‌گیرد. لذا ظرفیت حمل بار آن از اهمیت ویژه‌ای برخوردار بوده و تاکنون مورد توجه قرار نگرفته‌است. در این مقاله، محاسبه ظرفیت حمل بار ربات متحرک کشنده-پیرو با استفاده از روش کنترل بهینه غیرخطی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در حرکت نقطه به نقطه ربات کشنده-پیرو، یک الگوریتم پیشرفته بر مبنای حل غیرمستقیم مسئله کنترل بهینه غیرخطی و به منظور محاسبه ظرفیت حمل بار ربات متحرک کشنده-پیرو ارائه می‌گردد. فرمول بندی کنترل بهینه با در نظر گرفتن معادلات دینامیک غیرخطی ربات متحرک کشنده-پیرو و با در نظر گرفتن قیود غیرهولونومیک به عنوان قیود مسئله انجام می‌شود. سپس با بیان یک الگوریتم تکراری پیشرفته، بار قابل حمل ربات پیرو به تدریج افزایش یافته و در هر مرحله شرایط بهینگی مسیر به عنوان مجموعه معادلات دیفرانسیل کوپله غیرخطی در نظر گرفته شده و حل معادلات انجام می‌شود. ظرفیت حمل بار مجموعه ربات کشنده-پیرو در پایان الگوریتم با در نظر گرفتن اشباع گشتاور محرک های کشنده در نظر گرفته می‌شود. لذا با توجه به روش پیشنهادی، شبیه سازی حرکت نقطه به نقطه ربات متحرک کشنده-پیرو انجام شده و ظرفیت حمل بار محاسبه می‌شود. نتایج نشانه کارایی الگوریتم پیشنهادی به منظور محاسبه ظرفیت حمل بار ربات کشنده-پیرو را بوده و قابل کاربرد در مأموریت‌های مختلف این ربات است.

واژه های راهنما: ربات کشنده-پیرو، ظرفیت حمل بار، کنترل بهینه، غیرخطی، غیرهولونومیک

پویا ملاحی کلاهی
کارشناسی ارشد

مصطفی ناظمی زاده*

استادیار،
مجمع دانشگاهی مکانیک،
دانشگاه صنعتی مالک اشتر

مقاله علمی پژوهشی

دریافت: ۱۴۰۱/۰۱/۰۶

پذیرش: ۱۴۰۱/۰۲/۳۰

Pouya Mallahi
Kolahi
MSc.

Load carrying capacity of tractor-trailer mobile robots considering the nonlinear optimal control

Mostafa

Nazemizadeh*

Assistant professor,
Faculty of Mechanics,
Malek Ashtar
University of
Technology

Abstract: Tractor-trailer robot is a kind of mobile robots used to carry heavy loads. So, load carrying capacity of such robots is an appealing subject which has not been considered up to now. In this article, load carrying capacity of the tractor-trailer mobile robots is investigated using the nonlinear optimal control theory. In point-to-point motion of the tractor-trailer robot, an advanced algorithm based on the indirect solution of the nonlinear optimal control is presented to calculate load carrying capacity of the tractor-trailer robot. Formulation of the optimal control is performed by considering the nonlinear dynamic and nonholonomic equations of the robot as constraints of the problem. Then, by presentation of an advanced iterative algorithm, load of the robot is gradually increased and in each step, optimal conditions are considered as a set of coupled nonlinear differential equation and solved. Load carrying capacity of the tractor-trailer robot is calculated at the final step of the algorithm with consideration of saturation of actuators. Then, the simulation of the tractor-trailer point-to-point motion is performed and the load carrying capacity obtained. The results demonstrate the capability of the proposed algorithm to calculate the load carrying capacity of the tractor-trailer robots and can be applicable for various missions.

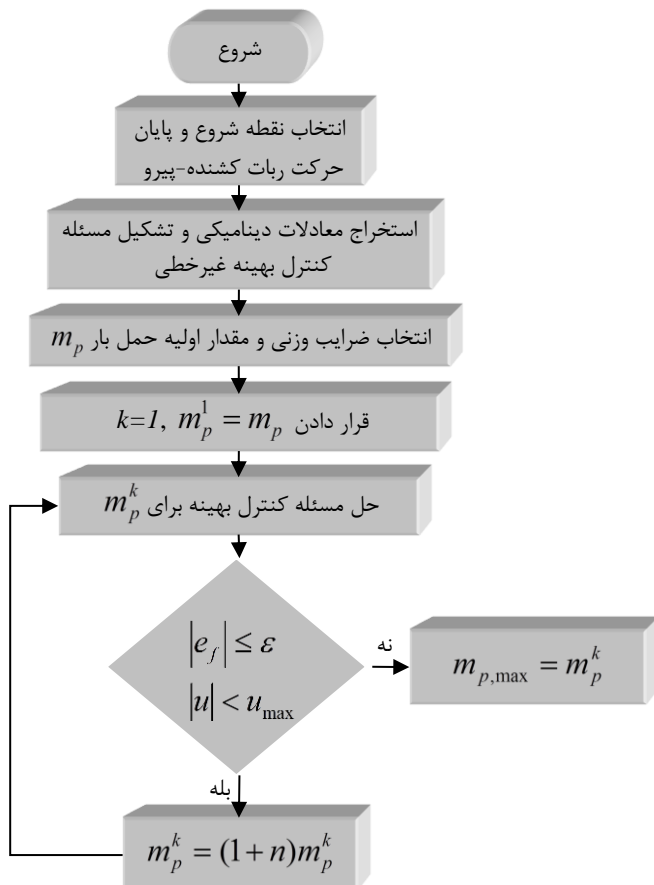
Keywords: Tractor-trailer robot, load carrying capacity, optimal control, nonlinear, nonholonomic

۱- مقدمه

قرار گرفته است. در این سیستم رباتیکی، ربات جلویی محرک و کشنده و ربات عقب به عنوان متحرک و پیرو محسوب می شود. گسترش این نوع ربات‌ها به منظور افزایش ظرفیت حمل سیستم بوده در حالی که هزینه ساخت و نگهداری آن‌ها بسیار کمتر از سیستم‌های دارای زنجیره‌ای از ربات‌های محرک متوالی است و لذا مورد توجه محققان قرار گرفته است. آلتافینی [۱۳]، به بیان معادلات حرکتی ربات متحرک چرخ‌دار کشنده-پیرو و کنترل-پذیری حرکت آن پرداخت. او تنها به مدل‌سازی سینماتیکی ربات متحرک کشنده-پیرو پرداخت در حالی که در کنترل دقیق مسیر ربات متحرک بایستی محدودیت‌های اینرسی و گشتاور محرک‌ها در نظر گرفته شود. در [۱۴] از روش کنترل تطبیقی مقاوم به منظور ردیابی مسیر ربات متحرک کشنده-پیرو با در نظر گرفتن اغتشاشات دارای محدوده مشخص استفاده شد. کایاکان و همکارانش [۱۵] به کنترل هوشمند ربات کشنده-پیرو با استفاده از کنترل کننده پیش‌بین مدل غیرخطی پرداختند. آن‌ها به منظور افزایش دقت ردیابی مسیر، از کنترل پیش‌بین غیرخطی با در تغییر مداوم پارامترهای سیستم و در نظر گرفتن قیود سینماتیکی غیرهولونومیک پرداختند. همچنین در [۱۶] مدل‌سازی دینامیکی ربات متحرک کشنده-پیرو دارای ربات پیرو با چرخ‌های کروی و بدون قیود غیرهولونومیک مورد مطالعه قرار گرفت. با در نظر گرفتن این نوع چرخ، مانور پذیری ربات افزایش یافته، اما سیستم زیر محرک شده و کنترل ربات با استفاده از الگوریتم کنترل کلاسیک انجام گرفت. تارویردی زاده و دیگران [۱۷] به مدل‌سازی سینماتیکی و دینامیکی ربات متحرک چرخ‌دار کشنده-پیرو پرداختند. آن‌ها از روش کنترلی خطی سازی بازخورد ورودی-خروجی برای کنترل ربات متحرک استفاده کردند. همچنین آن‌ها [۱۸] به مطالعه برخورد کشنده و پیرو با یکدیگر در حین حرکت ربات کشنده-پیرو و اشباع محرک‌های آن پرداختند. آن‌ها از روش کنترلی پیش‌بین مدل خطی و غیرخطی به منظور ردیابی مسیر حرکت ربات متحرک استفاده کردند. آن‌ها قیود غیرهولونومیک حاکم بر چرخ‌های ربات کشنده-پیرو را در نظر گرفته ولی از اثرات اینرسی چرخ‌ها صرف‌نظر کردند. بین و همکارانش [۱۹] ردیابی مسیر یک ربات چرخ‌دار کشنده-پیرو با استفاده از روش کنترلی بازگشت به عقب تطبیقی بررسی کردند. آن‌ها با در نظر گرفتن قیود غیرهولونومیک سیستم، از یک کنترل کننده فیدبک متغیر با زمان برای ردیابی مسیر استفاده کردند. ناظمی زاده و ملاحی [۲۰] به استخراج معادلات دینامیک غیرخطی ربات متحرک کشنده-پیرو و کنترل خطی سازی ورودی-خروجی، به منظور

در دهه‌های گذشته ربات‌های متحرک به صورت گسترده‌ای برای انجام مأموریت در فواصل دور مورد کاربرد قرار گرفته‌اند، زیرا آن‌ها نسبت به ربات‌های ثابت دارای مزایایی چون فضای کاری وسیع-تر، متحرک بودن و قدرت مانور بالاتر می‌باشند. ربات‌های متحرک چرخ‌دار یکی از متداول‌ترین ربات‌های متحرک بوده و عدم لغزش چرخ‌های ربات منجر به قیود غیرهولونومیک در معادلات دینامیک حرکت شده و مورد توجه بسیاری از محققان علم رباتیک قرار گرفته است [۱-۶]. همچنین تحقیقات متعددی بر محاسبه ظرفیت حمل بار ربات متحرک در مسیر حرکت آن پرداختند. وانگ و همکارانش [۷] به محاسبه ظرفیت بار بازوی مکانیکی با استفاده از حل مستقیم مسئله کنترل بهینه پرداختند. این روش نیاز به گسسته سازی فضای کاری ربات داشته و باعث افزایش زیاد محاسبات عددی و اصطلاحاً انفجار عددی می‌گردد. لذا این روش برای سیستم‌های دارای قیود نظیر ربات‌های متحرک مناسب نیست. کورایم و غریلو [۸] به محاسبه ظرفیت حمل بار ربات متحرک دوچرخ پرداختند. آن‌ها تنها معادلات سینماتیکی ربات را در نظر گرفتند و محدودیت گشتاور موتورها در محاسبه ظرفیت بار را لحاظ نکردند. همچنین در [۹] محاسبه ظرفیت حمل بار ربات متحرک با بازوی الاستیک مورد مطالعه قرار گرفت. اگرچه در این تحقیق محاسبه ظرفیت حمل بار ربات متحرک با استفاده از روش کنترل بهینه انجام پذیرفت، اما از قیود غیرهولونومیک حاکم بر چرخ‌های ربات صرف‌نظر شد. ناظمی زاده و همکارانش [۱۰] به طراحی مسیر بهینه ربات متحرک چرخ‌دار با استفاده از روش کنترل بهینه غیرخطی پرداختند. آن‌ها معادلات دینامیک غیرخطی ربات را با در نظر گرفتن قیود غیرهولونومیک چرخ‌ها استخراج و از حل غیرمستقیم مسئله کنترل بهینه برای یافتن مسیر بهینه استفاده کردند. میرزایی نژاد و شافعی [۱۱] از روش کنترل پیش‌بین برای ردیابی مسیر ربات متحرک بازودار در حضور نامعینی‌های پارامتریک استفاده نمودند. آن‌ها معادلات دینامیکی ربات را با استفاده از فرمولاسیون گیس-اپل استخراج نمودند. همچنین در [۱۲] به طراحی مسیر بهینه ربات متحرک صنعتی با استفاده از تئوری کنترل بهینه پرداختند. اگرچه در این تحقیق محاسبه ظرفیت حمل بار ربات مورد توجه قرار نگرفته است.

اگرچه تحقیقات پیشین به محاسبه ظرفیت حمل بار و کنترل ربات‌های متحرک پرداخته است، اما اخیراً گروهی از ربات‌های متحرک چرخ‌دار با عنوان کشنده-پیرو مورد توجه



شكل ۱ الگوریتم محاسبه ظرفیت حمل بار ربات كشنده-پيرو

۲-۱- فرمول بندی مسئله كنترل بهينه و حل آن

در این بخش به تشکیل مسئله كنترل بهينه غيرخطی به منظور طراحی مسیر نقطه به نقطه ربات كشنده-پيرو و محاسبه ظرفیت حمل بار آن پرداخته می شود. چنانچه معادلات ديناميك غيرخطی ربات كشنده-پيرو به شکل کلی زیر در نظر گرفته شود:

$$\dot{X}(t) = \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} SX_2 \\ N(X_1, X_2) + Z(X_1)U \end{bmatrix} \quad (1)$$

که $X = [X_1 \quad X_2]^T$ بردار حالت سیستم و U كنترل ورودی آن است. در این صورت این معادلات به عنوان قیود مسئله كنترل بهينه در نظر گرفته شده و هدف تعیین مقادیر ورودی بهينه مجاز $U^*(t) \in \Omega$ است به طوری که تابع هدف زیر را مینیمم کند:

$$J_0(X, U) = \int_{t_0}^{t_f} L(X(t), U(t), t) dt \quad (2)$$

که t_0 و t_f زمان شروع و پایان حرکت ربات متحرک كشنده-پيرو در حرکت نقطه به نقطه آن است. از طرفی به منظور حرکت

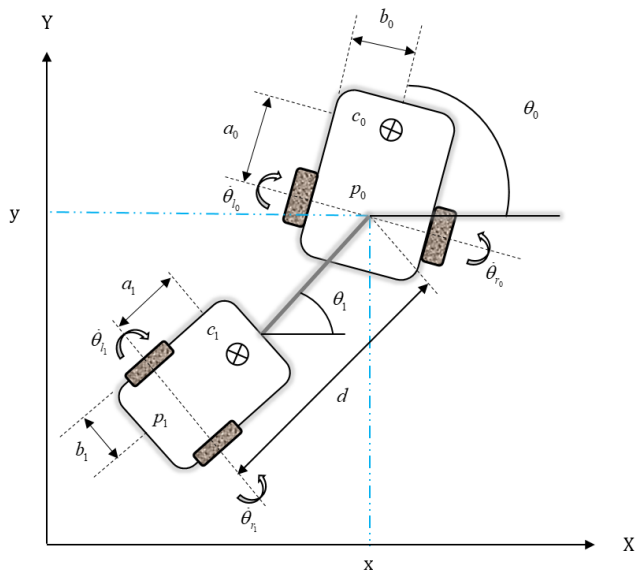
كنترل مسیر حرکت ربات پرداختند. اگرچه آن ها محاسبه ظرفیت حمل بار ربات متحرک كشنده-پيرو را مورد توجه قرار ندادند.

در این مقاله، محاسبه ظرفیت حمل بار ربات متحرک كشنده-پيرو با استفاده از نظریه كنترل بهينه غيرخطی انجام می شود. ابتدا معادلات ديناميكی حاکم بر سیستم استخراج شده و سپس این معادلات در فضای حالت به عنوان قیود مسئله كنترل بهينه در نظر گرفته می شود. از طرفی با تعیین تابع هدف مناسب، یک الگوریتم تکراری به منظور افزایش بار ربات پيرو با در نظر گرفتن مینیمم خطای نقطه پایانی و همچنین عدم اشباع گشتاور محرک های كشنده در نظر گرفته می شود. در این الگوریتم شرایط بهینگی مسیر به عنوان مجموعه معادلات کوپله غيرخطی در نظر گرفته شده و ظرفیت حمل بار در مسیر بهينه نقطه به نقطه ربات متحرک محاسبه می شود.

۲- الگوریتم محاسبه ظرفیت حمل بار ربات كشنده-پيرو

به منظور محاسبه ظرفیت حمل بار ربات متحرک كشنده-پيرو، ابتدا معادلات ديناميكی سیستم استخراج شده و مسئله حرکت نقطه به نقطه ربات به عنوان یک مسئله كنترل بهينه با در نظر گرفتن حداقل بار قابل حمل بیان می شود. سپس مسئله كنترل بهينه غيرخطی برای بار در نظر گرفته شده حل شده و خطای نقطه پایانی و همچنین ماکزیمم گشتاور وارد بر موتورهای ربات كشنده بررسی می شود. این الگوریتم بازگشتی مداوم تکرار می شود تا ظرفیت حمل بار مجموعه ربات متحرک كشنده-پيرو محاسبه شود. در شکل (۱) این الگوریتم بازگشتی نشان داده شده است.

همانطور که در شکل ۱ مشاهده می شود، الگوریتم محاسبه ظرفیت حمل بار، یک الگوریتم پیشرفته بر اساس افزایش تدریجی بار و حل مداوم مسئله كنترل بهينه هست. ماکزیمم بار برای حالتی که بیشینه گشتاور وارد بر محرک های ربات كشنده بیشتر از حد مجاز بوده و خطای موقعیت نقطه پایانی نیز بالاتر از حد مجاز باشد تعیین می گردد.



شکل ۲ شماتیک ربات کشنده-پیرو

مطابق با شکل ۲، پارامترهای مربوط به ربات متحرک کشنده-پیرو عبارت است از: c_1 و c_0 به ترتیب مرکز جرم ربات کشنده و پیرو، $2b_1$ و $2b_0$ فاصله چرخ‌های ربات کشنده و پیرو از یکدیگر، a_1 و a_0 فاصله میانی چرخ‌های کشنده و پیرو تا مرکز جرم، d فاصله نقاط p_1 و p_0 ، θ_1 و θ_0 جهت‌گیری ربات کشنده و پیرو و سرعت زاویه چرخ راست و چپ ربات کشنده به ترتیب برابر با $\dot{\theta}_{r_0}$ و $\dot{\theta}_{l_0}$ و پیرو $\dot{\theta}_{r_1}$ و $\dot{\theta}_{l_1}$ می‌باشد. برای ربات کشنده-پیرو ماتریس قیدی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$A(q) = \begin{pmatrix} \sin \theta_1 & -\cos \theta_1 & 0 & d \\ \sin \theta_0 & \cos \theta_0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (۸)$$

ماتریس قیدی بیانگر قیود غیرهولونومیک عدم لغزش جانبی ربات‌های کشنده و پیرو می‌باشد. به منظور بیان معادلات، فضای پوچی این ماتریس برابر است با:

$$S(q) = \begin{pmatrix} \cos \theta_0 & 0 \\ \sin \theta_0 & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{1}{d} \sin(\theta_0 - \theta_1) & 0 \end{pmatrix} \quad (۹)$$

بنابراین مدل سینماتیکی ربات کشنده-پیرو با در نظر گرفتن v به عنوان بردار شامل سرعت خطی و سرعت زاویه ای جهت دهی ربات به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\dot{q} = Sv \quad (۱۰)$$

نقطه‌به‌نقطه ربات متحرک، تابع هزینه به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$J_0(X, U) = \int_{t_0}^{t_f} (\|X\|_W^2 + \|U\|_R^2) dt \quad (۳)$$

در رابطه (۳) نرم مربعی تعمیم‌یافته بردار فضای حالت و همچنین نرم مربعی تعمیم‌یافته بردار گشتاور ورودی می‌باشد.

چنانچه طراحی مسیر حرکت نقطه‌به‌نقطه ربات متحرک کشنده-پیرو به عنوان مسئله کنترل بهینه فرمول‌بندی شود، حل غیرمستقیم آن بر اساس روش حساب تغییرات مورد توجه قرار می‌گیرد. این روش حل برای مسائل دارای ترم‌های غیرخطی بالا نظیر ربات‌های کشنده-پیرو بسیار کارایی داشته و مورد توجه فراوان قرار گرفته است. بدین منظور ابتدا تابع همیلتونین به شکل زیر تشکیل می‌شود [۲۱]:

$$H(X(t), U(t), P(t), t) = L(X(t), U(t), t) + P^T(t) G(X(t), U(t), t) \quad (۴)$$

که $P(t)$ بردار شبه حالت است. از طرفی پس از برخی عملیات ریاضی، در نهایت شرایط بهینگی سیستم برابر است با:

$$\dot{X}^*(t) = \frac{\partial H}{\partial P}(X^*, U^*, P^*, t) \quad (۵)$$

$$\dot{P}^*(t) = -\frac{\partial H}{\partial X}(X^*, U^*, P^*, t) \quad (۶)$$

$$0 = \frac{\partial H}{\partial U}(X^*, U^*, P^*, t) \quad (۷)$$

مجموعه معادلات بهینگی بالا به صورت مجموعه معادلات دیفرانسیل کوپله شده بوده که با توجه به شرایط اولیه و انتهایی حرکت ربات متحرک کشنده-پیرو به صورت یک مسئله مقدار مرزی حل می‌شود.

۳- معادلات دینامیک غیرخطی ربات کشنده-پیرو

در این بخش به بیان معادلات دینامیک غیرخطی ربات متحرک کشنده-پیرو پرداخته می‌شود. در شکل زیر شماتیکی از ربات مورد بررسی نشان داده شده است:

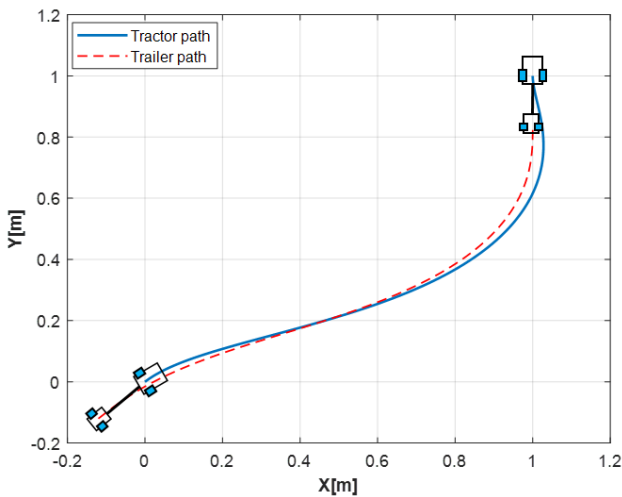
۴- شبیه‌سازی و نتایج

در این بخش به شبیه‌سازی مسیر حرکت و محاسبه ظرفیت حمل بار ربات متحرک کشنده-پیرو پرداخته می‌شود. پارامترهای سیستم مطابق با جدول (۱) مقداردهی می‌شود:

جدول ۱ پارامترهای ربات متحرک کشنده-پیرو [۱۴]

واحد	مقدار	پارامتر ربات
kg	$m_0 = 0.9$	جرم کشنده
kg	$m_1 = 0.33$	جرم پیرو
kg.m ²	$I_{\theta_0} = 0.0043$	ممان اینرسی کشنده
kg.m ²	$I_{\theta_1} = 0.0103$	ممان اینرسی پیرو
m	$r = 0.026$	شعاع چرخ‌ها
m	$d = 0.17$	فاصله P_1 و P_0
m	$b = 0.0595$	فاصله چرخ تا مرکز جرم

به‌منظور شبیه‌سازی طراحی مسیر بهینه ربات کشنده-پیرو، از شرایط اولیه $x_{start} = [0 \ 0]^T$ به شرایط نهایی x_{Goal} حرکت کرده و مدت‌زمان شبیه‌سازی $t = 3$ در نظر گرفته می‌شود. در شکل ۳ مسیر حرکت بهینه ربات متحرک کشنده-پیرو نشان داده شده است:



شکل ۳ مسیر حرکت بهینه ربات متحرک کشنده-پیرو

همانطور که در شکل ۳ نشان داده شده است، مسیر بهینه ایجاد شده توسط روش کنترل بهینه غیرخطی هموار بوده و لذا ربات با طی مسیر هموار از نقطه شروع به پایان می‌رسد. از طرفی در شکل ۴ جابجایی زاویه‌ای مربوط به جهت‌دهی ربات-های کشنده و پیرو نشان داده شده است:

از طرفی با توجه به قیود غیرهولونومیک حاکم بر ربات متحرک کشنده-پیرو، از اصل ضرایب لاگرانژ برای استخراج معادلات ربات به‌صورت زیر ارائه می‌شود:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial q_k} \right) = f_k - \sum_{i=1}^n \lambda_i a_{ik} \quad (11)$$

که در آن n تعداد قید سیستم، λ_i ضرایب لاگرانژ، f_k نیروهای تعمیم‌یافته و L تفاوت انرژی جنبشی و پتانسیل سیستم می‌باشد. لذا بایان انرژی جنبشی سیستم و جاگذاری در اصل ضرایب لاگرانژ، در نهایت معادلات دینامیکی سیستم برابر است با:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) = B(q)\tau + A^T(q)\lambda \quad (12)$$

که در رابطه بالا ماتریس اینرسی $M(q)$ ، ماتریس نیروهای غیرخطی $C(q, \dot{q})$ و ماتریس ضرایب $B(q)$ برابر است با [۱۴]:

$$M = \begin{bmatrix} m_0 + m_1 & 0 & -a_0 m_0 \sin \theta_0 & -m_1 (a_1 - d) \sin \theta_1 \\ 0 & m_0 + m_1 & a_0 m_0 \cos \theta_0 & m_1 (a_1 - d) \cos \theta_1 \\ -a_0 m_0 \sin \theta_0 & a_0 m_0 \cos \theta_0 & m_1 (a_1 - d)^2 + I_1 & 0 \\ -m_1 (a_1 - d) \sin \theta_1 & m_1 (a_1 - d) \cos \theta_1 & 0 & m_1 a_1^2 + I_0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$C = \begin{bmatrix} -a_0 m_0 \cos \theta_0 \dot{\theta}_0^2 - m_1 (a_1 - d) \cos \theta_1 \dot{\theta}_1^2 \\ -a_0 m_0 \sin \theta_0 \dot{\theta}_0^2 - m_1 (a_1 - d) \sin \theta_1 \dot{\theta}_1^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} \cos \theta_0 & \cos \theta_0 \\ \sin \theta_0 & \sin \theta_0 \\ b & -b \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

که در آن m_0 و m_1 و I_0 و I_1 به ترتیب بیانگر جرم و ممان اینرسی بخش اول و دوم ربات می‌باشد و a_0 و a_1 برابر با فاصله میان مراکز جرم و نقطه میانی چرخ‌ها و همچنین شعاع چرخ‌های ربات مورد بررسی می‌باشد. به‌منظور حذف ضرایب لاگرانژ از رابطه (۱۲)، این رابطه در s^T ضرب شده و رابطه نهایی به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$\bar{M}(q)\ddot{q} + \bar{C}(q, \dot{q}) = \bar{B}(q)\tau \quad (16)$$

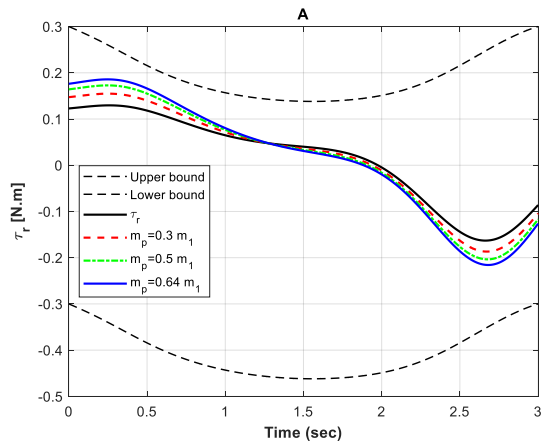
که در معادلات دینامیکی نهایی، روابط زیر برقرار است:

$$\bar{M} = S^T M S \quad (17)$$

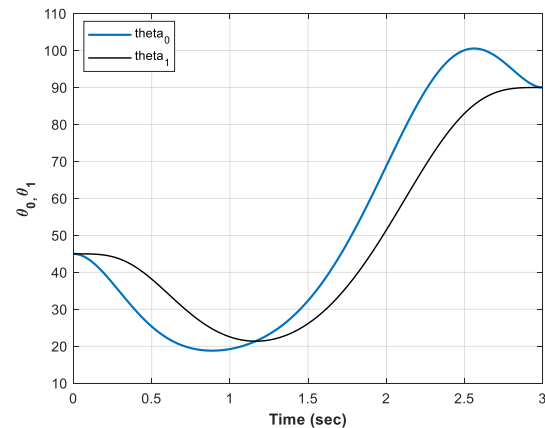
$$\bar{C} = S^T (M S \dot{v} + C) \quad (18)$$

$$\bar{B} = S^T B \quad (19)$$

همچنین بردار حالت ربات کشنده-پیرو برابر با $X = [x \ y \ \theta_0 \ \theta_1 \ v \ \omega]$ در نظر گرفته شده است.



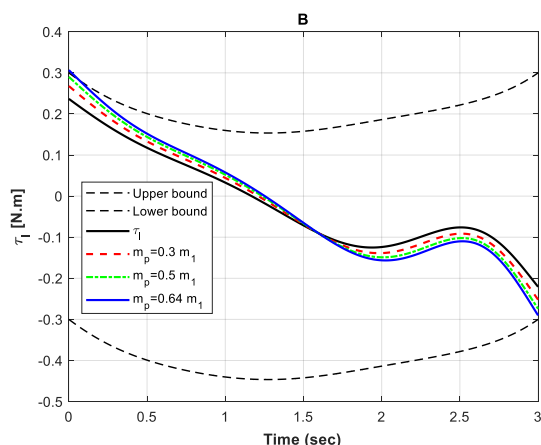
شکل ۶ گشتاور وارد بر چرخ راست ربات کشنده



شکل ۴ جابجایی زاویه جهت‌دهی ربات‌های کشنده- پیرو

همانطور که مشاهده می‌شود، با افزایش بار پیرو، گشتاور وارد بر چرخ راست ربات کشنده افزایش می‌یابد. همچنین به ازای بارهای مختلف نشان داده شده در شکل بالا، چرخ راست ربات کشنده به حالت اشباع نرسیده است.

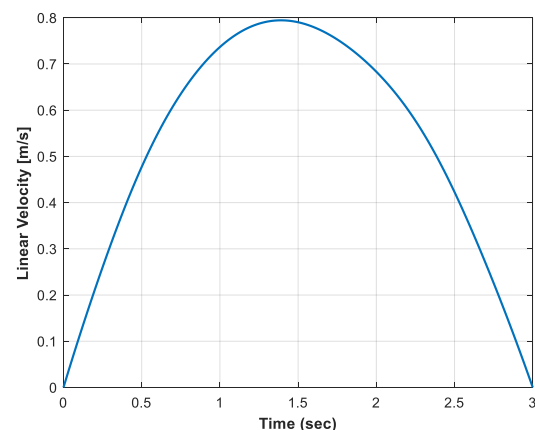
از طرفی در شکل ۷، گشتاور وارد بر چرخ چپ ربات متحرک کشنده نشان داده شده است:



شکل ۷ گشتاور وارد بر چرخ چپ ربات کشنده

همانطور که در شکل ۷ مشاهده می‌شود با افزایش بار وارد بر ربات، گشتاور اعمالی در شروع حرکت افزایش یافته تا به ازای بار ماکزیمم و ظرفیت حمل بار، موتورهای محرک چرخ چپ ربات کشنده به اشباع می‌رسد. این میزان حد اشباع به ازای $m_p = 0.64m_1$ رخ خواهد داد و الگوریتم پیشنهادی اضافه کردن حمل بار برای مراحل بعدی را متوقف خواهد کرد. لذا با استفاده از الگوریتم محاسبه ظرفیت حمل بار، به ازای ماکزیمم بار حمل شده توسط پیرو، موتور محرک چرخ چپ به اشباع رفته و در این حالت نمی‌توان باری بیشتر را به ربات اضافه نمود.

مطابق با شکل بالا، ربات کشنده-پیرو با تغییر در گشتاور هر یک از چرخ‌های کشنده باعث جهت‌گیری هموار ربات در طی مسیر و رسیدن به نقطه پایانی می‌شود. از طرفی سرعت خطی بهینه ربات کشنده در شکل ۵ نشان داده شده است:



شکل ۵ سرعت خطی بهینه ربات کشنده

همانطور که در شکل بالا مشاهده می‌شود، سرعت ربات ابتدا

افزایش یافته و سپس به صورت هموار کاهش می‌یابد.

از طرفی به منظور محاسبه ظرفیت حمل بار، در ادامه به بررسی گشتاور چرخ راست ربات کشنده برای بارهای مختلف بر روی ربات پیرو در شکل ۶ پرداخته می‌شود:

۵- نتیجه گیری

of environmental obstacles", *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Vol. 9, No. 4, pp. 105, (2012).

- [7] Wang, C. Y., Timoszyk, W. K., & Bobrow, J. E., "Payload maximization for open chained manipulators: finding weightlifting motions for a Puma 762 robot", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 17, No. 2, pp. 218-224. (2001).
- [8] Korayem, M. H., Ghariblu, H., & Basu, A. "Maximum allowable load of mobile manipulators for two given end points of end effector", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 24, No. 9, pp. 743-751. (2004).
- [9] Korayem, M. H., Rahimi, H. N., Nikoobin, A., & Nazemizadeh, M., "Maximum allowable dynamic payload for flexible mobile robotic manipulators", *Latin American applied research*, Vol. 43, No. 1, pp. 29-35. (2013).
- [10] Nazemizadeh, M., Rahimi, H. N., & Khoiy, K. A., "Trajectory planning of mobile robots using indirect solution of optimal control method in generalized point-to-point task", *Frontiers of Mechanical Engineering*, Vol. 7, No. 1, pp. 23-28, (2012).
- [11] mirzaeinejad, H., shafei, A., "Nonlinear predictive control for trajectory tracking of a mobile manipulator", *The Iranian Journal of Mechanical Engineering*, Vol. 23, No. 2. Pp. 66-95, (2021). (in Persian فارسی)
- [12] Mallahi Kolahi, P., Mosayebi, M., "Optimal Trajectory Planning for an Industrial Mobile Robot using Optimal Control Theory", *Journal of Modern Processes in Manufacturing and Production*, Vol. 10, No. 3, pp. 25-34, (2021).
- [13] Altafini, C., "Some properties of the general n-traile", *International Journal of Control*, Vol. 74, No. 4, pp. 409-424, (2001).
- [14] Khalaji, A. K., & Moosavian, S. A. A., "Robust adaptive controller for a tractor-trailer mobile robot", *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 19, No. 3, pp. 943-953, (2013).
- [15] Kayacan, E., Kayacan, E., Ramon, H., & Saeys, W., "Learning in centralized nonlinear model predictive control: Application to an autonomous tractor-trailer system", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 23, No. 1, pp. 197-205, (2014).
- [16] Khalaji, A. K., & Moosavian, S. A. A., "Stabilization of a tractor-trailer wheeled robot", *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 30, No. 1, pp. 421-428, (2016).

در این مقاله، محاسبه ظرفیت حمل بار ربات متحرک کشنده-پیرو با استفاده از نظریه کنترل بهینه غیرخطی انجام شده است. ابتدا معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم استخراج شده و سپس این معادلات در فضای حالت به عنوان قیود مسئله کنترل بهینه در نظر گرفته شد. از طرفی با تعیین تابع هدف مناسب، یک الگوریتم تکراری به منظور افزایش بار ربات پیرو با در نظر گرفتن مینیمم خطای نقطه پایانی و همچنین عدم اشباع گشتاور محرک‌های کشنده در نظر گرفته شد. در این الگوریتم شرایط بهینگی مسیر به عنوان مجموعه معادلات کوپله غیرخطی در نظر گرفته شده و ظرفیت حمل بار در مسیر بهینه نقطه به نقطه ربات متحرک محاسبه شد. نتایج نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی به خوبی قابلیت محاسبه ظرفیت حمل بار ربات کشنده-پیرو را داشته و ظرفیت حمل بار ربات انجام شده است.

۶- مراجع

- [1] Yousuf, B. M., Khan, A. S., & Khan, S. M., "Dynamic Modeling and Tracking for Nonholonomic Mobile robot using PID and Back Stepping", *Advanced Control for Applications: Engineering and Industrial Systems*, pp. e71, (2021).
- [2] Nazemizadeh, M., Mallahi Kolahi, P., "Trajectory Tracking of an Intelligent Mobile Robot on a Slope Surface using the Nonlinear Sliding Mode Control", *Mechanic of Advanced and Smart Materials*, Vol. 1, No. 1, pp. 1-14. (2021). (in Persian فارسی)
- [3] Korayem, M. H., Nazemizadeh, M., & Rahimi, H. N., "Trajectory optimization of nonholonomic mobile manipulators departing to a moving target amidst moving obstacles", *Acta Mechanica*, Vol. 224, No. 5, pp. 995-1008, (2013).
- [4] Sadedel, M., Ebrahimi, M., "simulation and control of omni-directional mobile robot", *The Iranian Journal of Mechanical Engineering*. doi: 10.30506/ijmep.2021.532612.1801. (2021). (in Persian فارسی)
- [5] Mosayebi, M. & Mallahi Kolahi, P., "Time Optimal Trajectory Generation with Obstacle Avoidance by Using Optimal Control Theory for a Wheeled Mobile Robot", *Gazi University Journal of Science*, (2022). doi: 10.35378/gujs.944300
- [6] Korayem, M. H., Nazemizadeh, M., & Nohooji, H. R., "Smooth jerk-bounded optimal path planning of tricycle wheeled mobile manipulators in the presence

- H., "An adaptive backstepping trajectory tracking control of a tractor trailer wheeled mobile robot", *International Journal of Control, Automation and Systems*, Vol. 17, No. 2, pp. 465-473, (2019).
- [20] Nazemizadeh, M., Mallahi kolahi, P., "Derivation of nonlinear dynamic equations of tractor-trailer mobile robots and their motion control employing input-output linearization control method", *The Iranian Journal of Mechanical Engineering*, doi: 10.30506/ijmep.2022.543719.1837, (2022).
- [21] Kirk D. E., *Optimal Control Theory: an Introduction*, Prentice- Hall Inc., Upper Saddle River, New Jersey, (1970).
- [17] Tarvirdizadeh, B., Spanogianopoulos, S., & Alipour, K., "Control of Nonholonomic Electrically-Driven Tractor-Trailer Wheeled Robots based on Adaptive Partial Linearization", *2018 6th RSI International Conference on Robotics and Mechatronics (IcRoM)*, pp. 331-336, (2018).
- [18] Kassaeiyan, P., Tarvirdizadeh, B., & Alipour, K., "Control of tractor-trailer wheeled robots considering self-collision effect and actuator saturation limitations", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol.127, pp. 388-411, (2019).
- [19] Binh, N. T., Tung, N. A., Nam, D. P., & Quang, N.