

شبیه‌سازی بالستیک داخلی موتور موشک سوخت جامد بدون شیپوره با استفاده از روش کسر

حجمی

محمد حسن جوارشکیان^۱، مصطفی زاهدزاده^۲

۱ دانشیار دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، javarehshkian@ferdowsi.um.ac.ir

۲ دانشجوی کارشناسی ارشد هوافضا، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۱۱/۱۴

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۰۲/۲۰

چکیده

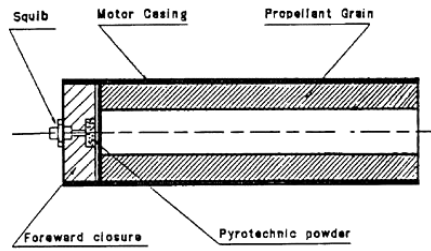
در این مقاله بالستیک داخلی موتورهای موشک سوخت جامد بدون شیپوره با استفاده از حل عددی برای هندسه تقارن محوری بررسی شده است. ماده پیشران درون محفظه احتراق به صورت استوانه توخالی در نظر گرفته شده و یک روند عددی برمبنای روش حجم محدود و الگوریتم فشار مبنا در یک شبکه جابه‌جا شده به منظور شبیه‌سازی عددی جریان سیال قابل تراکم لزج در داخل موتورهای موشک مذکور توسعه داده شده است. معادلات ناویر استوکس برای جریان قابل تراکم گسسته شده و با روش المان حجم محدود حل شده است. برای شبیه‌سازی جریان ناپایا، ابتدا تصور می‌شود سطح سوزش با زمان تغییر نمی‌کند و جریان پایاست. با این فرض می‌توان مقادیر اولیه کمیت‌های جران را برای جریان ناپا محاسبه کرد. در این مقاله از روش کسر حجمی و روش یانگز برای پیش‌بینی سطح سوزش در هر لحظه استفاده شده است. به منظور اعتبارسنجی شبیه‌سازی، بخشی از نتایج این تحقیق با نتایج تحلیلی و تجربی مقایسه شده است. این مقایسه تطابق خوبی را نشان می‌دهد و صحت شبیه‌سازی را تأیید می‌نماید.

واژگان کلیدی: نرخ سوزش، سوخت جامد، موشک بدون شیپوره، روش کسر حجمی^۱

۱. مقدمه

اثرگذار در طراحی موتورهای سوخت جامد تعیین تراست، فشار محفظه احتراق و مدت زمان عملکرد موتور در حالت پایدار است. این موارد به شدت به نحوه تغییرات سطح سوزش نسبت به زمان وابسته‌اند. از طرفی برای حل بالستیک داخلی موتور، سطح سوزش و سطح عبوری در هر لحظه به عنوان ورودی باید معلوم باشد. برای تأمین سطح سوزش و نحوه عقب‌نشینی مطلوب سطح سوزش، انواع متنوعی از گرین‌ها عملیاتی شده‌اند. برای

عملکرد و کارایی موتورهای سوخت جامد به خصوصیات جریان، توزیع فشار و دمای محصولات احتراق، همچنین نرخ سوزش و هندسه گرین بستگی دارد. به شاخه‌ای از علوم که به بررسی این پارامترها می‌پردازد، بالستیک داخلی گفته می‌شود. امروزه کاربرد وسیع موتورهای سوخت جامد در صنایع هوافضا با گرایش‌های نظامی و غیرنظامی باعث شده تا طراحی بهینه موتورهای سوخت جامد ذهن طراحان را درگیر کند. از جمله موارد بسیار



شکل ۱. نمایی شماتیک از موتور موشک سوخت جامد بدون شیپوره

۳. پیشینه پژوهش

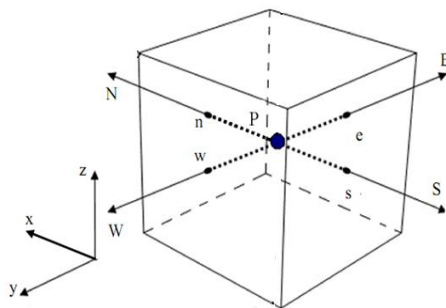
تاکنون تحقیقات تجربی و عددی گسترده‌ای برای تحلیل بالستیک داخلی موتورهای موشک سوخت جامد انجام شده است. در این میان موشک‌های سوخت جامد بدون شیپوره نیز توجه بسیاری از پژوهشگران را به خود جلب کرده است. پروسینکی (۱۹۸۱) تأثیر موتورهای موشک سوخت جامد بدون شیپوره را به‌عنوان بوستر سیستم‌های موشکی راکت - رم جت به‌صورت تجربی بررسی کرده و نشان داده است که بوسترهای بدون شیپوره مزایای متعددی نسبت به موتورهای شیپوره‌دار دارند. از جمله مزایای آنها سادگی طراحی، ارزانی، قابلیت اطمینان بالا و کارایی بیشتر است [۱]. گنی و آهارون (۱۹۹۹) اصول بالستیک داخلی موتورهای موشک سوخت جامد بدون شیپوره را به‌صورت تحلیلی و تجربی بررسی کرده‌اند و رابطه‌ای تحلیلی و ساده برای شبیه‌سازی بالستیک داخلی موتورهای موشک سوخت جامد بدون شیپوره به‌صورت یک‌بعدی ارائه نموده‌اند. تحلیل نظری آنها شامل جریان شبه‌پایا و یک‌بعدی گاز کامل با سطح مقطع ثابت و با فرض نرخ سوزش یکنواخت در طول گرین می‌باشد [۲]. پاسکالکو و آلاس (۲۰۰۸) نیز نرخ سوزش سوخت جامد را به‌صورت سه‌بعدی و با استفاده از نرم‌افزار تجاری بررسی کرده‌اند. آنها پسروری سوختن سوخت جامد موتورهای موشک را به‌صورت تجربی برای پنج هندسه متفاوت گرین فینوسیل بررسی نموده‌اند [۳-۴]. کریشانان و راماکریشانان (۱۹۹۹) چهار نمونه موتور سوخت جامد بدون شیپوره با نسبت‌های قطر به طول مختلف را به‌صورت آزمایشگاهی برای دو نوع سوخت مختلف بررسی کرده‌اند [۵]. مجدالانی و مایکی (۲۰۰۶) نیز جریان قابل تراکم را درون یک کانال مستطیلی به‌صورت تحلیلی بررسی نموده‌اند. آنها معادلات را برای جریان غیرلزج پایای دوبعدی و آیزنتروپیک با استفاده از روش پرتوریشن حل کرده‌اند که نتایج آنها برای طراحی

دستیابی به یک طرح بهینه موتور سوخت جامد، طراحی و تحلیل انواع گرین‌ها غیرقابل اجتناب است. به‌همین منظور کارهای تجربی و عددی بسیاری برای تحلیل بالستیک داخلی موتورهای موشک سوخت جامد صورت گرفته است. موتورهای موشک سوخت جامد با انواع منحنی‌های تراست - زمان متفاوت، در بسیاری از کاربردهای نظامی و غیرنظامی با توجه به نوع مأموریت مورد نیازند. موشک‌های سوخت جامد به‌دلیل سادگی، ارزانی، جمع‌وجور بودن و زود مهیاشدن برای استفاده، رواج زیادی یافته‌اند. در حال حاضر این موشک‌ها در مراحل مختلف موشک‌های چندمرحله‌ای و در ترکیب با موشک‌های سوخت مایع به‌کار می‌روند. در موشک‌های جنگی، سوخت‌های جامد برای موشک‌های برد کوتاه، برد متوسط و برد بلند مورد استفاده قرار می‌گیرند.

۲. موشک‌های سوخت جامد بدون شیپوره

موتورهای موشک سوخت جامد بدون شیپوره با حذف شیپوره از انتهای موتور شناخته‌شده می‌باشند. گرین سوخت جامد آنها معمولاً به‌شکل استوانه‌توخالی است. سادگی، قابلیت اطمینان بالا، ارزان‌تر بودن به‌علت حذف شیپوره، شکل هندسی ساده سوخت و الزامات عایق‌کاری کمتر سبب شده است تا موتورهای موشک سوخت جامد بدون شیپوره باوجود ضربه ویژه پایین‌تر (حدود ۲۰ درصد) در مقایسه با موتورهای شیپوره‌دار، مورد توجه بیشتر قرار گیرند. همچنین حذف مجموعه شیپوره برای افزایش مقدار کلی سوخت مورد استفاده قرار می‌گیرد که در بیشتر موارد می‌تواند کاهش کارایی موشک بدون شیپوره را جبران کند. موتورهای موشک سوخت جامد بدون شیپوره در کاربردهای مجموعه موشک - رم جت به‌عنوان موتورهای کمکی به‌خاطر بازده حجمی بهتر و همچنین اجتناب از مجموعه شیپوره بازشدنی (به بیرون خارج‌شدنی)، بسیار مورد توجه‌اند. به‌خاطر محدوده شرایط عملکردی ویژه، سوخت موشک‌های بدون شیپوره دارای خواص مکانیکی بهتر و نرخ‌های سوزش بالاتری می‌باشند. همچنین مشاهده شده است که در فشار متوسط محفظه یکسان، ضربه ویژه نظری قابل حصول در موشک بدون شیپوره به‌طور تقریبی نمی‌تواند بیشتر از ۸۶ درصد مقدار آن در موشک دارای شیپوره مناسب باشد. در شکل ۱ نوعی موتور موشک سوخت جامد بدون شیپوره نمایش داده شده است [۲].

بودن در معادله دیفرانسیلی ظاهر می‌شوند. گسسته‌سازی معادلات اخیر به روش حجم محدود صورت گرفته است. ابتدا محوطه حل به تعدادی حجم گسسته یا سلول تقسیم می‌شود، به طوری که همه متغیرها در مرکز آن سلول‌ها تقسیم می‌شود (شکل ۲). حال این معادلات برای همه حجم کنترل‌ها براساس تئوری گوسین به کار گرفته می‌شوند. برای هر متغیر ϕ (که می‌تواند مؤلفه‌های سرعت باشد) شکل کلی معادلات به فرم زیر است:



شکل ۲. حجم کنترل و نقاط گره ای

$$\frac{\delta v}{\delta t} \left((\rho\phi)_p^{n+1} - (\rho\phi)_p^n \right) + I_e - I_w + I_n - I_s = S_\phi \delta v \quad (5)$$

به طوری که I ترکیبی از ترم جابه‌جایی و عبارت نفوذ می‌باشد. شار نفوذ به وسیله تفاضل مرکزی بیان می‌شود. گسسته‌سازی شار جابه‌جایی به توجه خاصی نیاز دارد و همین امر است که موضوع توسعه طرح‌های تفاضلی مختلف شده است. شار جابه‌جایی برای سطح سلول e به فرم زیر است:

$$I_e^c = (\rho v A)_e \phi_e = F_e \phi_e \quad (6)$$

به طوری که در این رابطه F_e نشان‌دهنده عبارت جابه‌جاشده در واحد سطح سلول و ϕ_e مقدار خاصیت در سطح سلول بوده و مقدار آن نامشخص است و مقدار آن باید از طریق درون‌یابی از نقاط شبکه‌های کناری آن تخمین زده شود. در این مقاله از روش تفاضلی بالادست مرتبه دوم برای به دست آوردن عبارت‌های جابه‌جایی استفاده شده است. با قراردادن عبارت نفوذ و جابه‌جایی در معادله گسسته شده، نتایج معادلات گسسته شده برای هر تقریب به فرم زیر است:

$$A_p \phi_p = \sum_{m=E,W,N,S} A_m \phi_m + S'_\phi \quad (7)$$

به طوری که A شامل ضرایب نفوذ و جابه‌جایی می‌باشد. عبارت S'_ϕ شامل افزایش کمیت در اثر نامتعاد بودن، جملات پخش عددی، چشمه خارجی، ضرایب تصحیح مربوط به گام

موشک‌های سوخت جامد بدون شیپوره مفید می‌باشد [۶]. همچنین جریان تراکم‌پذیر را درون یک کانال با دیواره‌های متخلخل برای شبیه‌سازی موتورهای موشک بررسی نموده‌اند [۷]. مجدالانی و اکیکی موتورهای موشک سوخت جامد بدون شیپوره را به صورت شبه‌تحلیلی برای جریان گاز چرخشی، لزج، تراکم‌پذیر و به صورت پایا بررسی کرده‌اند. روشی که آنها به کار گرفته‌اند شامل ساده‌سازی معادلات بقای جرم، مومنوم و انرژی برای گاز کامل و با استفاده از روابط آیزنتروپیک است [۸-۹]. ساد، مجدالانی و سامز (۲۰۰۶) نیز با استفاده از موتورهای موشک بدون شیپوره، که مخروط خروجی دارند، را با استفاده از مدل ریاضی بررسی کرده و نشان دادند که موتورهای با طول زیاد حساسیت کمتری نسبت به زاویه مخروط شدگی دارند؛ در صورتی که موتورهای با طول کم به زاویه مخروط شدگی حساس‌اند [۱۰]. همچنین ساد و مجدالانی (۲۰۱۰) یک مدل تئوری ریاضی برای جریان‌هایی که دبی جرمی از دیواره‌های آنها تزریق می‌شوند ارائه داده‌اند؛ کاربرد این مدل در موتورهای موشک سوخت جامد است [۱۱]. البته پژوهشگران دیگری نیز در مورد موشک‌های سوخت جامد بدون شیپوره تحقیق نمودند [۱۲]. بیشتر تحقیقات انجام‌شده، از روش تحلیلی، تجربی و عددی یک‌بعدی غیرلزج شبیه‌سازی شده‌اند. هدف از این مقاله توسعه یک نرم‌افزار بر مبنای روش حجم محدود و الگوریتم فشار مینا برای شبیه‌سازی عددی جریان لزج تراکم‌پذیر به شکل دوبعدی با استفاده از روش کسر حجمی می‌باشد.

۴. معادلات حاکم و گسسته‌سازی

معادلات حاکم بر جریان لزج تراکم‌پذیر شامل معادلات پیوستگی، مومنوم و انرژی هستند و به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \text{div}(\rho u \vec{v}) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \text{div}(\mu \text{grad}u) + S_{Mx} \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \text{div}(\rho v \vec{v}) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \text{div}(\mu \text{grad}v) + S_{My} \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \text{div}(\rho h \vec{v}) = -\frac{\partial P}{\partial t} + \text{div}(P \vec{v}) + \text{div}(k \nabla T) + S_E \quad (4)$$

عبارت چشمه می‌تواند شامل چشمه واقعی به عنوان مثال در معادلات ممنتوم نیروهای ثقلی، جانب به مرکز، کریولیس. و چشمه غیرواقعی مانند مشتق‌های عرضی که به واسطه غیرمعماد

زمانی یا تکرار مرحله قبل می‌باشد. برای مدلسازی جریان دو فازی نیز از مدل نسبت حجمی سیال استفاده شده است.

۵. کلیات روش کسر حجمی

بسیاری از جریان‌ها در طبیعت و در صنعت با سطوح آزاد یا سطوح مادی درگیرند. محدوده کاربرد آنها از علوم محیطی، ژئوفیزیک و فیزیک پایه تا مسائل مهندسی گسترده است. نمونه‌های این جریان در راکتورهای هسته‌ای، اسپری‌های سوخت موتورهای احتراق داخلی و دیگر انواع اسپری، توربین‌های گازی، انتشار شعله، تشکیل حباب، ریخته‌گری، اکستروژن، پرنترهای جوهری، فرایند پوشش‌دهی فلزات، شکل‌گیری امواج و قطرات، بررسی جت‌های سیال و پدیده کایتاسیون قابل مشاهده است. یکی از روش‌های شبیه‌سازی جریان دو فازی غیرقابل اختلاط، که سطح تماسی بین دو فاز قابل تشخیص است، روش نسبت حجمی می‌باشد. چون درصد حجمی سیال در هر سلول با زمان می‌تواند تغییر کند، مقادیر خواص سیال در حل معادلات ناور استوکس در جریان ناپایا مجهول است. در این روش، با تعریف کمیت f که بیانگر درصد حجمی یک سیال معین است، این کمیت در سلول‌های مختلف دامنه محاسباتی مسئله به دست می‌آید. وقتی این عدد در یک سلول برابر با مقدار واحد باشد، نشان‌دهنده این است که سلول تماماً از این نوع سیال پر شده و سیال دیگری دربر ندارد. صفر بودن این کمیت نیز خالی بودن سلول از سیال مورد نظر را نشان می‌دهد که در نتیجه این سلول تماماً از سیال نوع دیگر پر شده است. هر مقدار دیگری از f هم که به دست بیاید، باید بین صفر و یک باشد و مقدار آن درصد حجمی سیال مورد نظر را در سلول مورد مطالعه نشان می‌دهد. در چنین سلولی، سطح آزاد بین دو سیال تشکیل شده و تعیین شکل و موقعیت این سطح در دستور کار قرار می‌گیرد. در این تحقیق تابع f به صورت زیر تعریف شده است:

$$f = \begin{cases} 1 & \text{in active fluid} \\ 0 < f < 1 & \text{at the solid-fluid interface} \\ 0 & \text{in solid domain} \end{cases} \quad (8)$$

در نهایت باید یادآور شد که معادله جریان برای مخلوط دوفازی نوشته شده است، پس چگالی و لزجت بدین صورت محاسبه می‌شوند:

$$\rho = f\rho_g + (1-f)\rho_s \quad (9)$$

$$\mu = f\mu_g + (1-f)\mu_s \quad (10)$$

$$C_p = fC_{pg} + (1-f)C_{ps} \quad (11)$$

$$K = fK_g + (1-f)K_s \quad (12)$$

در این روابط زیرنویس g نشانگر فاز گاز و زیرنویس s نشانگر فاز جامد می‌باشد. ρ ، μ ، C_p و K نیز به ترتیب معرف چگالی، لزجت، گرمای ویژه گاز در فشار ثابت و ضریب انتقال حرارت می‌باشند.

۵-۱. روش یانگز^۲

در روش یانگز بازسازی سطح مشترک به صورت دقیق‌تری انجام می‌شود. برای این منظور نخست تخمینی از زاویه سطح با محور افقی، β ، برآورد می‌شود. سطح مشترک واقعی در سلول به توسط خطوط مایل با زاویه β بازسازی می‌شود. برای برآورد زاویه β ، از بردار عمود بر سطح \vec{n} استفاده می‌شود. تعداد و هندسه سلول‌هایی که برای محاسبه بردار عمود بر سطح استفاده می‌شوند، دقت روش انفصال را تحت تأثیر قرار می‌دهد. هندسه چندضلعی بازسازی شده، برای تعیین شار خروجی از سلول استفاده می‌شود.

۵-۲. محاسبه بردار عمود بر سطح و بازسازی سطح

آزاد در روش یانگز

در فرایند بازسازی هندسی سطح آزاد سیال در روش یانگز، اساسی‌ترین مسئله تعیین جهت سطح (زاویه β) می‌باشد که این مسئله با تعیین بردار عمود بر سطح انجام می‌شود. بردار عمود بر سطح و نسبت حجمی هر سلول به طور منحصر به فرد یک خط راست را مشخص می‌کنند. کیفیت جواب روش یانگز کاملاً به محاسبه بردار \vec{n} حساس است و به طور کلی محاسبه \vec{n} دقت و عملکرد کلی روش را مشخص می‌کند. در هندسه‌های دوبعدی، تعیین بردار عمود بر سطح با استفاده از اطلاعات نسبت حجمی ۹ سلول مجاور، که تشکیل یک مولکول محاسباتی می‌دهند، انجام می‌شود. بنابراین $\vec{n}_{i,j}$ تابعی از نسبت حجمی هر سلول است:

$$\vec{n}_{i,j} = \vec{\nabla} f_{i,j} \quad (13)$$

نخست مقادیر بردار نرمال در گوشه‌های سلول محاسبه می‌شود.

جریان‌های تراکم‌پذیر توسعه دادند. در این تحقیق از الگوریتم فوق برای حل جریان لزج استفاده شده است.

۷. تعریف مسئله

موتورهای موشک سوخت جامد اغلب به صورت کانال در نظر گرفته شده که سوزش در جهت عمود بر سطح گرین انجام و با پسروی ماده پیشران حجم گرین کاهش و حجم فضای احتراق افزایش می‌یابد. در این تحقیق جریان گازها درون یک محفظه استوانه‌ای با استفاده از الگوریتم سیمپل تراکم‌پذیر حل شده است. گرین پیشران جامد به صورت یک استوانه توخالی در نظر گرفته شده و مسئله به صورت تقارن محوری در نظر گرفته شده و متغیرها در دو راستای Z و r حل شده و در راستای θ از تغییرات صرف نظر شده است. این مسئله برای دو حالت جریان پایا و جریان ناپایا حل شده است. ماده پیشران مورد استفاده هیدروکسیل ترمینیتد پلی بوتادین^۳ بدون فلز می‌باشد که شامل ۸۴/۵ درصد آمونیوم پرکلرات^۴ به عنوان اکسیدایزر با مدل ذره‌ای $180/8/2\mu$ می‌باشد. این سوخت جامد دارای نرخ سوزش نسبتاً بالایی است. شکل ۴ نمایشی از هندسه و شبکه استفاده شده را نشان می‌دهد. در واقع مرز خط پررنگ منطبق بر لبه ماده پیشران می‌باشد که با افزایش زمان و پسروی مرز سوخت این مرز تغییر و به سمت داخل سوخت پیشروی می‌کند. مرز پایین که مرز تقارنی است بدون تغییر باقی می‌ماند. مرز سمت راست که مرز خروجی است، با پسروی سوخت سطح مقطع آن نیز بزرگ می‌شود. مرز سمت چپ دیواره محفظه احتراق می‌باشد که با پسروی سوخت اندازه آن نیز افزایش می‌یابد. در شکل ۵ نمایی شماتیک از حوزه حل مشاهده می‌شود. برای محاسبه نرخ سوزش نیز از مدل زیر استفاده شده است که در آن \dot{r}_b نرخ سوزش سوخت می‌باشد و a و n ثابت‌های تجربی هستند [۱۶].

$$\dot{r}_b = aP^n \quad (19)$$

۸. شرایط مرزی

مرز غربی به عنوان شرط مرزی دیواره در نظر گرفته شده است و مرز شرقی به عنوان شرط مرزی خروجی و مرز جنوبی به عنوان شرط مرزی تقارن محوری می‌باشد. در مرز شمالی محفظه احتراق (مرز جنوبی سوخت جامد) از دما (دمای آدیاباتیک شعله) و سرعت به عنوان شرط مرزی فیزیکی استفاده شده است.

$$\bar{n}_{x,i+1/2,j+1/2} = \frac{1}{2\delta x} (f_{i+1,j} - f_{i,j} + f_{i+1,j+1} - f_{i,j+1}) \quad (14)$$

$$\bar{n}_{y,i+1/2,j+1/2} = \frac{1}{2\delta y} (f_{i,j+1} - f_{i,j} + f_{i+1,j+1} - f_{i+1,j}) \quad (15)$$

حال مقدار بردار عمود در مرکز سلول با میانگین‌گیری حاصل می‌شود:

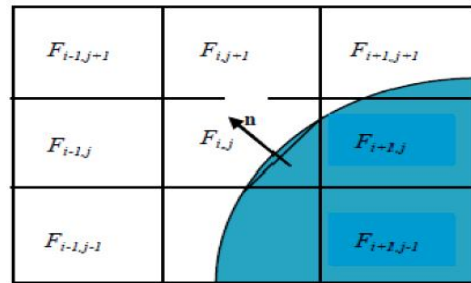
$$\bar{n}_{x,i,j} = \frac{1}{4} (\bar{n}_{i+1/2,j-1/2} + \bar{n}_{i-1/2,j-1/2} + \bar{n}_{i+1/2,j+1/2} + \bar{n}_{i-1/2,j+1/2})_x \quad (16)$$

$$\bar{n}_{y,i,j} = \frac{1}{4} (\bar{n}_{i+1/2,j-1/2} + \bar{n}_{i-1/2,j-1/2} + \bar{n}_{i+1/2,j+1/2} + \bar{n}_{i-1/2,j+1/2})_y \quad (17)$$

زاویه β (زاویه سطح با محور افقی) برابر است با:

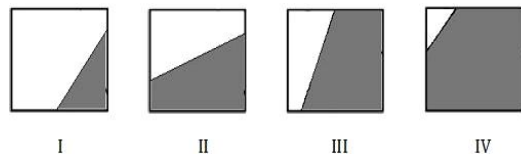
$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{-n_x}{n_y} \right)_{i,j} \quad (18)$$

بر اساس مقدار زاویه β ، سطح آزاد دارای یکی از چهار موقعیت نمایش داده شده در شکل ۳ خواهد شد.



شکل ۳. محاسبه بردار عمود بر سطح در هر سلول

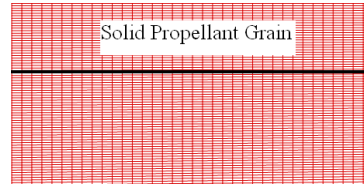
سپس وضعیت سطح آزاد بر اساس شکل ۴ و مقدار f مشخص می‌شود. با مشخص شدن وضعیت سطح آزاد، نسبت حجمی سیال در وجه سلول بر اساس روابط هندسی محاسبه می‌شود. شرح کامل محاسبات هندسی پیچیده روش یانگزر در مأخذ [۱۲] و [۱۳] آمده است.



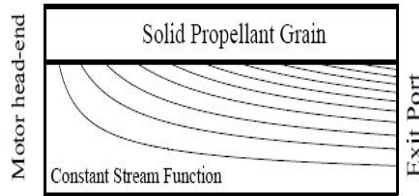
شکل ۴. چهار حالت کلی سطح آزاد بازسازی شده به روش یانگزر

۶. الگوریتم سیمپل تراکم‌پذیر

الگوریتم سیمپل در ابتدا برای حل معادلات ناویر استوکس تراکم‌ناپذیر توسعه داده شده بود. اما برخی محققان، از جمله عیسی و لاکوود [۱۴] و هن [۱۵]، الگوریتم سیمپل را برای



شکل ۵. نمایی از هندسه و شبکه استفاده شده



شکل ۶. نمایی شماتیک از حوزه حل مسئله

جامد بدون شیپوره را به صورت تحلیلی و تجربی بررسی کرده اند و رابطه تحلیلی ساده ای برای شبیه سازی بالستیک داخلی موتورهای موشک سوخت جامد بدون شیپوره به صورت یک بعدی ارائه داده اند. در حل تحلیلی آنها فرض شده است که جریان گاز، شبه پایا و یک بعدی، بدون اصطکاک و در لوله ای با سطح مقطع ثابت است که از دیواره های آن جرم افزوده می شود. چون واکنش های شیمیایی و آزادسازی حرارت در احتراق سوخت جامد در فاصله ای بسیار کم از دیواره صورت می گیرد، جریان را می توان به صورت آدیاباتیک و غیرلزج در نظر گرفت. فرضیاتی چون ثابت بودن خواص فیزیکی گاز، برای مثال، وزن مولکولی، گرمای ویژه C_p و نسبت گرمای ویژه γ و همچنین فرض شبه پایا بودن جریان درون محفظه احتراق با وجود فرض پسروی و سوزش یکنواخت سطح سوخت جامد، تقریب مناسبی برای موتورهای سوخت جامد به وجود آورده است. با فرض اینکه خواص جریان تابعی از فاصله در طول محفظه احتراق می باشند و مقادیر خواص جریان در مقطع شعاعی ثابت می باشند، شرایطی را ایجاد می کند که در انتهای خروجی از لوله با سطح مقطع ثابت با ماخ یک و شرایط خفگی روبرو باشیم. مهمترین تقریب فیزیکی که در این حل تحلیلی در نظر گرفته شده است، این است که نرخ سوزش در تمام طول گرین ثابت است که منجر به تولید شار جرمی ثابت از سطح سوخت می شود. باید توجه داشت که مدل یک بعدی به نتایج زیر منتهی می شود.

$$M_{1D} = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{1 - \chi^2}}{1 + \gamma \sqrt{1 - \chi^2}}} \quad (21)$$

$$P_{1D} = (1 + \gamma)^{-1} \left(1 + \gamma \sqrt{1 - \chi^2} \right) \quad (22)$$

$$T_{1D} = (1 + \gamma)^{\frac{1}{\gamma} - 1} \left(1 + \gamma \sqrt{1 - \chi^2} \right)^{1 - \frac{1}{\gamma}} \quad (23)$$

$$\chi = \frac{x}{L_s} \quad (24)$$

به طوری که در روابط فوق، L_s طول گرین سوخت جامد x فاصله از سر انتهایی موتور، و χ فاصله بدون بعد است. همچنین γ نسبت گرماهای ویژه، و M_{1D} ، P_{1D} ، و T_{1D} به ترتیب عدد ماخ، فشار و دمای بی بعد برای جریان یک بعدی می باشند. چگالی نیز از رابطه حالت گاز کامل محاسبه می شود. برای تطبیق نتایج با حل یک بعدی باید مقادیر در هر فاصله محوری با مقادیر متوسط حل دوبعدی مقایسه شوند. این نکته

در حل جریان ناپایا شرط مرزی شمالی محفظه احتراق با توجه به مقدار نرخ سوزش در هر بازه زمانی مقداری به سمت بالا حرکت می کند، تا جایی که سوخت جامد به طور کامل بسوزد و تمام شود. سرعت شعله به عنوان سرعت گازهای ورودی به داخل دامنه حل در نظر گرفته شده است که از رابطه ۲۰ به دست می آید:

$$v_f = \frac{\dot{r}_b \rho_p}{\rho_g} \quad (20)$$

در رابطه ۲۰، v_f سرعت شعله به عنوان سرعت ورودی گازها در مرز شمالی، \dot{r}_b نرخ سوزش پیشران جامد، ρ_p چگالی پیشران جامد و ρ_g چگالی گازهای سوخته شده در مرز شمالی است. در این رابطه، چگالی پیشران جامد مقداری ثابت است و نرخ سوزش و چگالی گازهای سوخته شده هر دو در طول گرین کاهش می یابند، اما چون تغییرات کاهشی نرخ سوزش در طول گرین اندک است، سرعت شعله در طول گرین افزایش می یابد. این نکته در کانتور سرعت شعاعی نیز به خوبی مشاهده می شود.

۹. اعتبارسنجی

نتایج حل عددی حالت پایا با نتایج حل تحلیلی یک بعدی حالت پایا و نتایج حل عددی حالت ناپایا با نتایج تجربی اعتبارسنجی شده اند. مقایسه نتایج نشان دهنده مطابقت خوب نتایج حاصل از حل عددی با نتایج حل تحلیلی یک بعدی و نتایج تجربی است.

۹-۱. حل تحلیلی یک بعدی

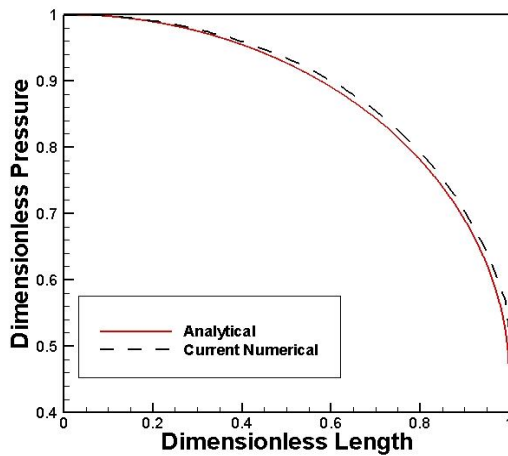
گنی و آهارون اصول بالستیک داخلی موتورهای موشک سوخت

نیز حائز اهمیت است که سطح مقطع خروجی زمانی به شرایط خفگی می‌رسد که عدد ماخ متوسط به مقدار یک برسد.

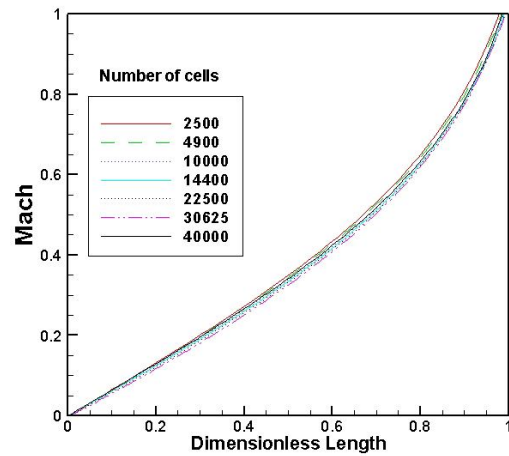
۱۰. نتایج

در این مقاله، ابتدا برای حالت خاصی نتایج استقلال از شبکه و مقایسه داده‌های پیش‌بینی شده با نتایج تحلیلی برای حالت پایا انجام شده است. سپس نتایج حالت ناپایا - که با داده‌های تجربی مقایسه شده است - با جزئیات بیشتری ارائه شده است. در شکل ۷ نمودار عدد ماخ متوسط در هر مقطع برحسب طول بی‌بعد برای شبکه‌های مختلف رسم شده است و استقلال از شبکه، برای شبکه‌های متنوع بررسی و مشاهده شده است که در بازه

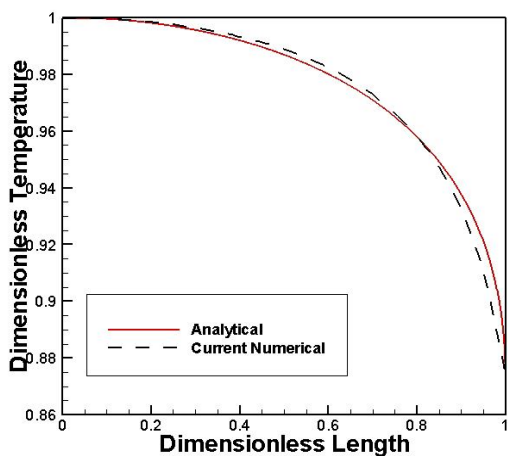
۲۵۰۰ تا ۴۰۰۰۰ سلول نمودارها با تقریب خوبی به هم نزدیک‌اند. در شکل‌های ۸ تا ۱۱ نیز تغییرات خواص بی‌بعد جریان برحسب طول جریان منتج از حل عددی با نتایج حل تحلیلی یک‌بعدی مقایسه شده‌اند. مقادیر متوسط خواص حاصل از حل عددی در راستای شعاعی با نتایج حل تحلیلی مقایسه شده‌اند. طبیعی است چون حل تحلیلی یک‌بعدی است و حل عددی دوبعدی، نتایج حل تحلیلی یک‌بعدی باید با نتایج متوسط حل دوبعدی در راستای شعاعی مقایسه شوند. با توجه به نتایج مشاهده می‌شود که نتایج حاصل از حل عددی مطابقت خوبی با نتایج حل تحلیلی دارند. از نتایج حاصل شده مشاهده می‌شود که تغییرات فشار استاتیک در راستای شعاعی ناچیز است.



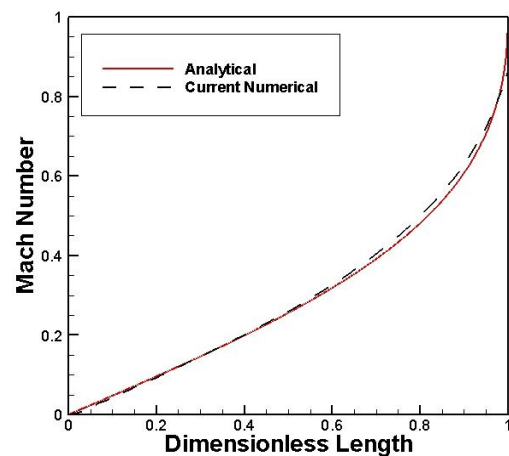
شکل ۸. تغییرات فشار بی‌بعد برحسب طول بی‌بعد



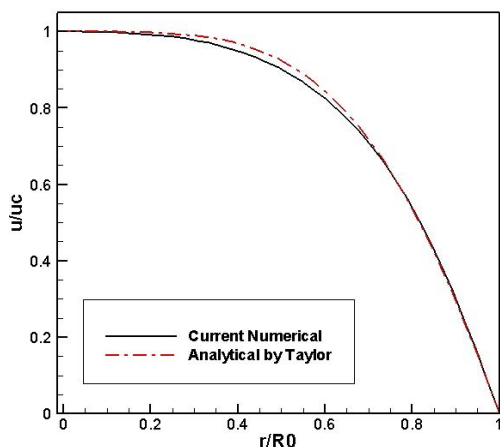
شکل ۷. بررسی استقلال از شبکه برای شبکه‌های مختلف



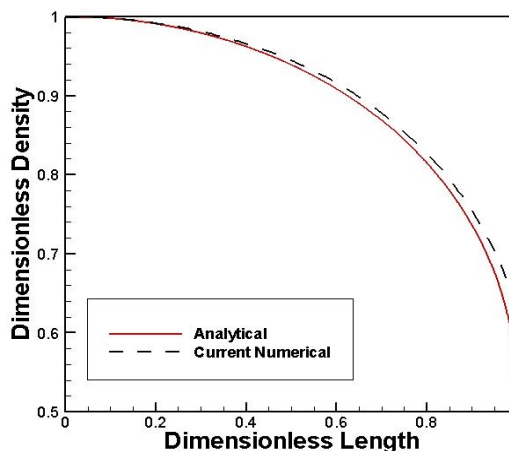
شکل ۱۰. تغییرات دمای بی‌بعد برحسب طول بی‌بعد



شکل ۹. تغییرات عدد ماخ برحسب طول بی‌بعد



شکل ۱۲. تغییرات نسبت سرعت‌های محوری در راستای شعاعی



شکل ۱۱. تغییرات چگالی بی‌بعد بر حسب طول بی‌بعد

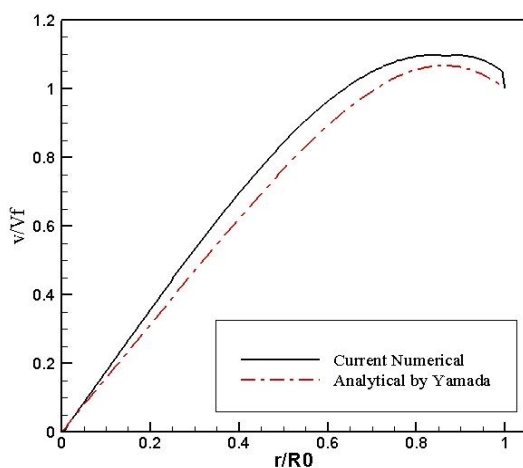
برای اینکه بتوان جریان ناپایا را حل کرد، باید شرایط دقیق اولیه را در دامنه حل در اختیار داشت. لذا ابتدا فرض می‌شود سطح پیشران پسروی نداشته باشد و جریانی معادل گازهای تولیدشده بر اثر سوزش از مرز ورودی وارد و با توجه به شرایط مرزی تشریح شده، شبیه‌سازی انجام و پس از همگرایی داده‌های داخل دامنه حل به‌عنوان شرایط اولیه برای حالت ناپایا در نظر گرفته می‌شود. در شکل‌های ۱۴ تا ۱۹ کانتورهای تغییرات ماخ، فشار، چگالی، دما، سرعت در راستای محور و سرعت در راستای شعاع در حالت پایا نمایش داده شده است.

در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ نسبت‌های سرعت محوری و شعاعی نیز با حل تحلیلی تیلور و یامادا در مأخذ [۱۷] و [۱۸] اعتبارسنجی شده‌اند.

$$\frac{u}{u_c} = \cos \left[\frac{\pi}{2} \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad (22)$$

$$\frac{v}{v_f} = \left(\frac{R}{r} \right) \sin \left[\frac{\pi}{2} \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad (23)$$

به‌طوری‌که در روابط اخیر، مقدار u_c سرعت محوری روی خط مرکزی و v_f سرعت شعاعی تزریق گازهای ورودی است.



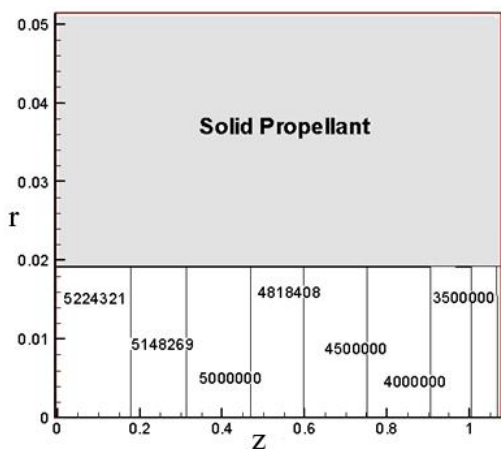
شکل ۱۳. تغییرات نسبت سرعت‌های شعاعی در راستای شعاعی

دارد؛ این اختلاف می‌تواند ناشی از شرایط اولیه متغیرهای جریان در محفظه احتراق ناشی از روش عددی، عدم در نظر گرفتن واکنش‌های شیمیایی و تابش حرارتی درون محفظه دوبعدی و هموزن در نظر گرفتن جریان باشد. همان‌طور که اشاره شد،

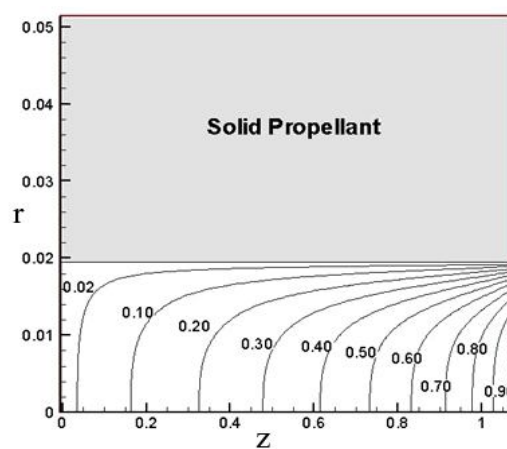
در شکل‌های ۲۰ تا ۲۲ تغییرات فشار بی‌بعد بر حسب طول بی‌بعد در زمان‌های صفر، ۰/۲۵ و ۰/۷۵ ثانیه که برای جریان ناپایا با داده‌های تجربی [۲] مقایسه شده نمایش داده شده است. مشاهده می‌شود که اختلافی بین نتایج تجربی و عددی وجود

محفظه احتراق واکنش شیمیایی رخ نمی‌دهد. این مقایسه نشان‌دهنده مطابقت نتایج حل عددی با نتایج تجربی است.

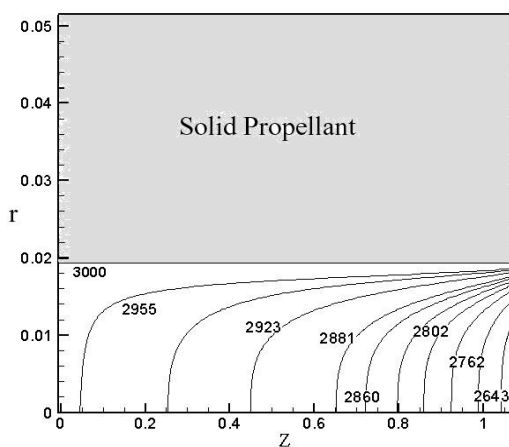
برای شبیه‌سازی جریان ناپایا در روش عددی از نتایج پایا استفاده و فرض شده است که جریان تقارن داشته است و در



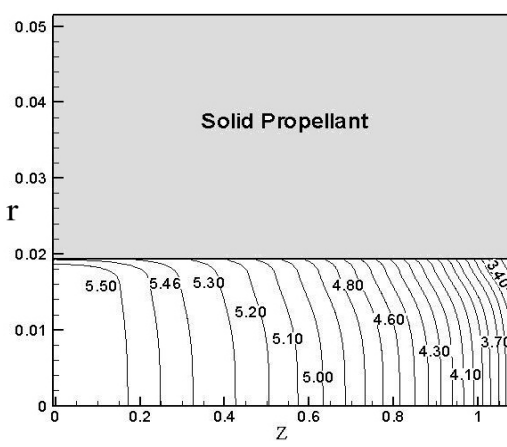
شکل ۱۵. کانتور تغییرات فشار بر حسب پاسکال



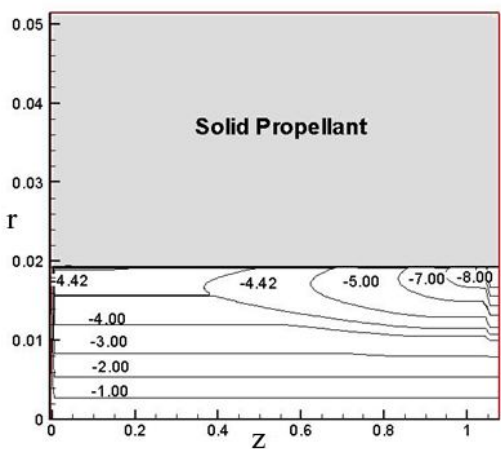
شکل ۱۴. کانتور تغییرات عدد ماخ



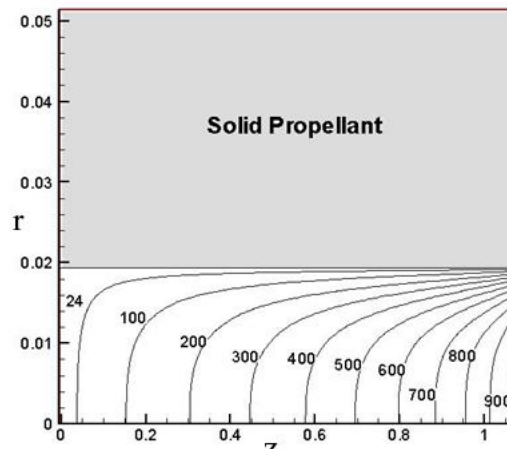
شکل ۱۷. کانتور تغییرات دما بر حسب درجه کلوین



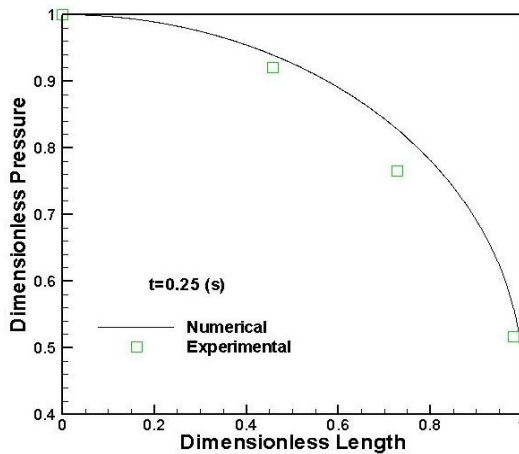
شکل ۱۶. کانتور تغییرات چگالی بر حسب کیلوگرم بر متر مکعب



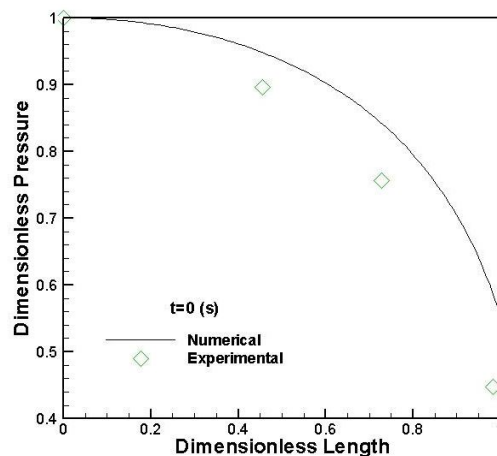
شکل ۱۹. کانتور تغییرات سرعت در راستای شعاعی بر حسب متر بر ثانیه



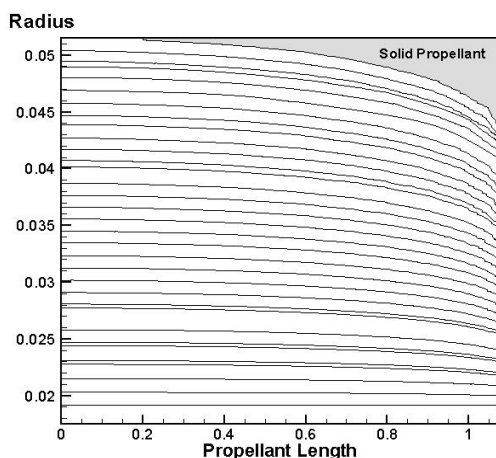
شکل ۱۸. کانتور تغییرات سرعت در راستای محوری بر حسب متر بر ثانیه



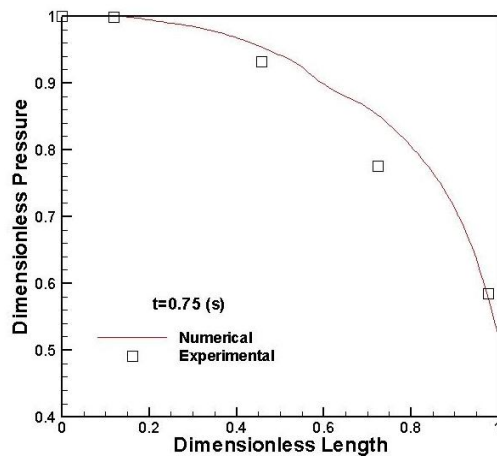
شکل ۲۱. تغییرات فشار بی بعد بر حسب طول بی بعد در زمان ۰/۲۵ ثانیه



شکل ۲۰. تغییرات فشار بی بعد بر حسب طول بی بعد در زمان صفر



شکل ۲۳. تخمین مراحل پسروی سطح گرین سوخت جامد در طول زمان با استفاده از روش PLIC یا نگز



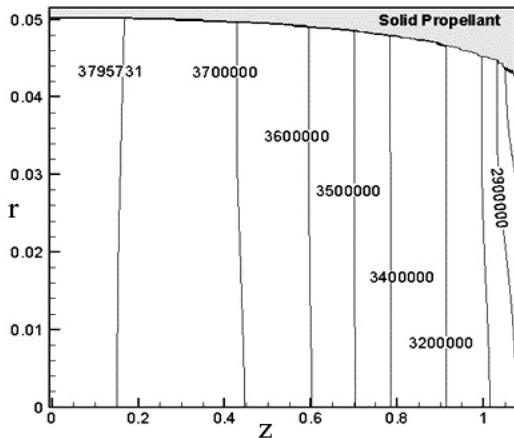
شکل ۲۲. تغییرات فشار بی بعد بر حسب طول بی بعد در زمان ۰/۷۵ ثانیه

این گونه موشک‌ها دارای اهمیت ویژه‌ای می‌باشد. به همین جهت در این مقاله، این موتورها با استفاده از روش عددی شبیه‌سازی شده‌اند و نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که نتایج حل عددی حاضر مطابقت خوبی با نتایج حل تحلیلی برای جریان پایا دارند؛ همچنین نتایج حل جریان ناپایا نیز مطابقت خوبی با نتایج تجربی دارد. روش کسر حجمی برای پیش‌بینی سطح سوزش لحظه‌ای و همچنین حل فضای گاز و سوخت جامد استفاده شده است که در فضای گاز تطابق نتایج با داده‌های تجربی مطلوب بوده و در سوخت جامد امکان پیش‌بینی دمای سوخت و در نظر گرفتن دمای فوق در شبیه‌سازی شده است که در نتیجه این روند نشان‌دهنده شبیه‌سازی مناسب بالستیک داخلی موتور موشک سوخت جامد بدون شیپوره با استفاده از نرم‌افزار توسعه داده شده می‌باشد.

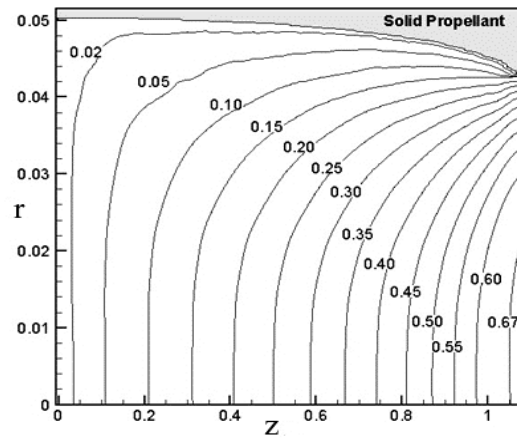
در شکل ۲۲ مراحل پسروی سطح گرین سوخت جامد مشاهده می‌شود. در لحظه اولیه شعاع داخلی گرین سوخت در تمام طول محفظه ثابت می‌باشد، اما با توجه به اینکه فشار در خروجی کاهش می‌یابد، در نتیجه این کاهش فشار در خروجی باعث کاهش نرخ سوزش در خروجی می‌شود. پس همان‌طور که در شکل نیز مشاهده می‌شود، سوخت جامد در خروجی دیرتر می‌سوزد. در شکل ۲۲، شکل سطح سوخت در زمان‌های مختلف با استفاده از روش کسر حجمی و شیوه PLIC یا نگز مدل‌سازی شده است و مراحل پسروی سطح سوخت مشاهده می‌شود.

۱۱. نتیجه‌گیری

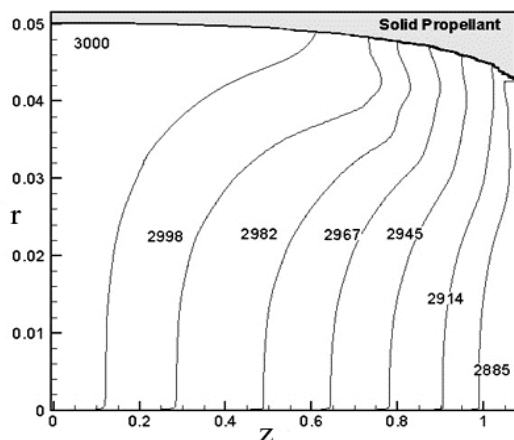
با توجه به صرفه اقتصادی بسیار خوب موتورهای موشک بدون شیپوره و سادگی ساخت و تولید آنها، طراحی و شبیه‌سازی



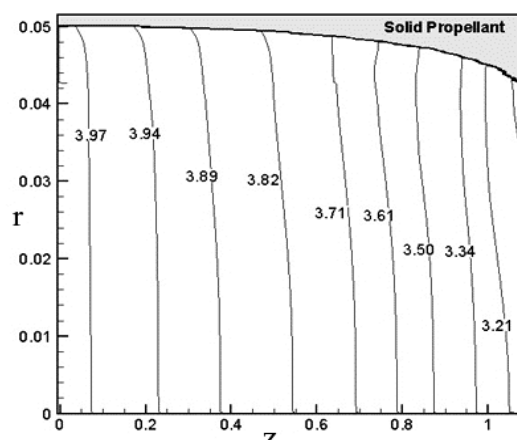
شکل ۲۵. کانتور تغییرات فشار در زمان ۱/۵ ثانیه



شکل ۲۴. کانتور تغییرات عدد ماخ در زمان ۱/۵ ثانیه



شکل ۲۷. کانتور تغییرات دما در زمان ۱/۵ ثانیه



شکل ۲۶. کانتور تغییرات چگالی در زمان ۱/۵ ثانیه

۱۲. مأخذ

- [1] Procinsky, I. M., and Catherine A. McHale. "Nozzleless boosters for integral-rocket-ramjet missile systems." *Journal of Spacecraft and Rockets* 18, no. 3 (1981): 193-199.
- [2] Gany, Alon, and Israel Aharon. "Internal ballistics considerations of nozzleless rocket motors." *Journal of Propulsion and Power* 15, no. 6 (1999): 866-873.
- [3] Püskülcü, G., and A. Ulas. "3-D grain burnback analysis of solid propellant rocket motors: Part 2—modeling and simulations." *Aerospace Science and Technology* 12, no. 8 (2008): 585-591.
- [4] Püskülcü, G., Ulas, A. "3-D grain burnback analysis of solid propellant rocket motors: Part 2 – modeling and simulations." *Aerospace Science and Technology*, vol. 12, pp. 585-591, 2008.
- [5] Krishnan, S., and Rajesh Ramakrishnan. "Effect of motor length and propellant formulation on nozzleless solid rocket performance." *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering* 213, no. 1 (1999): 35-44.
- [6] Maicke, Brian A., and Joseph Majdalani. "The compressible Taylor flow in slab rocket motors." *AIAA Paper* 4957 (2006).
- [7] Maicke, Brian A., and Joseph Majdalani. "On the Compressible Hart-McClure Mean Flow Motion in Simulated Rocket Motors." *AIAA paper* 7077 (2010): 2010.
- [8] Akiki, Michel, and Joseph Majdalani. "Compressibility effects in slender rocket motors." In *45th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*, p. 5326. 2009.

- [9] Akiki, Michel, and Joseph Majdalani. "Quasi-Analytical Approximation of the Compressible Flow in a Planar Rocket Configuration." *AIAA paper* 7080 (2010): 2010.
- [10] Sams, Oliver C., Joseph Majdalani, and Tony Saad. "Mean flow approximations for solid rocket motors with tapered walls." *Journal of propulsion and power* 23, no. 2 (2007): 445-456.
- [11] Saad, Tony. "Theoretical Models for Wall Injected Duct Flows." (2010).
- [12] Egorov, M. Yu, and D. M. Egorov. "Numerical study of intrachamber processes dynamics at nozzleless solid propellant rocket engine actuation." *Russian Aeronautics (Iz VUZ)* 56, no. 1 (2013): 68-72.
- [13] Youngs, D. L. "Time-depend multi-material flow with large fluid distortion." *Numerical Methods for Fluid Dynamics*: 273-285.
- [14] Seifollahi, M., E. Shirani, and N. Ashgriz. "An improved method for calculation of interface pressure force in PLIC-VOF methods." *European Journal of Mechanics-B/Fluids* 27, no. 1 (2008): 1-23.
- [15] Issa, R. I., and F. C. Lockwood. "On the prediction of two-dimensional supersonic viscous interactions near walls." *AIAA Journal* 15, no. 2 (1977): 182-188.
- [16] Han, S. M. "A Generalized Finite-Difference Method For Transient Analysis of Compressible and Incompressible Flows, Numerical Methods For Fluid Transient Analysis." *Applied Mechanics, Bioengineering and Fluid Engineering Conference*, Huston, June 20, 1983.
- [17] Biblarz, Oscar. *Rocket propulsion elements*. John Wiley, 2001.
- [18] Taylor, Geoffrey. "Fluid flow in regions bounded by porous surfaces." In *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 234, no. 1199, pp. 456-475. The Royal Society, 1956.
- [19] Yamada, K., and N. Ishikawa. "Simulative study on the erosive burning of solid rocket motors." *AIAA journal* 14, no. 9 (1976): 1170-1176.

پی نوشت

-
1. VOF
 2. PLIC Youngs
 3. HTPB
 4. AP