

تعیین عدد ناسلت نانوسیال در جریان درون لوله به کمک شبکه‌های عصبی مصنوعی

اباذر وحدت آزاد
عضو هیئت علمی
دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران جنوب
abazar.vahdat@gmail.com

حسین احمدی دانش آشتیانی
عضو هیئت علمی
دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران جنوب
h_a_danesh@azad.ac.ir

سمانه رستمی خنار*
دانشجوی کارشناسی ارشد
دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران جنوب
rostami.samane@yahoo.com

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۳/۰۷/۲۰

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۰۶/۱۴

چکیده

امروزه استفاده از نانوسیال در تجهیزات انتقال حرارت همچون مبدل‌های حرارتی بسیار قابل توجه است. لذا پیش‌بینی رفتار و خواص انتقال حرارت نانوسیال به‌عنوان یک هدف کاربردی مطرح می‌باشد. با توجه به هزینه بالای آزمایش‌های انتقال حرارت، تکرار یک آزمایش برای داده‌های گوناگون امکان‌پذیر نیست، لذا پیش‌بینی نتایج یک آزمایش برای مقادیر مختلف داده‌های آزمایش‌نشده مسئله‌ای پراهمیت است. با توجه به نتایج دقیق به‌دست آمده از شبکه‌های عصبی مصنوعی در پیش‌بینی مقادیر، استفاده از این روش در پیش‌بینی مقادیر داده‌های آزمایش‌نشده، در این مقاله مورد توجه قرار گرفته است. در این روش با در دست داشتن تعداد محدودی از داده‌های ورودی و خروجی مطلوب آنها، می‌توان شبکه را به‌گونه‌ای آموزش داد که برای محدوده وسیعی از داده‌های ورودی، خروجی مطلوب را با دقت بسیار خوبی پیش‌بینی کند. در این مقاله مقادیر تجربی به‌دست آمده برای عدد ناسلت در جریان آرام و همچنین جریان مغشوش درون لوله، به‌کمک شبکه‌های عصبی مختلف مدل‌سازی شده، در نهایت بهترین شبکه (با حداقل خطای ممکن) جهت پیش‌بینی مقادیر جدید برای نانوسیال آب - اکسید آلومینیوم مورد استفاده قرار گرفته است. نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهند که شبکه‌های عصبی، ابزار مفیدی جهت پیش‌بینی مقادیر مجهول در محدوده‌های آزمایش‌نشده متغیرها با دقت بسیار بالا می‌باشد.

واژگان کلیدی: شبکه عصبی، نانوسیال، شبیه‌سازی، انتقال حرارت، عدد ناسلت

۱. مقدمه

نانوسیال به محلول سوسپانسیونی اطلاق می‌شود که ذرات بسیار ریز (کوچکتر از ۱۰۰ نانومتر) در سیالی خالص به

اصطلاح نانوسیال نخستین بار توسط چوی و همکاران در سال ۱۹۹۵ م در آزمایشگاه ملی آرگون کلیفورنیا مطرح شد.



حالت تعلیق در آورده شده باشند. این نانوذرات از جنس فلز و یا اکسید فلزات هستند و اغلب کروی شکل و یا استوانه‌ای هستند. این سوسپانسیون‌ها سری جدیدی از سیالات واسط حرارتی هستند که از تعلیق ذرات بسیار ریز در مایعات متداول مانند آب و اتیلن گلیکول به دست آمده اند و عملکرد حرارتی سیالات پایه را افزایش می‌دهند [۱]. با توسعه تحقیقات در زمینه نانوسیالات، امروزه نانوسیال را نه فقط از طریق افزودن نانوذرات فلزی، که از طریق افزودن نانوذرات اکسیدهای فلزی و نانولوله‌های کربنی نیز می‌توان تهیه کرد. افزودن نانوذرات اعم از فلزی، اکسیدهای فلزی یا نانولوله‌های کربنی به یک سیال نظیر آب، فقط هدایت حرارتی آن را تحت تأثیر قرار ندهد، بلکه سایر خواص فیزیکی نظیر ظرفیت حرارتی سیال نیز تحت تأثیر قرار می‌گیرد. مجموعه تغییرات ایجاد شده در خواص ترموفیزیکی سیال سبب می‌شود تا علاوه بر افزایش هدایت حرارتی، شاهد افزایش چشمگیری در انتقال حرارت جابه‌جایی نیز باشیم. امروزه تحقیقات در زمینه نانوسیالات ابعاد بسیار گسترده‌ای پیدا کرده است. محققان از یک سو به بررسی افزایش هدایت حرارتی سیالات و افزایش انتقال حرارت و از سوی دیگر به بررسی مسئله پایداری و عدم ته‌نشینی نانوذرات و جلوگیری از کلوخه شدن در طی فرایند انتقال حرارت آنها می‌پردازند. از این رو محاسبه خواص انتقال حرارت نانوسیالات مورد توجه بسیار قرار گرفته است [۲].

زینعلی و همکاران انتقال حرارت جابه‌جایی نانوسیالات آب - اکسید آلومینیوم و آب - اکسید مس را در جریان آرام درون لوله به‌طور تجربی مورد بررسی قرار دادند. آنها دریافتند که روابط تک‌فازی، قادر به پیش‌بینی افزایش ضریب انتقال حرارت نانوسیالات نمی‌باشد. همچنین دریافتند که برای دو نانوسیال بررسی شده نرخ ضریب انتقال حرارت در درصدهای حجمی پایین نانوذرات نزدیک به یکدیگر بوده و با افزایش درصد حجمی نانوذرات، افزایش انتقال حرارت آب - اکسید آلومینیوم بیشتر از آب - اکسید مس است [۳].

شارما و همکاران، ضریب انتقال حرارت و ضریب اصطکاک را در جریان انتقالی درون یک لوله برای نانوسیال آب - اکسید آلومینیوم به‌طور تجربی بررسی کردند. نتایج، افزایش قابل ملاحظه‌ای در ضریب انتقال حرارت نانوسیال در مقایسه با سیال پایه را نشان می‌دهد. همچنین نتایج نشان می‌دهد که معادلات تک‌فازی برای محاسبه خواص نانوسیالات مناسب نیستند [۴]. فرج‌اللهی و همکاران خواص انتقال حرارتی نانوسیالات آب - اکسید آلومینیوم و آب - دی اکسید تیتانیم را در جریان متلاطم در یک مبدل حرارتی پوسته و لوله مورد بررسی قرار دادند. آنها دریافتند که برای هر نانوسیال یک تراکم حجمی بهینه وجود دارد. همچنین نتایج نشان می‌دهد که نانوسیال آب - دی اکسید تیتانیم در تراکم‌های حجمی پایین‌تر و نانوسیال آب - اکسید آلومینیوم در تراکم‌های حجمی بالاتر رفتار انتقال حرارتی بهتری از خود نشان می‌دهند [۵].

روش محاسباتی که در این مقاله مورد استفاده قرار گرفت، روش شبکه‌های عصبی مصنوعی است. پیاده‌سازی این الگوریتم، به وسیله جعبه ابزار شبکه‌های عصبی مصنوعی در نرم‌افزار متلب انجام شده است. مزیت استفاده از این روش نسبت به روش‌های دیگر جهت شبیه‌سازی، قابلیت برآزش توابع چندمتغیره می‌باشد، در حالی که روش‌های معمول محاسباتی، تنها قادر به برآزش توابع تک‌متغیره می‌باشند. از شبکه‌های عصبی در مدل‌سازی و شبیه‌سازی سیستم‌ها علی‌الخصوص سیستم‌های غیرخطی استفاده می‌شود. با توجه به اینکه شبکه‌های عصبی از دو ویژگی اساسی یادگیری یا نگاشت‌پذیری براساس ارائه داده‌های تجربی (قدرت و توانایی تعمیم‌پذیری) و ساختارپذیری موازی برخوردار می‌باشند این شبکه‌ها برای مسائل کنترل، علی‌الخصوص سیستم‌های پیچیده، که مدل‌سازی این سیستم‌ها یا میسر نیست و یا به‌سختی انجام می‌شود، بسیار مناسب می‌باشند. مثلاً در صنایع شیمیایی و مسائل کنترل پروازی که علی‌القائده سیستم‌ها چندمتغیره با تعداد متغیرهای حالت زیاد می‌باشند، شبکه‌های عصبی به‌خوبی



مورد استفاده قرار گرفته است [۶-۸]. در سال ۲۰۰۲ م، اسلام اوغلو و کورت به کمک داده‌های تجربی شبکه عصبی‌ای را برای تحلیل انتقال حرارت در کانال‌های موج‌دار ارائه دادند. در این شبکه از الگوریتم پس‌انتشار خطا - رایج‌ترین الگوریتم آموزش در شبکه‌های عصبی - استفاده شده بود. ورودی‌های شبکه، زاویه موج کانال، فاصله بین دو قله موج، قطر هیدرولیکی و عدد رینولدز و خروجی آن عدد ناسلت بوده است. همچنین از زبان برنامه‌نویسی C++ برای پیاده‌سازی شبکه استفاده شد. در نهایت دقت نتایج حاصل نسبت به نتایج تجربی با استفاده از معیار میانگین قدر مطلق خطای نسبی، به میزان ۴ درصد برآورده شده بود [۹]. در سال ۲۰۰۸ م، محسن حیاتی و همکاران، انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد از یک لوله بیضوی افقی را به کمک شبکه‌های عصبی شبیه‌سازی کردند. داده‌های تجربی استفاده‌شده برای آموزش شبکه، به روش تداخل سنج نوری و با تداخل سنج ماخ - زندر به دست آمده بود. در این مورد نسبت محور لوله، فاصله دیواره‌ها و عدد رایلی، ورودی و عدد ناسلت متوسط، خروجی شبکه بوده است. یک شبکه پیش‌خور چندلایه برای شبیه‌سازی شرایط پایدار توزیع نرخ انتقال حرارت در هندسه یادشده به کار رفته بود. نتایج شبکه همخوانی بسیار خوبی با نتایج تجربی داشتند. بنابراین شبکه برای پیش‌بینی نقاط دیگر از دامنه داده‌ها به کار رفت [۱۰]. شکوهمند و همکاران، تأثیر استفاده از نانوسیالات در کارایی یک میکروکانال سینک حرارتی را در شرایط مختلف جریان سیال، به کمک شبکه‌های عصبی مورد بررسی قرار دادند. آنها جریان سیال را تحت شرایط آرام و درهم به کمک روابط تجربی مورد بررسی قرار داده، سپس به کمک شبکه‌های عصبی مصنوعی میکروکانال را با حالت‌های مختلف شبیه‌سازی کرده و در نهایت بهترین درصد حجمی نانوسیال با کمترین اتلاف حرارتی انتخاب گردید [۱۱].

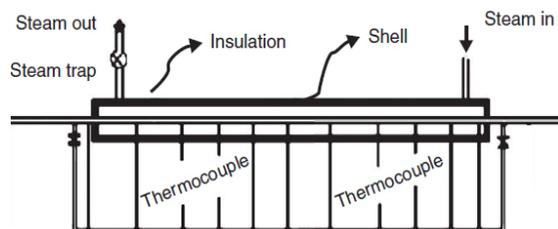
در این مقاله شبیه‌سازی عدد ناسلت نانوسیال آب - اکسید آلومینیوم در جریان درون لوله در دو حالت جریان آرام و

مغشوش انجام شده است. اعداد ناسلت تجربی موجود در منابع، برای غلظت‌های مختلف نانوسیال و اعداد رینولدز متفاوت، مورد بررسی و شبیه‌سازی قرار گرفته و در رابطه با نتایج حاصل و تأثیر پارامترهای مورد بررسی بحث شده است.

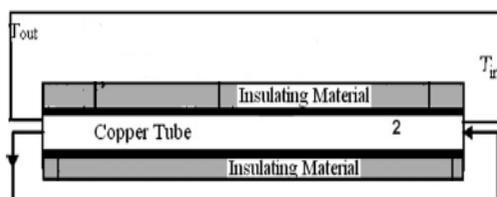
۲. شرح کار

۲-۱. مهیا کردن داده‌های آموزشی

برای این کار باید ابتدا داده‌های تجربی موجود در منابع را استخراج نمود. با توجه به خواص متفاوت انتقال حرارت مواد در جریان آرام و درهم، جهت شبیه‌سازی، داده‌های تجربی شارما و ساندر برای خواص انتقال حرارت نانوسیال آب - اکسید آلومینیوم در جریان آرام درون لوله و داده‌های تجربی زینعلی و همکاران برای خواص انتقال حرارت نانوسیال آب - اکسید آلومینیوم در جریان مغشوش درون لوله مورد استفاده قرار گرفت. جمع‌آوری داده‌ها با استفاده از نسخه ۱/۲ نرم‌افزار دیگسی انجام پذیرفت [۳-۱۲]



شکل ۱. نمایی شماتیک از دستگاه آزمایش جهت بررسی جریان آرام درون لوله [۱۱]



شکل ۲. نمایی شماتیک از دستگاه آزمایش جهت بررسی جریان مغشوش درون لوله [۳]

۲-۲. تعیین ورودی و خروجی های شبکه

با توجه به اطلاعات جمع‌آوری شده، ورودی‌های شبکه شامل درصد حجمی نانوسیال، عدد پکلت و عدد رینولدز و خروجی شبکه، عدد ناسلت نانوسیال می‌باشد. لذا شبیه‌سازی جهت عدد ناسلت نانوسیال، در درصد حجمی، اعداد رینولدز و اعداد ناسلت مختلف انجام می‌شود.

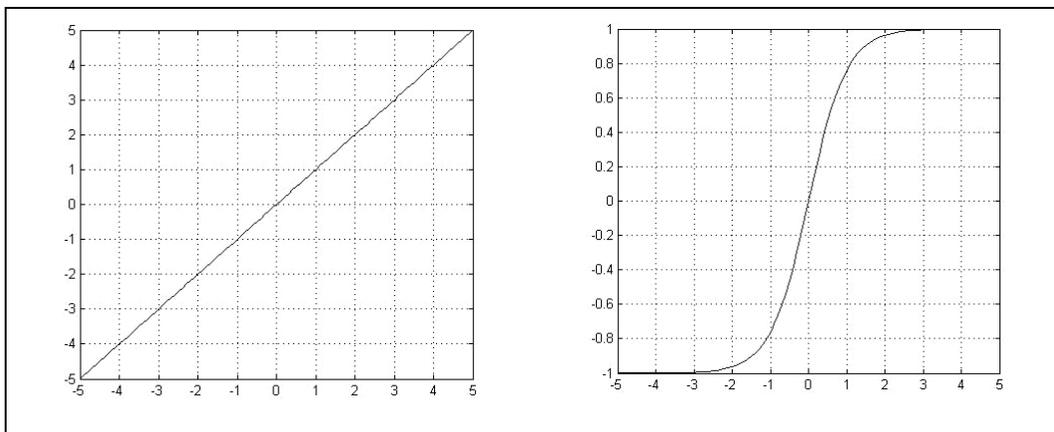
۲-۳. تعیین توابع انتقال

در کاربردهای تقریب توابع، عموماً از شبکه‌های عصبی پرسپترون چندلایه استفاده می‌شود که توابع تحریک لایه‌های میانی از نوع سیگموئید و تابع محرک لایه خروجی از نوع خطی می‌باشد. تابع تبدیل تانژانت هیپربولیک در شکل شماره ۴ و تابع انتقال خطی در شکل شماره ۵ نمایش داده شده است. نرون‌هایی که از این تابع

انتقال استفاده می‌کنند، برای تقریب خطی در فیلترینگ خطی بکار می‌روند. این تابع، همان مقدار ورودی را به عنوان خروجی برمی‌گرداند [۸].

۲-۴. تعیین روش آموزش

برای تعیین روش آموزش، یک ساختار ثابت شبکه انتخاب و توسط ۵ الگوریتم مختلف آموزش داده شد. سپس با توجه به نتایج به‌دست آمده از شبیه‌سازی به کمک شبکه‌های عصبی و نتایج تجربی موجود، خطای میانگین مربعات برای تمامی الگوریتم‌ها محاسبه شد. در نهایت شبکه‌ای که کمترین خطای آموزش را دارا بود، به‌عنوان روش آموزش انتخاب شد. در جدول‌های ۱ و ۲ مقادیر به‌دست آمده برای زمان آموزش، تعداد تکرار و خطای میانگین مربعات نمایش داده شده است.



شکل ۳. تابع انتقال تانژانت هیپربولیک

شکل ۴. تابع انتقال خطی

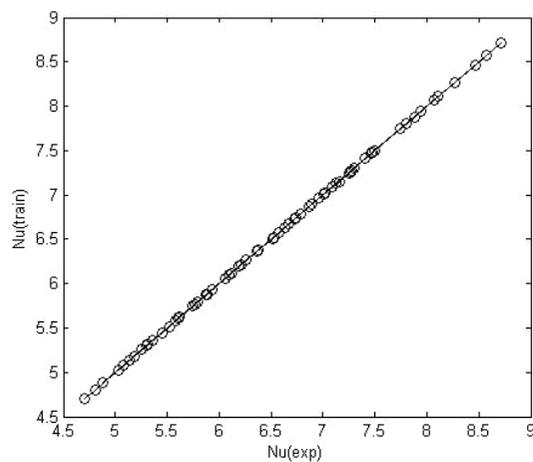
جدول ۱. مقادیر مربوط به خطای شبیه‌سازی عدد ناسلت نانوسیال آب - اکسید آلومینیوم در جریان مغشوش درون لوله

روش آموزش	تعداد تکرار	خطای تفاضل میانگین مربعات
gdm	۱۰۰۰۰	۰/۸۲۹۸۱۶۰۳۶
lm	۵۲	۰/۰۴۶۴۶۰۲۷۹
cgb	۶۱۶	۰/۳۸۷۴۷۳۳
oss	۱۰۰۰۰	۰/۱۵۹۵۵۷۲۲۱
gdx	۱۰۰۰۰	۰/۷۸۳۵۳۳۷۳۱

جدول ۲. مقادیر مربوط به مقادیر شبیه‌سازی عدد ناسلت نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم در جریان آرام درون لوله

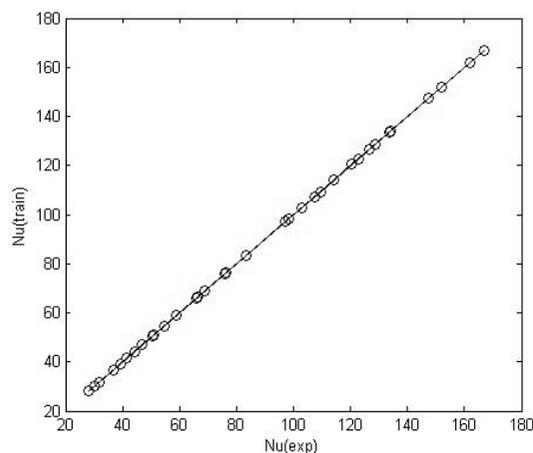
روش آموزش	تعداد تکرار	خطای تفاضل میانگین مربعات
gdm	۱۰۰۰۰	۰/۰۰۱۲۹۵
lm	۳۴	۰/۰۰۰۰۳۶
cgb	۳۲۸	۰/۰۰۰۰۰۴
oss	۱۶۱۴	۰/۰۰۰۰۰۴
gdx	۱۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰۵۰۲

نسبت به مقادیر تجربی در دو جریان آرام و مغشوش برای نانوسیال آب - اکسید آلومینیوم نشان داده شده است.



نمودار ۱. اعداد ناسلت حاصل از شبیه‌سازی

نسبت به اعداد ناسلت تجربی در جریان آرام درون لوله [۱۲]

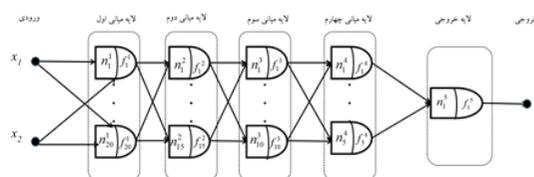


نمودار ۲. اعداد ناسلت به دست آمده از شبیه‌سازی

نسبت به اعداد ناسلت تجربی در جریان مغشوش درون لوله [۳]

۲-۵. تعیین تعداد لایه‌ها و نرون‌ها

جهت تعیین تعداد لایه‌ها و نرون‌ها، شبکه‌های مختلف با تعداد لایه‌ها و نرون‌های مختلف مورد بررسی قرار گرفته و در نهایت شبکه با کمترین خطا به عنوان شبکه نهایی جهت شبیه‌سازی مورد استفاده قرار گرفت که شامل چهار لایه میانی با ۲۰، ۱۵، ۱۰ و ۵ نرون و یک لایه خروجی با ۱ نرون می‌باشد.



شکل ۵. شماتیک شبکه عصبی با ۴ لایه میانی

۲-۶. شبیه‌سازی

پس از آموزش داده‌ها با الگوریتم‌های تعیین شده، شبیه‌سازی برای حالت‌های مختلف ورودی؛ یعنی در شرایط درصد حجمی، اعداد رینولدز و اعداد پکلت متفاوت انجام شده و عدد ناسلت در هر کدام از حالات محاسبه می‌شود.

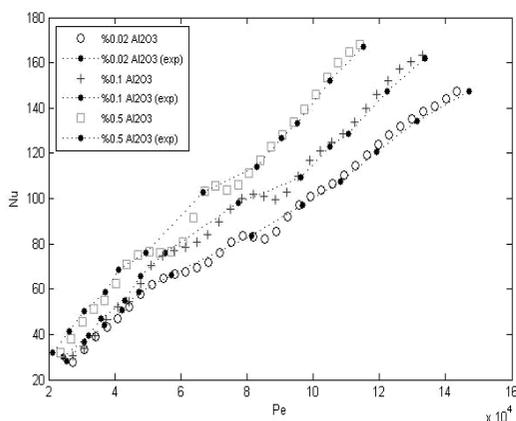
۳. بحث و بررسی

با توجه به جدول‌های ۱ و ۲، الگوریتم لونبرگ - مارکوات در کمترین زمان ممکن، نتایجی با کمترین خطا را دربر داشته است. لذا جهت شبیه‌سازی از این روش استفاده شده است. در نمودارهای ۱ و ۲ به ترتیب عدد ناسلت نانوسیال حاصل از شبیه‌سازی به کمک شبکه‌های عصبی مصنوعی

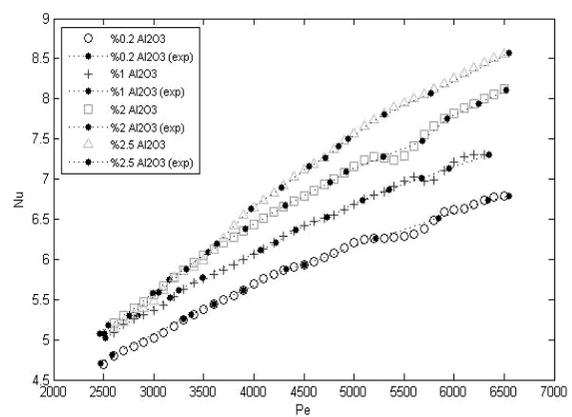


عدد رینولدز یا پکلت، عدد ناسلت نیز افزایش می‌یابد. نمودارهای ۱۱ و ۱۲ نیز نمودار سه‌بعدی ناسلت - پکلت - درصد حجمی را برای جریان آرام و درهم درون لوله نشان می‌دهند و با استفاده از آن می‌توان عدد ناسلت را در شرایط مختلف به‌دست آورد. با توجه به قابلیت شبکه عصبی در برازش توابع چندمتغیره، می‌توان نمودارهای سه‌بعدی پارامتر خروجی را نسبت به دو متغیر به‌طور همزمان نمایش داد؛ اگرچه خروجی مسئله به ازای تغییر همه متغیرها قابل محاسبه است.

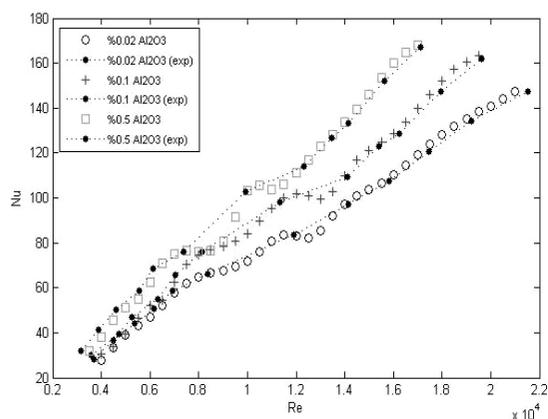
در نمودارهای ۳ و ۴ تغییرات عدد ناسلت نسبت به عدد پکلت و در نمودارهای ۵ و ۶ تغییرات عدد ناسلت نسبت به عدد رینولدز برای نتایج تجربی و نتایج حاصل از شبیه‌سازی نشان داده شده است. نتایج حاصل تطبیق خوبی بین نتایج تجربی و شبیه‌سازی شده را نشان می‌دهند. نمودارهای ۷ و ۸ تغییرات عدد ناسلت با تغییر درصد حجمی در اعداد پکلت مختلف و نمودارهای ۹ و ۱۰ تغییرات عدد ناسلت با تغییر درصد حجمی در اعداد رینولدز مختلف را نشان می‌دهند. نتایج نشان می‌دهد در یک درصد حجمی ثابت، با افزایش



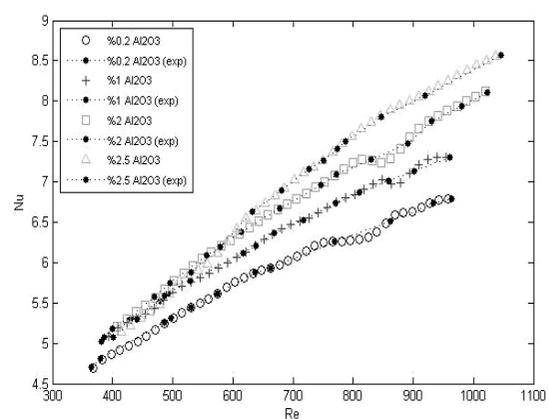
نمودار ۴. تغییرات عدد ناسلت نسبت به عدد پکلت برای داده‌های تجربی [۳] و نتایج شبیه‌سازی برای جریان مغشوش درون لوله در درصد‌های حجمی مختلف



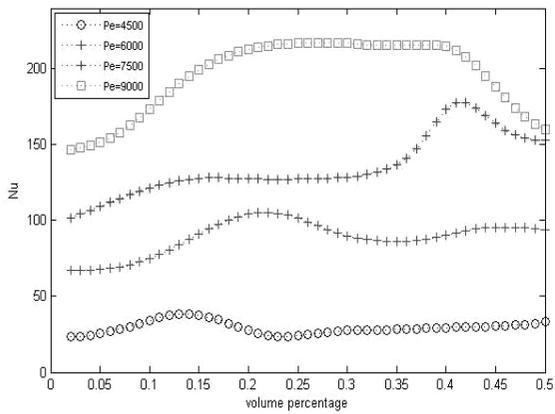
نمودار ۳. تغییرات عدد ناسلت نسبت به عدد پکلت برای داده‌های تجربی [۱۲] و نتایج شبیه‌سازی برای جریان آرام درون لوله در درصد‌های حجمی مختلف



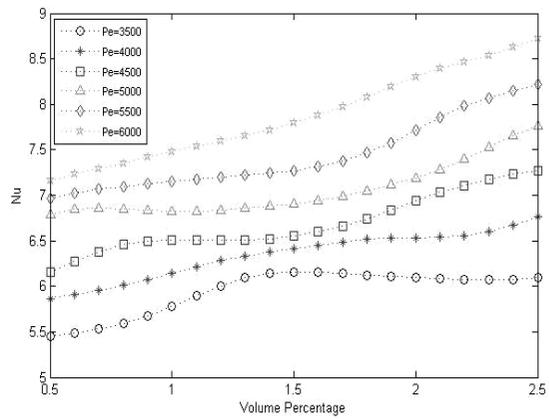
نمودار ۶. تغییرات عدد ناسلت نسبت به عدد رینولدز برای داده‌های تجربی [۳] و نتایج شبیه‌سازی برای جریان مغشوش درون لوله در درصد‌های حجمی مختلف



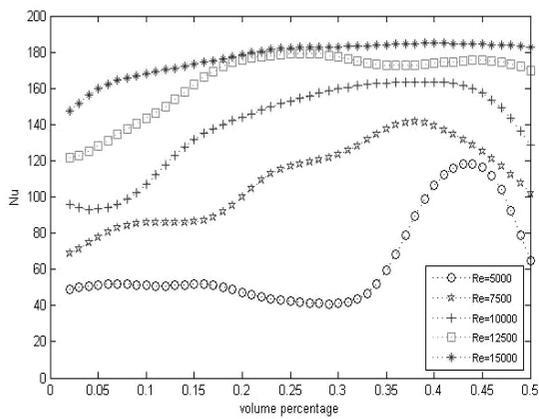
نمودار ۵. تغییرات عدد ناسلت نسبت به عدد رینولدز برای داده‌های تجربی [۱۲] و نتایج شبیه‌سازی برای جریان آرام درون لوله در درصد‌های حجمی مختلف



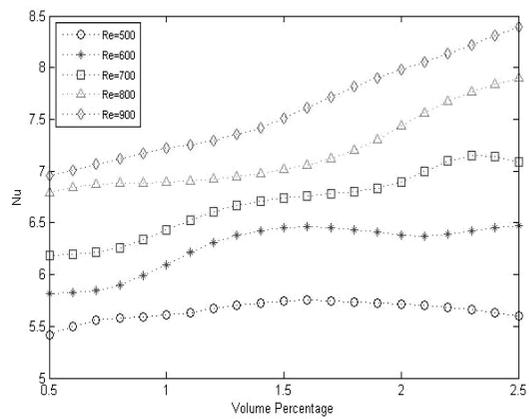
نمودار ۸. تغییرات عدد ناسلت نسبت به درصد حجمی برای جریان مغشوش درون لوله در اعداد پکلت مختلف



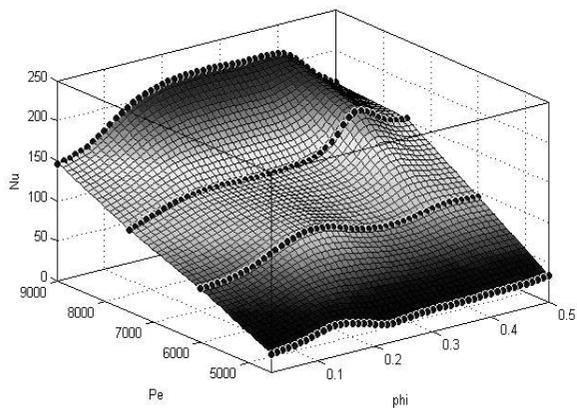
نمودار ۷. تغییرات عدد ناسلت نسبت به درصد حجمی برای جریان آرام درون لوله در اعداد پکلت مختلف



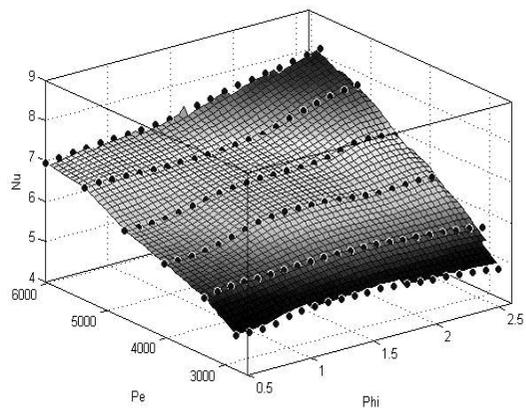
نمودار ۱۰. تغییرات عدد ناسلت نسبت به درصد حجمی برای جریان مغشوش درون لوله در اعداد رینولدز مختلف



نمودار ۹. تغییرات عدد ناسلت نسبت به درصد حجمی برای جریان آرام درون لوله در اعداد رینولدز مختلف



نمودار ۱۲. نمودار سه بعدی ناسلت - پکلت - درصد حجمی برای جریان مغشوش درون لوله



نمودار ۱۱. نمودار سه بعدی ناسلت - پکلت - درصد حجمی برای جریان آرام درون لوله



۴. نتیجه‌گیری

روش آموزش، روش‌های مختلف مورد بررسی قرار گرفته و در نهایت بهترین شبکه با کمترین خطا جهت شبیه‌سازی مورد استفاده قرار گرفت. سپس شبیه‌سازی مقادیر مجهول در بازه اطلاعات موجود برای ورودی‌ها انجام شد که نتایج به‌دست آمده دقت بالای شبکه‌های عصبی را تصدیق می‌کند.

در این مقاله شبیه‌سازی خواص انتقال حرارت نانوسیال آب - اکسید آلومینیوم در دو جریان آرام و مغشوش به‌کمک شبکه‌های عصبی مصنوعی انجام پذیرفت. روش شبکه‌های عصبی مصنوعی به دلیل دقت و سرعت بالای مدل‌سازی، روش مناسبی جهت شبیه‌سازی مقادیر مجهول در محدوده‌های آزمایش نشده به شمار می‌رود. جهت تعیین

۵. مأخذ

- [۱] حسینی. شرف‌الدین، *نانوسیال و مهندسی انتقال گرما*، تهران: انتشارات یزدا، ۱۳۸۸.
- [2] Kumar, D., S.U.S., Choi, H.E.Patel. "Heat Transfer in Nanofluids – A Review", *J. Heat Transfer Engineering*, Vol. 21, No. 10, pp. 3-19, 2006.
- [3] Zeinali Heris. S., S. Gh. Etemad, Nasr Esfahany. "Experimental investigation of oxide nanofluids laminar flow convective heat transfer." *International Communications in Heat and Mass Transfer* 33, 529–535, 2006.
- [4] Sharma. K.V., L. Syam Sundar, P.K. Sarma. "Estimation of heat transfer coefficient and friction factor in the transition flow with low volume concentration of Al₂O₃ nanofluid flowing in a circular tube and with twisted tape insert", *International Communications in Heat and Mass Transfer* 36 503–507, 2009.
- [۵] فرج‌اللهی. بنت‌الهدی، سید غلامرضا اعتماد. "انتقال حرارت نانوسیالات در یک مبدل حرارتی پوسته و لوله"، ۱۳۸۹.
- [۶] منهایج. محد باقر. *مبانی شبکه‌های عصبی*، تهران: دانشگاه صنعتی امیرکبیر، ۱۳۸۷.
- [7] Kasabov, Nikola K., *Foundations of Neural Networks, Fuzzy Systems, and Knowledge Engineering*, Massachusetts Institute of Technology, 1996.
- [8] MATLAB 7.10.0 (R2010a) help, Neural Network Toolbox User's Guide.
- [9] Islamoglu. Y., A. Kurt. "Heat transfer analysis using ANNs with experimental data for air flowing in corrugated channels", *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47, pp. 1361–1365, 2004.
- [10] Hayati. M., T. Yousefi, M. Ashjaee, A. Hamidi, Y. Shirvany. "Application of Artificial Neural Networks for Prediction of Natural Convection Heat Transfer." *International Journal of Applied Science, Engineering and Technology* 4, 2007, pp. 157-162.
- [11] Shokouhmand. H, M. Ghazvini, J. Shabanian. "Performance Analysis of Using Nanofluids in Microchannel Heat Sink in different Flow Regimes and its simulation using Artificial Neural Network", *Proceedings of the World Congress on Engineering* 2008, Vol III.
- [12] Syam Sundar. L., K.V. Sharma. "Heat transfer enhancements of low volume concentration Al₂O₃ nanofluid and with longitudinal strip inserts in a circular tube." *International Journal of Heat and Mass Transfer* 53, pp. 4280-4286, 2010.

